

用全息干涉术的时间平均法测 叶片的振动位移和应力

于乃旬

强士义

(西安交通大学)

(西北纺织工学院)

提要: 本文推导了用时间平均法测二维振动位移和应力的计算公式, 结合有限单元法对某叶片一阶弯曲振动进行了计算, 并将位移的计算结果与用涡流传感器直接测量的结果进行了比较。获得了用肉眼能清晰分辨的条纹级数多达40级的全息象, 从而把振幅测量范围从 3λ 扩大到 10λ 以上。

Measurement of vibrational displacement and stress of a blade by time-average holographic interferometry

Yu Naixun

Qiang Shi-yi

(Xi'an Jiaotong University)

(Northwest Textile Institute)

Abstract: In this paper, the computative formulae used to measure 2-D vibrational displacement and stress in the time-averaged method are derived. By combining the finite element method, the computation for the first-order bending vibration of a blade has been made, and the computable displacement is compared with that measured directly by an eddying sensor. Holograms with as many as forty orders of fringes can be clearly observed, thus expanding the measurable scope of amplitude from 3λ to 10λ .

一、引言

到目前为止的全息测振工作, 绝大多数仍限于定性分析和一维振幅的定量计算^[1~3], 而对二维振动位移和应力的定量分析, 国外尚未见报导, 国内也还处于开始研究阶段^[4]。时间平均法设备简单, 操作方便, 是全息测振的常用方法, 但不少文献^[1, 5, 6]认为“条纹反差随着振幅的增加而急剧减小”, “超过20级

时就难以分辨”, 因而振幅测量范围“不超过 3λ ”。我们在实验技术方面采取了一些有效措施, 成功地同时拍摄了两张时间平均全息图, 在全息像上可分辨的干涉条纹多达40级, 把振测幅范围扩大到 10λ 以上。

二、理论与计算公式

将压气机叶片之类的薄叶片视作根部固

收稿日期: 1982年5月20日。

定,顶端自由的变厚度薄壳结构,采用三角形薄板单元。

在固定叶片的空间取定一个整体坐标系 $O'x'y'z'$, 使 y' 轴竖直向上(图 1), z' 轴与叶面法线方向尽量靠近并指向读者, x' , y' , z' 三坐标轴成右手系。设叶片中面方程为 $z'_0 = f_0(x', y')$, 点 (x', y') 为 $x'y'$ 平面上的某一区域。然后按图 1 所示的方法划分单元并对节点进行整体编号。对各种单元来说,其局部坐标系 $Oxyz$ 的原点 O 均选在单元形心处,坐标系按图 2 所示方法加以确定, xyz 亦成右手系。单元三顶点 i, j, m 均在叶片中面上,称作中面节点,与之对应的位于叶片表面的节点称作表面节点。 i, j, m 沿逆时针向排列。

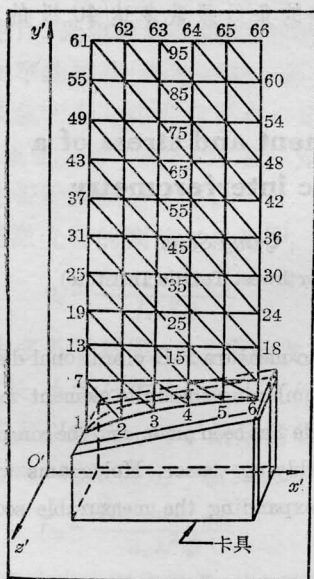


图 1

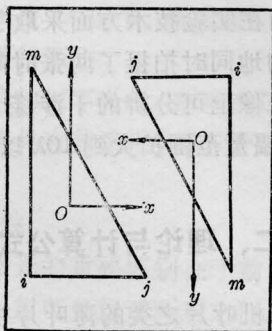


图 2

若叶片表面节点都作微幅谐振动,且根部固定,可近似地认为节点的位移都在 $x'z'$ 平面内。按图 3 的布置,采用时间平均法,用 H_1 和 H_2 两块干板同时沿不同方向拍摄振动物体的全息图,然后用原参考光加以波前再现,并通过全息图 H_1 和 H_2 观察再现像上同一点的条纹级数,就可以计算出各表面节点的振幅和振动方向角,进而求出各表面节点和中面节点的广义位移,最后用有限单元法算出振动应力。

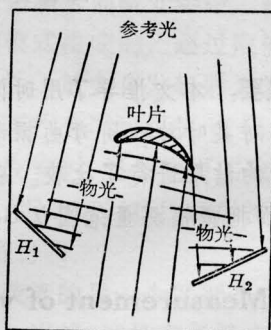


图 3

1. 表面节点位移的计算公式

按照时间平均法理论^[6],再现像上任一点的光场强度 I 为

$$I = I_0 J_0^2(\phi) \quad (1)$$

其中 I_0 是静止物体的再现像上该点处的光场强度, J_0 为第一类零阶贝塞尔函数, ϕ 是物点从平衡位置移动到某一最大位移处时在观察点引起的光波位相差。 $J_0^2(\phi)$ 的前 42 个零点的值见表 1。由条纹级数就可求出 ϕ 的值。

若用 Δ 表示对应于 ϕ 的光程差,则

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (2)$$

用 A_1 和 A_2 表示两个观察点, C 表示光源(图 4),考虑叶面上一点,设其平衡位置是 P , 振幅为 $A = PP'$, P 和 P' 在过 C 的水平面上的投影为 Q 和 Q' , 在过 A_1 和 A_2 的水平面上的投影分别为 Q_1, Q'_1 和 Q_2, Q'_2 。过 Q, Q_1 和 Q_2 分别作 $Q\xi, Q_1\xi_1$ 和 $Q_2\xi_2$ 平行于 x' 轴,

表1 函数 $J_0^2(\phi)$ 的零点

零点号 n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ϕ	2.41	5.52	8.65	11.79	14.93	18.07	21.21	24.35	27.49
n	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ϕ	30.63	33.78	36.92	40.06	43.20	46.34	49.48	52.62	55.77
n	19	20	21	22	23	24	25	26	27
ϕ	58.91	62.05	65.19	68.33	71.47	74.61	77.76	80.90	84.04
n	28	29	30	31	32	33	34	35	36
ϕ	87.18	90.32	93.46	96.61	99.75	102.89	106.03	109.17	112.31
n	37	38	39	40	41	42			
ϕ	115.45	118.60	121.74	124.88	128.02	131.16			

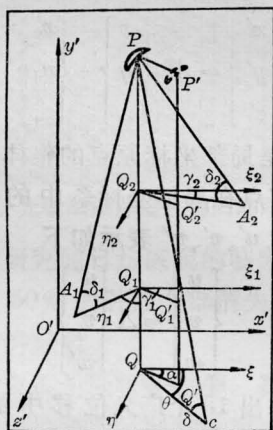


图 4

作 $Q\eta$ 、 $Q_1\eta_1$ 、 $Q_2\eta_2$ 平行于 z' 轴, 令

$$\alpha = \angle \xi Q Q', \quad \delta = \angle Q C P, \quad \theta = \angle \xi Q C,$$

$$\delta_i = \angle Q_i A_i P, \quad \gamma_i = \angle \xi_i Q_i A_i \quad (i=1, 2)$$

α, γ, θ 顺钟向为正。由图 4 看出, 物点从 P 运动到 P' 时, 在 A_1 处引起的光程差 Δ_1 为

$$\Delta_1 = (CP + PA_1) - (CP' + P'A_1)$$

设 P' 在 CP 和 A_1P 上的投影分别为 R 和 R_1 , 由于 PP' 很小, 故有

$$\Delta_1 = RP + R_1P$$

P' 在 CP 和 A_1P 上的投影可分两步求出: 首先过 P' 分别作平面 CPQ 和 A_1PQ_1 的垂线, 垂足分别为 S 和 S_1 , 则 S 和 S_1 分别在 CP 和 A_1P 上的投影为 R 和 R_1 (图 5), 于

是, $RP = SP \cos \delta,$

$$R_1P = S_1P \cos \delta_1,$$

但 $SP = A \cos(\theta - \alpha),$

$$S_1P = A \cos(\gamma_1 - \alpha),$$

故 $\Delta_1 = A [\cos \delta \cos(\theta - \alpha)$

$$+ \cos \delta_1 \cos(\gamma_1 - \alpha)],$$

同理 $\Delta_2 = A [\cos \delta \cos(\theta - \alpha)$

$$+ \cos \delta_2 \cos(\gamma_2 - \alpha)],$$

令 $K = \cos \delta, K_i = \cos \delta_i (i=1, 2)$, 并利用 (2) 式, 可解出振动方位角 α 和振幅 A 为

$$\alpha = \arctg \times$$

$$\frac{[(\phi_1 - \phi_2)K \cos \theta + \phi_1 K_2 \cos \gamma_2 - \phi_2 K_1 \cos \gamma_1]}{[(\phi_2 - \phi_1)K \sin \theta + \phi_2 K_1 \sin \gamma_1 - \phi_1 K_2 \sin \gamma_2]} \quad (3)$$

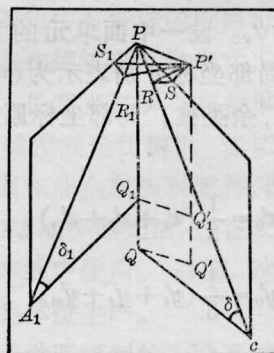


图 5

$$A = \frac{\lambda}{2\pi} \times$$

$$\{(\phi_1 + \phi_2) / [(2K \cos \theta + K_1 \cos \gamma_1 + K_2 \cos \gamma_2) \cos \alpha + (2K \sin \theta + K_1 \sin \gamma_1 + K_2 \sin \gamma_2) \sin \alpha]\} \quad (4)$$

若用 u' 和 w' 表示物点沿 x' 和 z' 方向的位移分量, 则

$$\begin{aligned} u' &= A \cos \alpha \\ w' &= A \sin \alpha \end{aligned} \quad (5)$$

由于在(3)式中 α 取主值, 所以 $0 \leq \alpha < \pi$, 从而 w' 取非负值, 但这并不总符合事实。对于节线在根部的一阶弯曲振动, 确有 $w' \geq 0$, 但对于其他振型, 由于节线两旁节点的振动位相刚好相反, 所以(5)式需要修正。以节线为界, 把整个叶面划分为若干区域, 再把这些区域归为两类, 使得任一节线两边的区域属于不同的类别。把含节点较多的一类区域称作零类区, 另一类称作 1 类区, 这样, 同类区域内各节点的振动位相就是相同的。用 l 表示节点的区域类别, 则叶片位移最大时各节点的位移分布为

$$\begin{aligned} u' &= (-1)^l A \cos \alpha \\ w' &= (-1)^l A \sin \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

由于从不同方向观察到同一节线的位置不同, 在确定区域类别时, 应以视线平行于 z' 轴的观察结果为准。

2. 表面节点广义位移的计算

节点的广义位移系指节点位移在局部坐标系中的分量 u 、 v 、 w 和叶面绕 x 轴和 y 轴的转角 θ_x 和 θ_y 。设一中面单元的顶点 i 的整体坐标和局部坐标分别表示为 (x_i, y_i, z_i) 和 (x'_i, y'_i, z'_i) , 余类推。局部坐标原点 O 的整体坐标为

$$\begin{aligned} x'_0 &= \frac{1}{3} (x'_i + x'_j + x'_m) \\ y'_0 &= \frac{1}{3} (y'_i + y'_j + y'_m) \\ z'_0 &= \frac{1}{3} (z'_i + z'_j + z'_m) \end{aligned} \quad (7)$$

局部坐标轴的方向由它们在整个坐标系中的九个方向余弦所确定, 这些方向余弦组成矩阵 A :

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

A 是正交矩阵, 故 $A^{-1} = A^T$, 其元素可用单元三顶点的整体坐标表达出来。

由整体坐标到局部坐标的坐标变换为

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

其中 x_0 等是整体坐标原点 O' 的局部坐标。由局部坐标到整体坐标的坐标变换为

$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} = A^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x'_0 \\ y'_0 \\ z'_0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

其中 x'_0 等是局部坐标原点的整体坐标。

表面节点在局部坐标系中的位移分量 u 、 v 、 w 可用 u' 、 v' 、 w' 表示如下

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{Bmatrix} \quad (11)$$

由上式可求出 15 个广义位移中的 9 个。在局部坐标系中, 转角的表达式为(注意, 整体坐标系中无此关系)

$$\theta_x = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad (12)$$

设叶面的方程为

$$z' = f(x', y') \quad (13)$$

则叶面上任一点 P 的位置由 x' 、 y' 所确定, 其位移分量可表示成 x' 、 y' 的二元函数:

$$\begin{aligned} u &= u'(x', y') \\ v &= v'(x', y') \\ w &= w'(x', y') \end{aligned} \quad (14)$$

考虑叶片的某一单元及其邻近处, 用局部坐标表示的叶面方程为

$$z = g(x, y) \quad (15)$$

位移分量 u 、 v 、 w 是 x 、 y 的二元函数:

$$\begin{aligned} u &= u(x, y) \\ v &= v(x, y) \\ w &= w(x, y) \end{aligned} \quad (16)$$

把(15)式代入(10)式可得

$$\begin{aligned} x' &= \lambda_{11}x + \lambda_{21}y + \lambda_{31}g(x, y) + x'_0 \\ y' &= \lambda_{12}x + \lambda_{22}y + \lambda_{32}g(x, y) + y'_0 \end{aligned} \quad (17)$$

通过(11)、(14)、(17)等式, w 是 x, y 的函数。于是有

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{\partial w}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{\partial w}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial y} \end{aligned} \quad (18)$$

由(17)式得

$$\begin{aligned} \frac{\partial x'}{\partial x} &= \lambda_{11} + \lambda_{31} \frac{\partial g}{\partial x}, \quad \frac{\partial x'}{\partial y} = \lambda_{21} + \lambda_{31} \frac{\partial g}{\partial y} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} &= \lambda_{12} + \lambda_{32} \frac{\partial g}{\partial x}, \quad \frac{\partial y'}{\partial y} = \lambda_{22} + \lambda_{32} \frac{\partial g}{\partial y} \end{aligned} \quad (19)$$

由(11)式得

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x'} &= \lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial x'} + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial x'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial x'} \\ \frac{\partial w}{\partial y'} &= \lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial y'} + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial y'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial y'} \end{aligned} \quad (20)$$

将(19)和(20)式代入(18)式可得

$$\begin{aligned} \theta_x &= \left(\lambda_{21} + \lambda_{31} \frac{\partial g}{\partial y} \right) \left(\lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial x'} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial x'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial x'} \right) \\ &\quad + \left(\lambda_{22} + \lambda_{32} \frac{\partial g}{\partial y} \right) \left(\lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial y'} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial y'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial y'} \right) \\ \theta_y &= - \left(\lambda_{11} + \lambda_{31} \frac{\partial g}{\partial x} \right) \left(\lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial x'} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial x'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial x'} \right) \\ &\quad - \left(\lambda_{12} + \lambda_{32} \frac{\partial g}{\partial x} \right) \left(\lambda_{31} \frac{\partial u'}{\partial y'} \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{32} \frac{\partial v'}{\partial y'} + \lambda_{33} \frac{\partial w'}{\partial y'} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, 各 λ 可由节点坐标求出, $\frac{\partial u'}{\partial x'}$, $\frac{\partial w'}{\partial y'}$ 等可由 u', w' 求出。下面来求 $\frac{\partial g}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial g}{\partial y}$ 。由(9)

式和(13)式得

$$z = \lambda_{31}x' + \lambda_{32}y' + \lambda_{33}f(x', y') + z_0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x'} = \lambda_{31} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial x'}, \quad \frac{\partial z}{\partial y'} = \lambda_{32} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial y'} \quad (23)$$

再利用复合函数微分法并利用(19)式即得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial x} &= \frac{\lambda_{11} \left(\lambda_{31} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial x'} \right) + \lambda_{12} \left(\lambda_{32} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial y'} \right)}{1 - \left[\lambda_{31} \left(\lambda_{31} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial x'} \right) + \lambda_{32} \left(\lambda_{32} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right]} \\ \frac{\partial g}{\partial y} &= \frac{\lambda_{21} \left(\lambda_{31} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial x'} \right) + \lambda_{22} \left(\lambda_{32} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial y'} \right)}{1 - \left[\lambda_{31} \left(\lambda_{31} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial x'} \right) + \lambda_{32} \left(\lambda_{32} + \lambda_{33} \frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right]} \end{aligned} \quad (24)$$

利用(21)和(24)式即可求出一个表面单元的另外6个广义位移——节点处的转角。

3. 中面节点广义位移的计算

设与表面节点 P 对应的中面节点为 Q , 则 P 就在通过 Q 的中面法线上, PQ 即为该处叶片厚度 t 之半。我们把单元看作是薄板, 其应力状态是平面应力和弯扭应力两种状态的组合。根据弹性力学知识, 在薄板变形过程中法线始终保持为法线, 所以

$$\theta_x(Q) = \theta_x(P), \quad \theta_y(Q) = \theta_y(P) \quad (25)$$

以下用足标 p 和 b 分别表示平面应力状态和弯扭应力状态。按照弹性力学的假设, 薄板在弯扭应力状态下:

a) 法线没有伸缩, 因而

$$w_b(P) = w_b(Q) - \frac{t}{2} (1 - \cos \psi) \quad (26)$$

其中 ψ 是法线的转角, 是一个微量, 故上式中的最后一项可略去, 从而得

$$w_b(Q) = w_b(P) \quad (27)$$

b) 中面节点没有沿中面的位移, 即

$$v_b(Q) = v_b(P) = 0 \quad (28)$$

c) 法线仍保持为法线, 故有

$$u_b(P) = \frac{t}{2} \theta_y, \quad v_b(P) = -\frac{t}{2} \theta_x \quad (29)$$

薄板在平面应力状态下:

a) 中面保持为中面, 所以

$$w_p(Q) = 0 \quad (30)$$

b) 法线保持为法线, 故

$$u_p(Q) = u_p(P), \quad v_p(Q) = v_p(P) \quad (31)$$

c) $w_p(P)$

$$= -\frac{\mu t}{2(1-\mu)} \left[\frac{\partial u_p(P)}{\partial x} + \frac{\partial v_p(P)}{\partial y} \right] \quad (32)$$

其中

$$\frac{\partial u_p(P)}{\partial x} = \frac{1}{2A} (c_i v_i + c_j v_j + c_m v_m) \quad (33)$$

$$\frac{\partial v_p(P)}{\partial y} = \frac{1}{2A} (b_i u_i + b_j u_j + b_m u_m)$$

μ 为材料的泊桑比, A 为单元面积, u_i, v_i 等是平面应力状态下节点的广义位移, b_i, c_i 等是单元常数:

$$\begin{aligned} b_i &= y_j - y_m \\ c_i &= -x_j + x_m \end{aligned} \quad (i, j, m \text{ 轮换}) \quad (34)$$

对于叶片上任一点, 总位移是两种位移的代数和, 由(27)至(32)式可得

$$\begin{aligned} u(Q) &= u(P) - \frac{t}{2} \theta_y \\ v(Q) &= v(P) + \frac{t}{2} \theta_x \\ w(Q) &= w(P) \\ &+ \frac{\mu t}{2(1-\mu)} \left[\frac{\partial u_p(P)}{\partial x} + \frac{\partial v_p(P)}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

4. 应力计算公式

a) 与平面应力有关的位移分量是 u_i, v_i 等, 平面应力状态下单元应力是常数, 应力计算公式是^[7]

$$[\sigma_x^p \sigma_y^p \tau_{xy}^p]^T = S [u_i v_i u_j v_j u_m v_m]^T \quad (36)$$

其中 S 为一矩阵,

$$\begin{aligned} S &= [S_i S_j S_m], \\ S_i &= \frac{E}{2(1-\mu)A} \begin{bmatrix} b_i & \mu c_i \\ \mu b_i & c_i \\ \frac{1-\mu}{2} c_i & \frac{1-\mu}{2} b_i \end{bmatrix} \\ &(i, j, m \text{ 轮换}) \end{aligned}$$

E 为材料的杨氏模量。

b) 三角形平板单元在弯扭应力状态下应力与位移的关系为

$$\begin{aligned} &[\sigma_x^b \sigma_y^b \tau_{xy}^b]^T \\ &= \frac{12z}{t^3} S [w_i \theta_{xi} \theta_{yi} w_j \theta_{xj} \theta_{yj} w_m \theta_{xm} \theta_{ym}]^T \end{aligned} \quad (37)$$

其中 t 是单元厚度, 取其平均值, 即 $t = \frac{1}{3}(t_i + t_j + t_m)$, t_i 等为单元顶点处的厚度; z 为所考虑点的一个局部坐标; S 是一个矩阵, 为四个矩阵的乘积^[7]

$$S = DACT \quad (38)$$

c) 总应力是平面应力和弯扭应力之和:

$$\sigma_x = \sigma_x^p + \sigma_x^b, \quad \sigma_y = \sigma_y^p + \sigma_y^b, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^p + \tau_{xy}^b \quad (39)$$

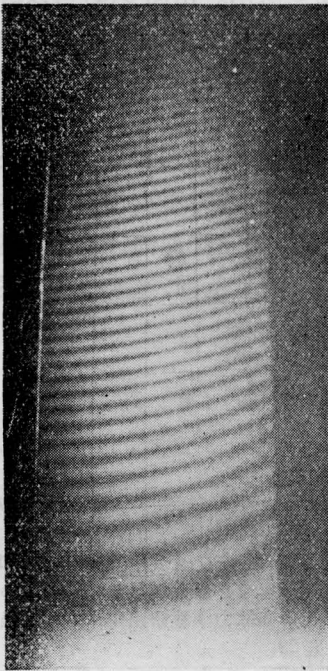
主应力 σ_1, σ_2 ($\sigma_1 \geq \sigma_2$) 和 σ_1 的方向与 x 轴的夹角为

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} \quad (40) \\ \alpha &= \frac{1}{2} \arctg \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \\ &+ \frac{\pi}{4} \text{sign } \tau_{xy} [1 - \text{sign}(\sigma_x - \sigma_y)] \quad (41) \end{aligned}$$

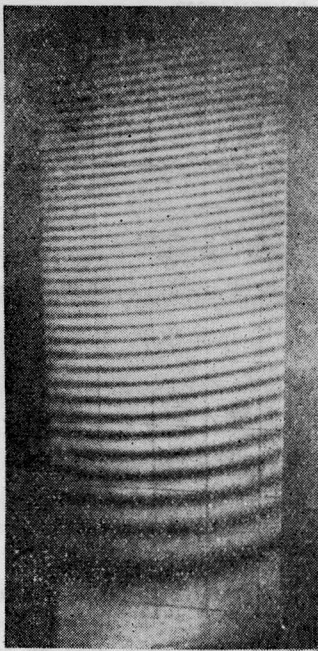
上式中 $|\alpha| < \frac{\pi}{2}$, 当从 x 轴逆钟向转到 σ_1 的方向时, $\alpha > 0$, 当 $\sigma_x = \sigma_y$ 时, $\sigma_1 = \sigma_2$, α 可取任意值。

三、实验结果的获得

我们对一根叶片的一阶弯曲振动成功地同时拍摄了两张时间平均全息图(图6), 用肉眼观察, 直到最顶端的第40级暗条纹仍清晰可辨, 整个再现像上没有不可分辨条纹的区域, 这比通常的结果提高约3倍, 看来还有再提高的潜力。所见文献中的可分辨条纹只有十二、三级, 作者们多把高级条纹模糊不清的原因归结为“条纹反差随振幅的增大而急剧减小”。看来这一理由并不充分: 1) 因为当条纹级数超过5时, 贝塞尔函数的极大值



H_1



H_2

图6 叶片一阶弯曲振动的时平均法全息再现现象照片

减小得很慢，故亮条纹处的光场强度变化并不显著；2) 由于光场强度的极小值 $I_{\min}=0$ ，所以可见度为^[8]

$$V = F(\omega)V_0 = F(\omega) \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = F(\omega) \quad (42)$$

其中 ω 是条纹空间频率，传递函数 $F(\omega)$ 与用以观察的光学系统（肉眼观察时就是人眼）有关，其大致情况如图 7 所示 (F_c 是能分辨条纹的最小可见度， $\bar{\omega}$ 是相应的空间频率)。由此可见，只要条纹不过于密集 ($\omega < \bar{\omega}$)，就有可能分辨出条纹，可分辨的条纹绝不止 20 级。有的作者认为^[9] 可分辨的条纹可达 100 级，但这一理论上的可能性在实验方面尚远未实现，究其原因可能有二：① 干板的质量不够理想，其线性动态范围不够大，只要干板质量不断提高，线性范围不断扩大，要摄得极高级数的条纹，在理论上是完全可能的。② 叶片根部固定不好，夹具并非绝对刚性，振动不具有严格的周期性，从而使条纹增宽，暗条纹亮度增加，亮条纹亮度减小；空间频率稍大，明暗条纹便重迭交错，于是就模糊不清，无法分辨了。

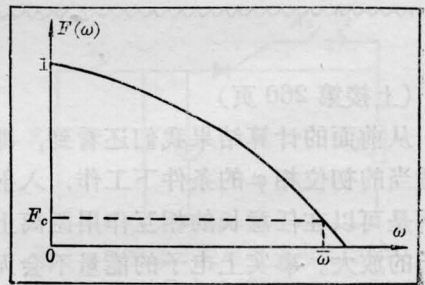


图 7

为了获得好的实验结果，采取了如下的改进措施：

1) 对夹具作了改进，尽量夹紧并减小弹性变形，然后夹紧在大平口钳上，并把平口钳与实验台牢固地粘在一起。

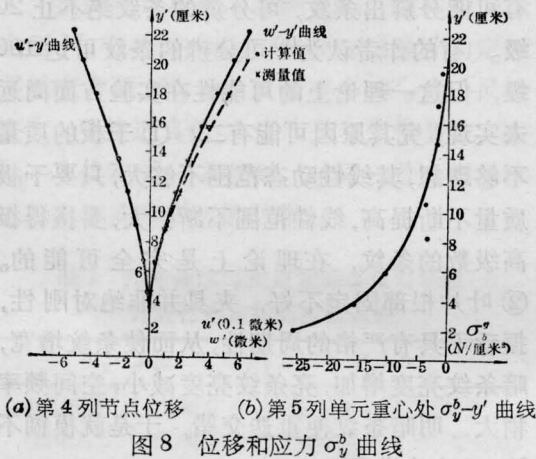
2) 把所有光学元件和干板架都牢牢固定在台面上。

3) 在叶片表面涂一层白漆,干后再涂一薄层玻璃珠涂料,以改善表面的反射和散射效果。

4) 适当增加叶片顶部(大振幅处)的物光强度。

四、计算结果

采用自编程序对某发动机第二级压气机叶片的一阶弯曲振动进行了计算,并用



WFC-1型涡流传感器对位移进行了测量,结果如图8所示。由图8(a)可以看出,用两种方法得到的 w' 大体上是一致的;由图8(b)看出弯扭应力 σ_y' 的分布也是合理的。

采用全息干涉术的时间平均法求位移分布,结合有限单元法计算应力,是振动测量中的一种新方法,具有不少优点,但尚有不少工作需要,如三维振幅计算公式的推导,继续提高振幅测量范围,选取更合理的单元,误差分析等。

参考文献

- [1] 村田正义;《机械の研究》,1976,10, No. 10, 1164~1168.
- [2] W. Gebhardt; *Z. F. Werkstofftechnik*, 1974, 5, No. 3, 138~142.
- [3] 谭玉山等;《西安交通大学学报》,1980,14, No. 2, 77.
- [4] 傅志芳;《上海交通大学学报》,1980, No. 2, 39.
- [5] 浙江大学固体力学教研组等;《机械强度》,1977, No. 3, 29.
- [6] R. J. Collier et al.; "Optical Holography", 438~442, Academic Press, New York and London, 1971.
- [7] 华东水利学院;“弹性力学问题的有限单元法”,水利电力出版社,1978.
- [8] 毋国光,战元龄;“光学”,人民教育出版社,1978.
- [9] M. R. Wall; *Opt. Technol.*, 1969, 1, 266~270.

(上接第260页)

从前面的计算结果我们还看到,即使是在适当的初位相 φ 的条件下工作,入射光也并不是可以在任意长的相互作用距离上得到电子的放大。事实上电子的能量不会无止境地降低,最后变成静止状态的电子。相对论电子的能量降低到一定程度后,就不会再降低能量,非相对论电子决不会获得大于零的激光放大系数^[5]。在我们所选的计算条件下,相互作用的长度超过1.4米,相对论电子的能量就不再继续减小,反而向辐射场吸收能量了。所以自由电子激光器的工作长度不象普通的激光器,它的有效工作长度会受到限

制。关于工作长度受那些因素影响,如何提高相互作用长度,我们将在另外一篇文章中介绍。

参考文献

- [1] T. Tajima, J. M. Dawson; *Phys. Rev. Lett.*, 1979, 43, 267;
- [2] W. B. Colson, C. K. Ride; *Appl. Phys.*, 1979, 20, 64.
- [3] 王之江;《自由电子振荡辐射》,长春光机所刊集(1964).
- [4] H. Motz; *J. Appl. Phys.*, 1951, 22, 527.
J. M. J. Madey; *J. Appl. Phys.*, 1971, 42, 1906.
- [5] S. K. Ride, W. B. Colson; *Appl. Phys.*, 1979, 20, 41.