

摆动器空间周期长度改变 的自由电子激光器

王润文 雷仕湛

(中国科学院上海光机所)

提要: 采用空间周期长度 λ_g 沿相对论电子束传播方向递减的摆动器, 同样地可以保证在整个相互作用长度上, 泵浦场和光辐射场之间的相位差维持恒定数值, 因而增益系数也是恒定数值。由此可以提高自由电子激光器的能量转换效率。文内同时给出周期长度 λ_g 的形式, 并且用做放大器或激光振荡器 λ_g 取的递变形式是不同的。

A free electron laser with variable spacial period length in weggler

Wang Renwen, Lei Shizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: In order to maintain the constant gain coefficient and invariable phase difference between pumping field and radiation field of a free electron laser, we use a variable spacial period length g which decreases gradually along the transmitting direction of relativistic electrons in the weggler. Thus the energy conversion efficiency of free electron laser can be raised. The equation for g of the resonator different from that of an amplifier of free electron laser is also given.

一、引言

自由电子激光器是最近几年研究成功的新型器件, 由于它可望在很宽阔的波段内连续调谐, 原则上可以获得从毫米波到真空紫外的相干辐射; 其次, 激光器的能量转换效率很高, 理论上可以达到 50%; 第三是激光器的输出功率不受限于工作物质的非线性破坏, 原则上可以获得极高的激光功率。因此,

自由电子激光器的研究, 现已一跃成为普遍注意研究的课题。在这项研究工作中, 如何提高激光器的能量转换效率, 又是现阶段讨论最多的课题。从理论预言来说, 自由电子激光器的效率是很高的, 但目前实际得到的效率却很低。比如斯坦福大学报导的康普顿型自由电子激光器, 能量转换效率只有 0.14%^[1], 而海军研究实验室和哥伦比亚大学合作研究成功的喇曼型自由电子激光

收稿日期: 1982年10月13日。

器, 得到的能量转换效率还更低, 只有 0.03%^[3]。为了提高能量转换效率, 有不少作者报导了他们的研究方案。比如采用磁场强度“锥形”变化的摆动器^[3], 采用储存环^[4]或者电子收集器^[5]等。我们认为, 如果摆动器的空间周期长度不是常数, 而是沿着相对论电子束传播的方向递增, 同样地可以保证自由电子激光器的增益系数在相互作用长度内保持恒定数值, 从而也可以提高激光器的能量转换效率。本文介绍的是我们在这个问题上研究的初步结果。

二、基本分析

假定摆动器的空间周期长度为 λ_g , 磁场强度的振幅为 B_0 , 磁场的方向沿 y 轴方向, 沿 z 轴方向作空间周期变化, 即摆动器的磁场 B 取下面的形式:

$$B = (0, B_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z, 0) \quad (1)$$

相对论电子沿 z 方向通过摆动器, 它的初始能量是 $m_0 r_0 c^2$, 其中 m_0 是电子的静止质量, c 是光速, r_0 是相对论因子:

$$r_0 = (1 - \beta_0^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

其中 $\beta_0 = v_0/c$, v_0 是相对论电子进入摆动器时的运动速度。一束激光与相对论电子束一道沿 z 方向进入摆动器。激光是线偏振光, 频率为 ω_r , 振幅为 E_0 , 电场沿 x 方向(见图 1)。即入射激光的电场取下面的形式:

$$E = (E_0 \cos(\omega_r t - k_z z), 0, 0) \quad (3)$$

其中 k_z 是激光的波矢, $k_z = \frac{2\pi}{\lambda_r} e_z$ 。

考虑到多普勒效应, 在相对论电子坐标系上, 激光的频率变成 ω_r^B :

$$\omega_r^B = \frac{\omega_r \sqrt{1 - \beta_z^2}}{1 + \beta_z} \quad (4)$$

式中的 $\beta_z = v_z/c$, v_z 是电子沿 z 轴方向运动的速度。

相对论电子在摆动器内运动的过程中, 每通过一个空间周期长度 λ_g 就发射出周期

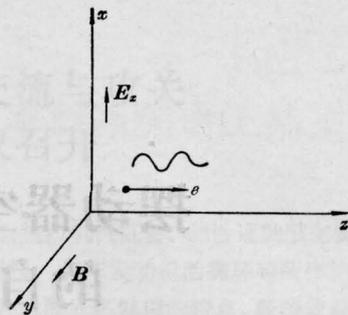


图 1

相同的信号。假定信号的振幅为 E_s , 在电子通过长度 λ_g 的时间内, 这个信号前进了 $c\lambda_g/v_z$ 的距离。如果在相对论电子进行的方向上观察, 则不连续的信号的间隔为:

$$\lambda_s = c\lambda_g/v_z - \lambda_g \quad (5)$$

这就是散射波的基波波长。

考虑到 v_x, v_y 并不是等于零, 所以 v_z 要比电子的运动速度 v 小。考虑到这个因素, 以及在实际情况中, $r \gg 1$, 散射光波的基波波长 λ_s 是:

$$\lambda_s = \frac{\lambda_g}{2r^2} (1 + k^2) \quad (6)$$

其中 k 是无量纲参数,

$$k = e B_0 \lambda_g / 2\pi m_0 c^2$$

如果用频率表示, 散射波的基波频率 ω_s 为:

$$\omega_s = 2r^2 \omega_0 / (1 + k^2) \quad (7)$$

相对论电子在摆动器的磁场以及入射光、散射光的电磁场作用下, 其运动规律由洛仑兹方程描述:

$$\frac{dr}{dt_B} = -c_1 \beta \cdot E_B \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt_B} r \beta = -c_1 E_B \quad (9)$$

其中 $c_1 = |e|/m_0 c$, e 是电子的电荷。下标“B”表示在电子坐标系上的量。根据洛仑兹变换, 时间的变换形式是:

$$t_B = r \left(t_c - \frac{v_z z_L}{c^2} \right) \quad (10)$$

电场的变换是:

$$E_{B1} = r (E_L + V \times B_L) \quad (11)$$

式中“ \perp ”表示属于与相对论电子运动方向垂直的量(即属于 x 和 y 分量);下标“ L ”是表示属于实验室坐标的。下面我们简单地用无下标的量代表属于实验室坐标的量。根据(8)~(11)的关系,我们可以进一步写出相对论电子的运动速度分量运动方程:

$$\frac{dr}{dt} = -c_1 \beta_x E_x \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} r \beta_x = -c_1 (E_x - c \beta_z B) \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} (r \beta_y) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} r \beta_z = -c_1 c \beta_x B \quad (15)$$

从(13)式我们看到,横向磁场 B 将引起相对论电子出现横向振荡运动。(12)~(15)各式中的 E_x 和 B 分别是:

$$E_x = E_0 \cos \left[\omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) + \Phi \right] + E_s \sin \left[\frac{2\omega_0 r^2}{1+k^2} \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi \right] \quad (16)$$

$$B = B_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z + \frac{E_0}{c} \cos \left[\omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) + \Phi \right] + \frac{E_s}{c} \sin \left[\frac{2\omega_0 r^2}{1+k^2} \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi \right] \quad (17)$$

式中的 Φ 和 φ 是初位相常数。

当摆动器的磁场强度比较高,即在 $cB_0 \gg E_0$ 时,(13)式近似地可写成:

$$\frac{d}{dt} r \beta_x \approx +c_1 c \beta_z B_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z \quad (18)$$

上式进一步还可以写成:

$$\frac{d}{dz} r \beta_x = +c_1 B_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z \quad (19)$$

由(19)式我们可求得 $r \beta_x$ 为:

$$r \beta_x = c_1 B_0 \frac{\lambda_g}{2\pi} \left(-\cos \frac{2\pi}{\lambda_g} z + 1 \right) \quad (20)$$

对(12)式两边乘 r , 并利用(20)式的结果,以及把(16)化入,经过整理后得到能量 r 的变化规律为:

$$\frac{d}{dt} r^2 = -A [E_x - f(r, z, t)] \quad (21)$$

其中 A 和函数 $f(r, z, t)$ 分别为:

$$A = 2c_1^2 B_0 \frac{\lambda_g}{2\pi}$$

$$f(r, z, t)$$

$$= E_0 \cos \left[\omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) + \frac{2\pi}{\lambda_g} z + \Phi_1 \right] + E_0 \cos \left[\omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z + \Phi_1 \right] + E_s \sin \left[2\omega_s \left(t - \frac{z}{c} \right) + \frac{2\pi}{\lambda_g} z + \varphi \right] + E_s \sin \left[2\omega_s \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z + \varphi \right] \quad (22)$$

为了方便讨论,我们取 $\Phi_1 = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, 于是,从(21)式我们看到,当入射的激光束的电场与摆动器磁场的相位满足下面的关系:

$$\psi_1 = \omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z = 0 \quad (23)$$

或者辐射的电磁波的相位与摆动器磁场的相位满足下面的关系:

$$\psi_2 = 2\omega_s \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z = 0 \quad (24)$$

则 $\frac{dr^2}{dt}$ 的表达式中含有不显含时间的项,对一周期的积分后,我们将分别获得

$$r^2 = r_0^2 - A E_0 t \quad (25)$$

或:

$$r^2 = r_0^2 - A E_s t \quad (26)$$

这表明,在满足相位条件(23)或者(24)时,相对论电子的能量将随着时间单调下降。利用 β_z 与 r 的关系:

$$\beta_z = \left(1 - \frac{1}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2r^2}$$

(25)和(26)式进一步写成:

$$2c \left(r - \frac{1}{2r} \right) \frac{dr}{dz} = -A (E_x - f(r, z, t)) \quad (27)$$

解方程(27)后得:

$$r^2 = r_0^2 - \frac{E_0 A}{2c} z + \frac{1}{2} \ln \frac{r}{r_0} \quad (28)$$

或

$$r^2 = r_0^2 - \frac{E_s A}{2c} z + \frac{1}{2} \ln \frac{r}{r_0} \quad (29)$$

考虑到实际上 $r \sim r_0$, 所以,(28)和(29)式又可

进一步简化成下面的关系:

$$r = r_0 - \frac{E_0 A}{4cr_0} z \quad (30)$$

或
$$r = r_0 - \frac{E_s A}{4cr_0} z \quad (31)$$

比值 $(r_0 - r)/r_0$ 代表自由电子激光器的增益 G 。因此,在满足相位匹配条件时,自由电子激光器的增益系数在相互作用距离上是一个常数。在这样的条件下工作的自由电子激光放大器或者激光振荡器,相应地将获得较高的效率。从(30)和(31)式我们看到,自由电子激光器的增益是与相互作用长度成正比例关系,而不是普通激光器那种指数关系。

三、空间周期长度变化的摆动器

自由电子激光器在工作过程中,相对论电子因不断辐射出能量,所以参数 r 不断地减小。因此,辐射场与摆动器磁场之间的相位关系,在最初阶段可能满足(23)式或(24)式的要求,到后来就不再满足了。若需要在整个相互作用长度上都能够满足相位要求,可以通过设计空间周期长度沿相对论电子束传播方向递变的摆动器来实现。假如我们建立的是自由电子激光器,这时 $E_0 \approx 0$, 我们需要讨论的是相位关系(24)。

$$\psi_2 = 2\omega_s \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z$$

$$z \approx c\beta_z t$$

所以:
$$\psi_2 = [2\omega_s(1 - \beta_z) - \omega_0\beta_z]t$$

因为:
$$\beta_z = 1 - \frac{1}{2r^2} (1 + k^2)$$

所以:

$$\psi_2 = \left[\frac{2\omega_s(1 + k^2)}{2r^2} - \omega_0 \left(1 - \frac{1 + k^2}{2r^2} \right) \right] t \quad (32)$$

要求 $t \neq 0$ 时 $\psi_2 = 0$, 必要(32)式中括号内的量为零。即要求:

$$\omega_0 = \frac{\omega_s(1 + k^2)}{r^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{1 + k^2}{2r^2} \right)} \quad (33)$$

或者,以波长表示:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_s r^2}{1 + k^2} \left(1 - \frac{k^2 + 1}{2r^2} \right) \quad (34)$$

因为相对论电子在摆动器内运动过程中不断辐射出能量,运动的能量不断减低,因而辐射波长 λ_s 也是在不断地增长(当然这种增长速率并不很快)。当相对论电子的能量从初始值 $m_0 c^2 r_0$ 变到 $m_0 c^2 r$ 的,它的辐射波长平均值 $\bar{\lambda}_s$ 为^[6]:

$$\bar{\lambda}_s = \left(\frac{1 + k_0^2}{r_0^2} \frac{r_0}{r} \right) \lambda_{g_0} = \frac{1 + k_0^2}{r_0 r} \lambda_{g_0} \quad (35)$$

其中 $k_0 = e B_0 \lambda_{g_0} / 2\pi m_0 c^2$, λ_{g_0} 是摆动器对应于电子能量为 $m r_0 c^2$ 时的空间周期长度。考虑到 $1 + k^2 \approx 1 + k_0^2$, $2r^2 \gg k^2 + 1$, 把(35)代入(34),经整理后得:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_{g_0}}{1 + \frac{c_1^2 E_s B_0 z}{4r_0^2 c \pi} \lambda_{g_0}} \quad (36)$$

式中 \bar{E}_s 是在 z 处辐射场的电场强度。

假如我们建立的是自由电子激光放大器,这时, $E_0 \gg E_s$, 重点讨论的是相位关系(23)。入射光场与泵浦场的相位差 ψ_1 是:

$$\psi_1 = \omega_r \left(t - \frac{z}{c} \right) - \frac{2\pi}{\lambda_g} z$$

$$\approx [\omega_r(1 - \beta_z) - \omega_0\beta_z]t \quad (37)$$

$t \neq 0$, 要求 $\psi_1 = 0$, 需要(37)式中括号内的量等于零。经整理后我们可以求得在满足相位匹配条件时,摆动器的磁场空间周期长度 λ_g 应取下面的形式:

$$\lambda_g = \frac{2r_0^2 \lambda_r}{(1 + k^2) \left[1 + \frac{E_0 B_0 \lambda_r c_1^2 z}{\pi(1 + k_0^2)c} \right]} \quad (38)$$

式中 λ_r 是入射光波的波长。

参 考 文 献

- [1] Elias L. R. et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1976, **36**, 717.
- [2] Deacon D. A. G. et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **38**, 892.
- [3] H. Bochmer et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, 141.
- [4] Smith T. I. et al.; *J. Appl. Phys.*, 1979, **50**, 4580.
- [5] Elias L. R.; *Phys. Rev. Lett.*, 1972, **42**, 977.
- [6] 近藤淳;《应用物理》,1980, **49**, No. 8, 43.