

# 自由电子激光器的位相条件

雷仕湛 陈建文 赵东焕

(中国科学院上海光机所)

**提要:** 基于相对论电子在光场和静态磁场作用下的能量方程和洛仑兹方程, 分析了自由电子激光器运转的位相条件。结果表明, 入射光波相对于相对论电子束的初位相  $\varphi$  在第1和第4象限, 相对论电子的能量将主要表现为能量减低, 初位相  $\varphi$  在第2和第3象限主要表现为使相对论电子进一步被加速。

## Phase conditions for free electron lasers

Lei Shizhan, Chen Jianwen, Zhao Donghuan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

**Abstract:** The phase conditions for free electron lasers are analyzed on the basis of energy equations and Lorentz equations for the interaction of relativistic electrons with magnetostatic field and laser field. It is shown that the energy of relativistic electrons are reduced when the initial phase  $\varphi$  of incident light lies in the first and the fourth quadrants with respect to the relativistic electron beam. When the initial phase  $\varphi$  lies in the second and the third quadrants, the relativistic electrons are further accelerated.

## 引 言

近几年来, 关于利用激光与相对论自由电子的相互作用建立光子加速器和自由电子激光器的讨论颇为热烈。高能加速器的研究者认为, 利用高功率激光束有希望在很短的距离上, 便可以把电子加速到千兆电子伏<sup>[1,2]</sup>, 同样地, 相对论自由电子也可以放大入射的激光束, 有希望制成功一种新型的激光器——自由电子激光器<sup>[3~5]</sup>。自由电子激光器估计具有几方面突出的优点: 相干辐射

频率能够在很宽的频率范围内连续调谐; 在现有的电子枪和加速器能够得到的电子能量范围内, 估计可以获得波长从毫米到1000埃之间任意波长的相干辐射; 其次, 能量转换效率很高, 在理想的条件下估计有可能使自由电子30%的能量转换成相干辐射, 因而也就有希望获得巨脉冲功率相干辐射。

既然利用激光与自由电子的相互作用, 既可以做成光子加速器, 也可以做成自由电子激光器, 自然会提出这样的问题, 即如何选择工作条件, 使得相互作用的结果是成为

收稿日期: 1982年7月28日。

自由电子激光器, 而不是光子加速器; 或者反过来, 成为光子加速器而不是自由电子激光器。我们根据相对论电子与周期静态磁场和激光的电磁场相互作用的能量方程和洛仑兹方程, 对这个问题做了初步分析, 得到了若干结果。

## 基本方程

假定入射的激光是沿  $z$  轴传播的高斯型线性偏振光, 偏振方向沿  $x$  轴, 光束的光腰半径是  $W_0$ , 振动频率为  $W_r$ 。也就是说, 入射激光束的电场  $E_r$  和磁场  $B_r$  分别是:

$$\begin{aligned} E_r &= E_0(E_x, 0); \\ B_r &= E_0(0, B_y, 0); \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $E_0$  是光电场的振幅。

假定静态周期磁场  $B_m$  是正弦函数, 周期长度为  $\lambda_g$ , 沿  $z$  方向作周期变化, 磁场方向是沿  $x$  轴, 即  $B_m$  是:

$$B_m = B_{0m}(B_x, 0, 0); \quad (2)$$

式中  $B_{0m}$  是静态磁场的振幅。

相对论电子沿  $z$  轴传播, 初始能量是  $m_0 r_0 c^2$ , 其中  $m_0$  是电子的静止质量,  $r_0$  是相对论因子

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

在  $t=0$  时的值,  $\beta = \frac{V}{c}$ ,  $c$  是光速,  $V$  是相对论电子的运动速度。因为  $m_0$  和  $c$  都是常数, 所以下面我们简单地把  $r$  称作电子的能量。在入射光电磁场  $E$  的作用下, 运动速度为  $c\beta$  的电子在给定时刻的能量变化, 由下面的能量方程描写

$$m_0 c \frac{d\gamma}{dt} = -|e|\beta E \quad (3)$$

在电场  $E$ 、磁场  $B_r$  和  $B_m$  的作用下, 电子运动速度  $c\beta$  的变化由洛仑兹方程描写:

$$\frac{d}{dt}(\gamma\beta) = \frac{-|e|\hbar}{m_0 c} (E + \beta \times B) \quad (4)$$

式中  $e$  为电子的电荷, 电场  $E$  包括原入射激

光束的电场  $E_r$ , 以及由相对论电子辐射产生的电场  $E'$ , 即

$$E = E_r + E' \quad (5)$$

磁场强度  $B$  包括静态周期磁场  $B_m$ 、入射光的磁场  $B_r$  和电子辐射的磁场  $B'$ , 即

$$B = B_m + B_r + B' \quad (6)$$

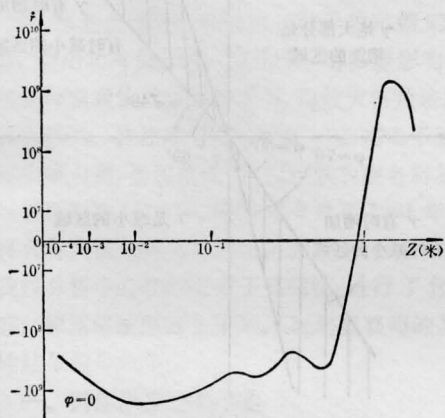
## 结果和讨论

从公式(3)我们看到, 当相对论电子的运动方向与电场  $E$  的振动方向是相同的时候, 相对论电子在运动过程中能量随时间减少, 入射光束的电场强度获得增强, 亦即获得辐射放大的作用。反过来, 如果电子运动的方向和电场  $E$  的振动方向相反, 相对论电子将进一步加速, 入射光辐射的能量将减少。但是电场  $E$  的位相并不是常数, 而是随时间迅速地变化着。所以假如电子的运动速度  $c\beta$  与电场  $E$  并不是同步变化的话, 那么在能够实际被利用的宏观时间内, 电子能量变化的平均值将等于零。根据[1, 2]的分析, 引入静态磁场, 使相对论电子走螺旋形的路径, 就可以避免电子能量变化的时间平均值  $\overline{\frac{d\gamma}{dt}}$  等于零的局面。而  $\overline{\frac{d\gamma}{dt}}$  是大于零还是小于零, 估计是与激光束和相对论电子进入磁场时的初始状态有关系。为了找到它们的关系, 我们用电子计算机对方程(3)和方程(4)进行数值解。计算的条件是: 入射激光束的功率密度  $3 \times 10^4$  瓦/厘米<sup>2</sup>, 光束的光腰直径 5 毫米, 波长是 10.6 微米。静态磁场强度振幅  $B_{0m}$  是 0.24 韦伯, 磁场周期长度  $\lambda_g$  等于 1 厘米。相对论电子束的初始能量  $\gamma_0$  是 47 兆电子伏。

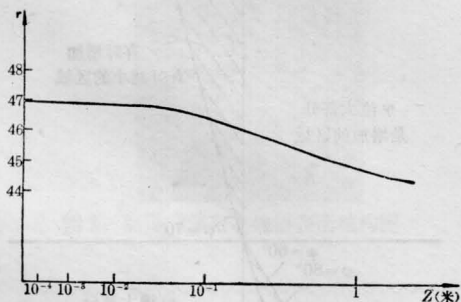
我们先对初始位相  $\varphi=0$  的情况进行了计算, 计算的结果绘于图 1, 其中(a)是相对论电子的能量变化率  $\frac{d\gamma}{dt}$  沿  $z$  轴方向的变化, (b)是相对论电子的能量  $\gamma$  沿  $z$  轴的变化。由图 1(a)我们看到, 初始位相  $\varphi$  在所取

的数值范围内, 电子能量的变化率  $\dot{\gamma}$  是负值, 相互作用一直延伸一米之后才出现  $\frac{d\gamma}{dt} > 0$  的情况。这意味着在相互作用的初始阶段, 相对论电子的能量减少, 入射的辐射被相对论电子放大。从图1(b)我们看到, 相对论电子的能量在 1.38 米这段相互作用距离上单调下降, 它约有 4.8% 的能量转换成相干辐射能。

图 2 是初位相  $\varphi$  取 2.8 时, 相对论电子的能量沿  $z$  轴的变化。由图可见, 电子的能量  $\gamma$  是单调地随相互作用长度而增加的, 这表明, 此初始条件可做光子加速器。



(a) 相对论电子能量变化率  $\dot{\gamma}$  沿  $z$  轴的变化



(b)  $\varphi=0$  时电子的动能沿  $z$  轴的变化

图 1 初位相  $\varphi=0$  的情况

当初位相  $\varphi$  取 4.4 时出现的情况既不同于图 1, 也和图 2 不同。由图 3(a) 我们看到,  $\dot{\gamma}$  沿  $z$  轴的变化是周期函数,  $\dot{\gamma}$  在一段距离上表现为正值, 而在另外一段距离上则表现为负值, 亦即电子在一段距离上获得能量,

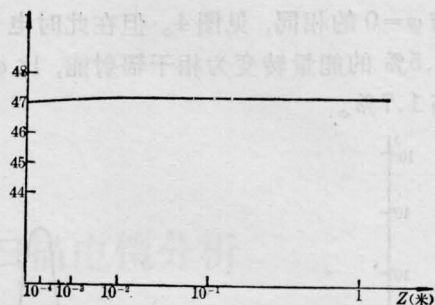
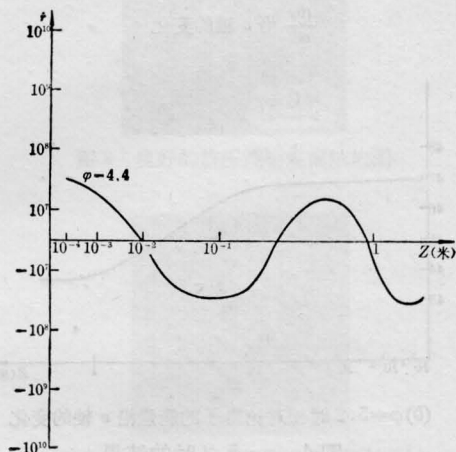


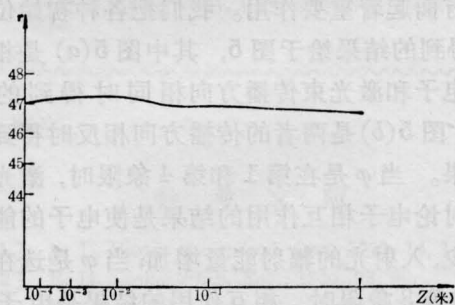
图 2  $\varphi=2.8$  时相对论电子沿  $z$  轴的变化

而在另外一段距离上则又损失掉所得到的能量。平均起来电子的能量既没有增加, 也没有减少。所以如果初始条件是如此选择, 对做自由电子激光器或者做光子加速器都不合适。

当初位相  $\varphi$  再增大到 5.2, 所得到的结



(a)  $\varphi=4.4$  时相对论电子的动能变化率  $\frac{d\gamma}{dt}$  沿  $z$  轴的变化

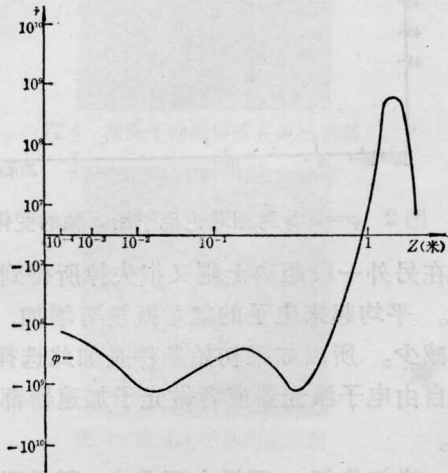


(b)  $\varphi=4.4$  时相对论电子的能量沿  $z$  轴的变化

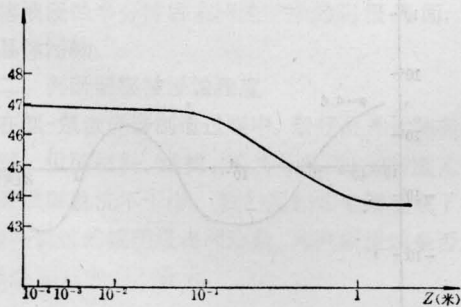
图 3 初位相  $\varphi=4.4$  的情形



果与  $\varphi=0$  的相同, 见图 4。但在此时电子将有 6.5% 的能量转变为相干辐射能, 比  $\varphi=0$  时高 1.7%。



(a)  $\varphi=5.2$  时相对论电子的能量变化率  $\frac{d\gamma}{dz}$  沿  $z$  轴的变化

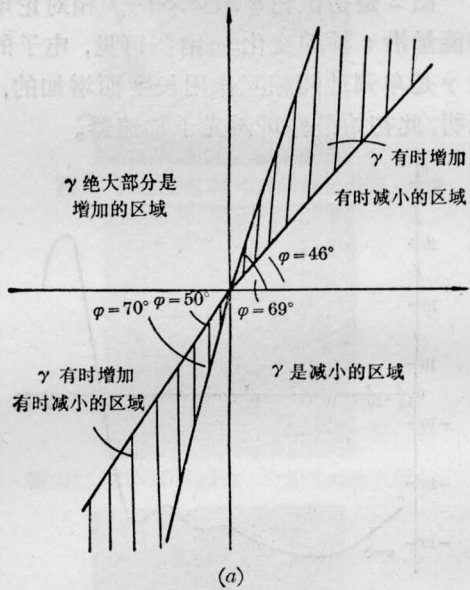


(b)  $\varphi=5.2$  时相对论电子的能量沿  $z$  轴的变化

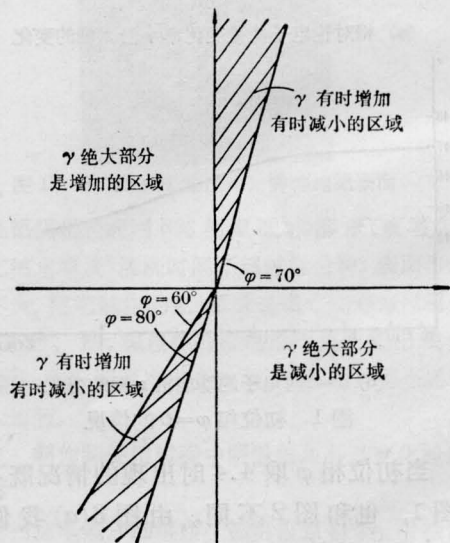
图 4  $\varphi=5.2$  时的结果

由计算的结果我们看到, 入射光的初位相  $\varphi$  对于光辐射与相对论电子之间交换能量的方面起着重要作用。我们把各种初始位相  $\varphi$  得到的结果绘于图 5, 其中图 5(a) 是相对论电子和激光束传播方向相同时得到的结果, 图 5(b) 是两者的传播方向相反时得到的结果。当  $\varphi$  是在第 1 和第 4 象限时, 激光与相对论电子相互作用的结果是使电子的能量减少, 入射光的辐射能量增加; 当  $\varphi$  是选在第 2 和第 3 象限时, 相互作用的结果是电子的能量增加, 入射光的辐射能量减少。或者说在光波振动位相图上, 第 1 和第 4 象限是自

由电子激光器工作区, 而第 2 和第 3 象限是光子加速器的工作区。此外, 从图 5 还看到, 在第 1 和第 3 象限上还出现一个  $\gamma$  平均值保持不变的区域, 我们称它们为零增益区, 如果初始位相选择在这个区域, 则对做光子加速器或自由电子激光器都不利。相对论电子和入射光是相向传播时, 零增益区的范围比两者相同方向传播时窄一些, 这表明采用前一种工作方式将可以获得稍高的增益。



(a)



(b)

图 5

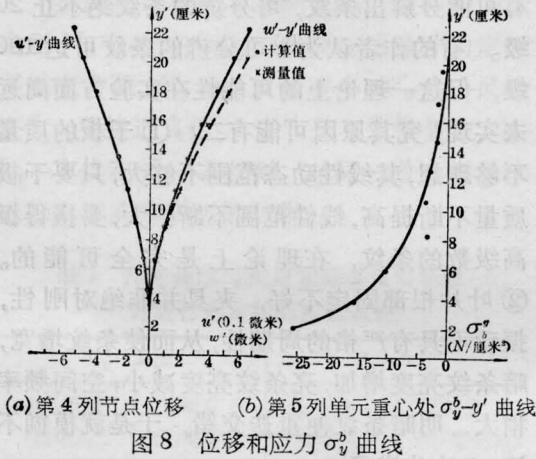
(下转第 268 页)

3) 在叶片表面涂一层白漆,干后再涂一薄层玻璃珠涂料,以改善表面的反射和散射效果。

4) 适当增加叶片顶部(大振幅处)的物光强度。

#### 四、计算结果

采用自编程序对某发动机第二级压气机叶片的一阶弯曲振动进行了计算,并用



WFC-1型涡流传感器对位移进行了测量,结果如图8所示。由图8(a)可以看出,用两种方法得到的 $w'$ 大体上是一致的;由图8(b)看出弯扭应力 $\sigma_y'$ 的分布也是合理的。

采用全息干涉术的时间平均法求位移分布,结合有限单元法计算应力,是振动测量中的一种新方法,具有不少优点,但尚有不少工作需要,如三维振幅计算公式的推导,继续提高振幅测量范围,选取更合理的单元,误差分析等。

#### 参考文献

- [1] 村田正义;《机械の研究》,1976,10, No. 10, 1164~1168.
- [2] W. Gebhardt; *Z. F. Werkstofftechnik*, 1974, 5, No. 3, 138~142.
- [3] 谭玉山等;《西安交通大学学报》,1980,14, No. 2, 77.
- [4] 傅志芳;《上海交通大学学报》,1980, No. 2, 39.
- [5] 浙江大学固体力学教研组等;《机械强度》, 1977, No. 3, 29.
- [6] R. J Collier et al.; "Optical Holography", 438~442, Academic Press, New York and London, 1971.
- [7] 华东水利学院;“弹性力学问题的有限单元法”, 水利电力出版社, 1978.
- [8] 毋国光, 战元龄;“光学”, 人民教育出版社, 1978.
- [9] M. R. Wall; *Opt. Technol.*, 1969, 1, 266~270.

(上接第260页)

从前面的计算结果我们还看到,即使是在适当的初位相 $\varphi$ 的条件下工作,入射光也并不是可以在任意长的相互作用距离上得到电子的放大。事实上电子的能量不会无止境地降低,最后变成静止状态的电子。相对论电子的能量降低到一定程度后,就不会再降低能量,非相对论电子决不会获得大于零的激光放大系数<sup>[5]</sup>。在我们所选的计算条件下,相互作用的长度超过1.4米,相对论电子的能量就不再继续减小,反而向辐射场吸收能量了。所以自由电子激光器的工作长度不象普通的激光器,它的有效工作长度会受到限

制。关于工作长度受那些因素影响,如何提高相互作用长度,我们将在另外一篇文章中介绍。

#### 参考文献

- [1] T. Tajima, J. M. Dawson; *Phys. Rev. Lett.*, 1979, 43, 267;
- [2] W. B. Colson, C. K. Ride; *Appl. Phys.*, 1979, 20, 64.
- [3] 王之江;《自由电子振荡辐射》, 长春光机所刊集(1964).
- [4] H. Motz; *J. Appl. Phys.*, 1951, 22, 527.  
J. M. J. Madey; *J. Appl. Phys.*, 1971, 42, 1906.
- [5] S. K. Ride, W. B. Colson; *Appl. Phys.*, 1979, 20, 41.