

多层介质膜的角散射

范正修

(中国科学院上海光机所)

提要: 在 Beckmann 表面散射的基础上求出多层介质膜的角散射公式, 计算了 21 层 $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ 反射膜对不同波长的角散射。

Angle scattering of multilayer dielectric thin films

Fan Zhenxiu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The formulas for angle scattering of multilayer dielectric thin films are derived on the basis of Beckmann surface scattering. The angle scattering of 21 layers of $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ reflective coatings at various wavelengths are calculated.

引言

表面散射和体散射是考查光学薄膜性质的重要参量。研究和测量光学薄膜的散射, 不仅可以知道薄膜的光学质量, 而且还可以得到薄膜结构的大量信息。我们曾采用 Beckmann 的一维散射模型计算了表面散射存在的条件下光学薄膜镜面方向的反射率和透过率。本文报导的是我们用这个膜型计算多层介质膜的角散射, 并对计算结果进行初步分析。

薄膜界面的角散射

如果 E_2 和 E_0 分别表示粗糙表面和光滑表面的散射场, 并令 $\rho = E_2/E_0$, 则

$$\rho = \frac{1}{4L \cos \theta_1 r} \int_{-L}^L (az' - b) e^{i(v_z z + v_z z^2)} dx \quad (1)$$

这里 $2L$ 为入射光斑的直径; r 为表面反射系数; $z' = \frac{dz}{dx}$ 是粗糙表面起伏的斜率。

$$a = (1+r) \sin \theta_1 + (1-r) \sin \theta_2 \quad (2)$$

$$b = (1+r) \cos \theta_2 - (1-r) \cos \theta_1 \quad (3)$$

$$v_x = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) \quad (4)$$

$$v_z = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad (5)$$

上述各式中的 θ_1 为入射角; λ 为介质中的波长; θ_2 为散射角。

令 σ 为散射表面的均方根粗糙度; T 为散射表面的相关长度; $g = v_z^2 \sigma^2$ 。在表面粗糙度是正则分布的条件下, 则有:

收稿日期: 1982年3月9日。

$$\begin{aligned} \langle \rho \rho^* \rangle &= \left\langle \frac{E_2^2}{E_0^2} \right\rangle \\ &= e^{-\rho} \left[\sin c(v_x L) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{\pi} b^2 T}{8 L \cos^2 \theta_1 r^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-v_x^2 T^2 / 4m} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

式中中括弧内的第一项表示镜面反射因子,第二项是漫散射因子。由(6)式可求得界面的反射率:

$$R = R_0 \langle \rho \rho^* \rangle$$

其中 R_0 为光滑表面的反射率。

令 D 表示漫散射率的角分布,

$$D = \frac{\sqrt{\pi} b^2 T e^{-\rho}}{8 L \cos^2 \theta_1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-v_x^2 T^2 / 4m} \quad (7)$$

由(7)式可求出各个方向上表面的散射率。

相关长度 T 和光斑半径 L

在上面给出的漫散射表达式中,包含了相关长度 T 和光斑半径 L 这两个参数。相关长度是粗糙界面的相关性下降到 $1/e$ 时距离,在我们的模型中,把它看作两随机起伏之间的平均距离。由于一般的薄膜大多是沿柱状生长的,所以 T 就等于柱体之间的平均距离。考虑到光学薄膜的实际情况,这样得到的 T 一般都比光波波长小。事实上 Beckmann 所假设的 T 必须大于 λ 的条件并不是必要的,只要 $T \gg \sigma$, Beckmann 模型就可以应用,这正是大部分光学薄膜的情况。

由(7)可以看出,粗糙表面的漫散射量与光斑直径成反比。这就是说,对于同一粗糙界面,不同的照明状况有不同的散射率,这一点是不符合实际的。事实上,对于一个粗糙界面,不管入射光的光斑多大,它在某一点、某一方向的散射强度,只与该点附近很小的范围有关,这个范围与相关长度 T 同量级,光斑越大,照在界面上的光流密度越低,散射能当然就降低。然而产生散射的部位并非只有

一点。在光斑所及的范围内所有点都可能向某一方向产生散射,这样一来问题就变得比较复杂。为了处理方便,我们把直径 $2L$ 的光斑分成若干个相关区,每个相关区的大小为 $2T$,在 $2T$ 范围内产生的散射量对应于(7)式所表示的散射率。整个光斑产生的角散射是:

$$D_L = D \frac{L}{T} = \frac{\sqrt{\pi} b^2 e^{-\rho}}{8 \cos^2 \theta_1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-v_x^2 T^2 / 4m} \quad (8)$$

多层介质膜的散射场

多层介质膜的散射不仅与界面的散射率有关,而且还和介质膜内部的场强以及散射光在膜层内部的运动状态有关,为了解决这个问题,首先要分析多层膜内部的光场分布。

由多层介质膜的费涅耳递推矩阵,可以得到以下关系式:

$$\begin{bmatrix} E_j^+ \\ E_j^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1j} + ia_{2j} & b_{1j} + ib_{2j} \\ c_{1j} + ic_{2j} & d_{1j} + id_{2j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j+1}^+ \\ E_{j+1}^- \end{bmatrix} \quad (9)$$

这里 E_j^+ 、 E_j^- 分别为第 j 界面, E_{j+1}^+ 、 E_{j+1}^- 分别为 $j+1$ 界面的入射场强和反射场强。一般说来,它们都是复数。由(9)式依次递推,可以在知道膜系反射率和透射率的情况下,得到所有界面上的反射场和入射场,从而得到整个膜层内部的场分布:

$$\text{设 } E_j^+ = E_{1j}^+ + iE_{2j}^+, \quad E_j^- = E_{1j}^- + iE_{2j}^-$$

在 j 层膜内部的某一点的反射场和入射场分别为 $E_j^+ e^{i\delta_{jk}}$ 、 $E_j^- e^{i\delta_{jk}}$,其中 δ_{jk} 为第 j 层膜内第 k 点处的位相角。则在该点的合成场强平方为:

$$\begin{aligned} |E_{jk}|^2 &= |(E_{1j}^+ + iE_{2j}^+) e^{i\delta_{jk}} + (E_{1j}^- \\ &\quad + iE_{2j}^-) e^{i\delta_{jk}}|^2 = E_{1j}^{+2} + E_{2j}^{+2} + E_{1j}^{-2} \\ &\quad + E_{2j}^{-2} + 2[(E_{1j}^+ E_{1j}^- + E_{2j}^+ E_{2j}^-) \cos 2\delta_{jk} \\ &\quad + (E_{1j}^- E_{2j}^+ + E_{1j}^+ E_{2j}^-) \sin 2\delta_{jk}] \end{aligned} \quad (10)$$

第 j 界面上的表面散射强度的角分布:

$$I_{sj0} = |E_{j0}|^2 D_{Lj} R_j n_j \quad (11)$$

D_{Lj} 为第 j 界面的散射率; R_j 为第 j 界面处膜系的反射率, 等于:

$$R_j = |E_j^- / E_j^+|^2 \quad (12)$$

n_j 为第 j 层膜的折射率。对所有界面求和可以得到入射半空间的角散射:

$$I_{ss0} = \sum_j I_{sj0} \prod_{i=1}^j (1 - r_{0i}^2) \quad (13)$$

这里 r_{0i} 为第 i 界面的反射系数。同样过程可以求出透射半空间的角散射, 只要用 g_1 代替 g , T_j 代替 R_j , 则以上有关入射半空间的表达式便可以用于透射半空间。这里的 $g_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_j \cos \theta_1 + n_{j+1} \cos \theta_2)$; $T_j = |E_{j+1}^+ / E_j^+|^2$ 。 λ_0 是真空波长。对 θ_2 求积分则可以求得总的积分散射:

$$I_{ss} = \int_{\theta} I_{ss0} d\theta_2 \quad (14)$$

计算结果

利用以上计算过程, 我们计算了 21 层 $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ 全反射介质膜的表面散射损耗及其角分布。

图 1 给出薄膜的镜面反射和表面散射积分损耗的光谱曲线。和文献[1]不同, 在计算镜面反射时, 我们没有考虑镜面方向的散射项。图中的积分散射损耗是由 $1-R-T$ 给出的。

图 2 给出该反射膜中心波长处的光强分布。由图可以看出, 光强的极小值在偶数界面上, 极大值在奇数界面上, 并且逐渐降低, 到第七界面时下降了将近十倍。图 3 给出光谱透过第一个峰值处 ($R \sim 0.05$) 的场分布。可以看出, 光强的极大和极小都不一定出现在界面上。最大值出现在中间几层膜上, 光强的峰值比入射光强大 4 倍, 光强的分布决定了损耗的大小, 在后一种情况下的损耗比中心波长一个大数量级以上。图 4 给出反射带起峰区的场分布情况, 可以看出, 这时

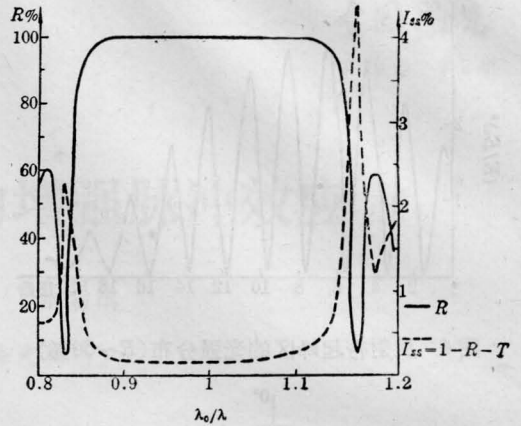


图 1 表面存在漫散射时 21 层 $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ 反射膜的反射和损耗光谱曲线
 $\text{TiO}_2 \quad \sigma = 10 \text{ \AA} \quad T = 500 \text{ \AA}; \text{SiO}_2 \quad \sigma = 10 \text{ \AA} \quad T = 500 \text{ \AA}$

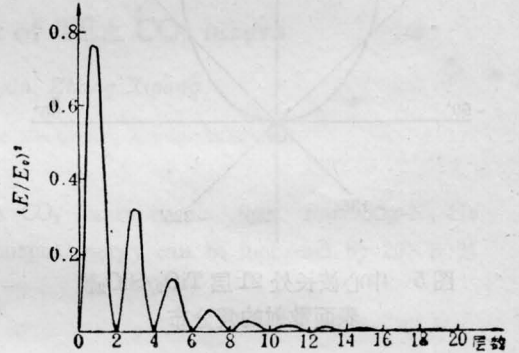


图 2 中心波长处光强在膜层中间中的分布

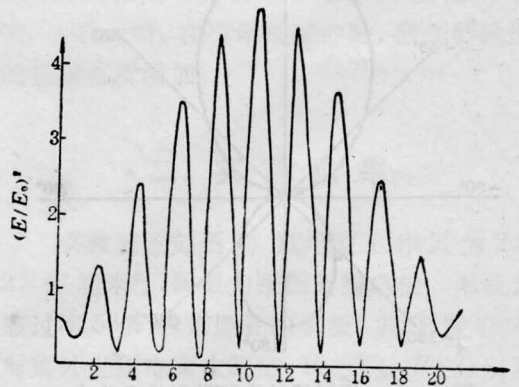


图 3 第一透过峰的光强分布 ($R \sim 0.05$)

的场分布介于上面两种情况之间, 最强场出现在离入射表面比较近的地方。

图 5~7 给出以上三种情况的角散射。由图可见, 三种部位角散射, 最大值都发生在

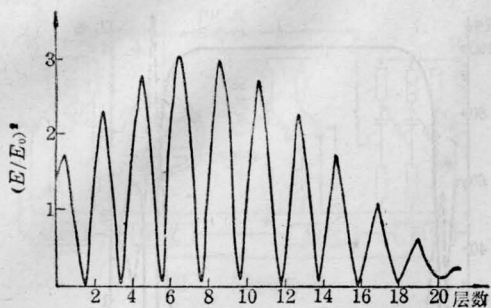


图4 反射带起峰区的光强分布($R \sim 60\%$)

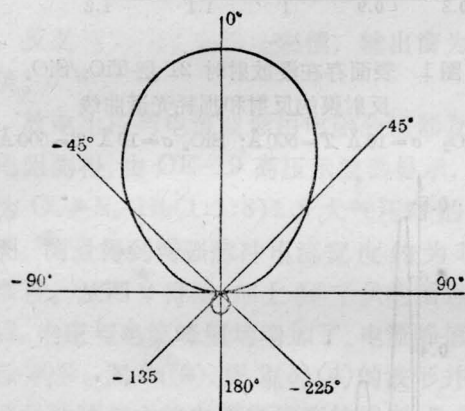


图5 中心波长处 21 层 $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ 膜表面散射的角分布

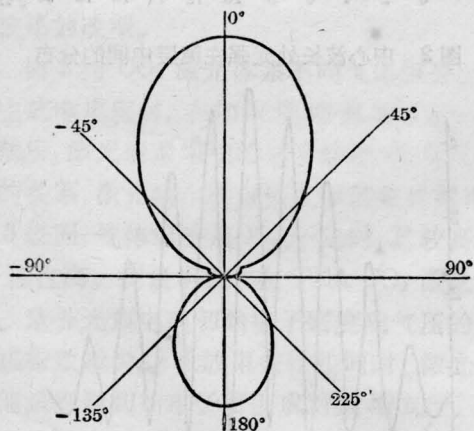


图6 第一透过峰处表面散射的角分布

镜面方向上。随着散射角的增大,平滑的减少,只有第二种情况在大角度散射时才略有波纹。对透射散射,其数值随薄膜透过率的

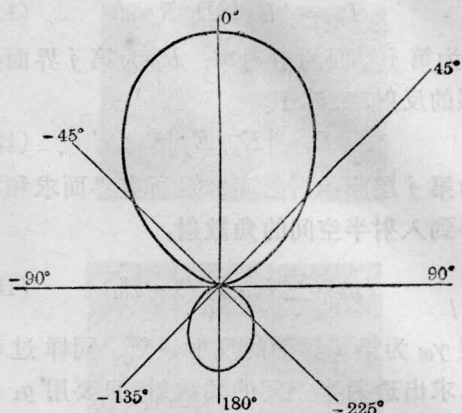


图7 反射带起峰区表面散射的角分布

增大而增大,其角分布形状与反射散射类似。不论哪种情况,透射散射都低于反射散射。

角散射角向积分的结果列于表 1,同时列入 $1-R-T$ 的数值,以便进行比较。

表 1

	中心波长	第一透过峰	反射带起峰区
反射率(%)	99.830	5.209	60.577
透射率(%)	0.013	92.423	37.731
$1-R-T$ (%)	0.157	2.368	1.692
I_{ss} (%)	0.235	1.613	1.422

把表中的 $1-R-T$ 与 I_{ss} 相比发现,随着反射率的增加, I_{ss} 与 $1-R-T$ 之差由负值逐步变为正值,这可能是由处理薄膜内部散射光多次反射引起的误差。同时由于模型的粗糙和计算过程的近似处理,产生这样的误差是可以理解的。但是,不论哪种情况,计算结果差异并不甚大,这说明我们的计算分析,在一定程度上还是反映了散射过程的本质。

参 考 文 献

- [1] 范正修;《激光》,1981, 8, No. 8, 45.
- [2] P. Beckmann, A. Spizzichizo; The Scattering of Electromagnetic Wave From Rough Surface, London Pergamon, 1963.