

点全息图的弯曲特性

徐 昆 贤

(上海市激光技术研究所)

提要: 与称为整体弯曲的透镜分析设计技术相类似,对点全息图的弯曲特性作了研究。

Bending characteristics of point holograms

Xu Kunxian

(Shanghai Institute of Laser Technology)

Abstract: Similar to some of the lens analysis and design techniques known as bending, the bending characteristics of point holograms are examined.

一、点全息图的象差

点源全息图的成象特性若干作者均作过研究。如图1所示,假定点源 N_0 、 N_R 、 N_C 、 N_I 分别表示物点源、参考点源、再现点源和象点在 x, z 平面的位置,全息图 H 在记录和再现时均在 x, y 平面。 R_i 是沿着主光线从全息图中心 O 到点源 N_i 的距离; α_i 是全息图平面法线与 ON_i 之间的夹角,则点源全息图的高斯成象方程为^[1]:

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_C} \pm \mu \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_R} \right), \quad (1)$$

$$\sin \alpha_I = \sin \alpha_C \pm \mu (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_R), \quad (2)$$

其中
$$\mu = \lambda_C / \lambda_0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{f} = \mu \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_R} \right), \quad (4)$$

式中, λ_0 为记录波长; λ_C 为再现波长。虚象

取(+)号,实象取(-)号。 R_0 、 R_R 、 R_C 、 R_I 分别为物点源、参考点源、再现点源和象点距全息图的距离; α_0 、 α_R 、 α_C 、 α_I 分别为相应光束的偏置角。

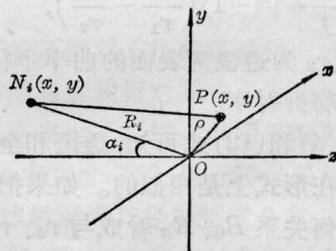


图1 在全息图平面前的点源 N_i 的坐标关系

符号规则为从全息图的法线旋转到诸光束主光线的夹角,顺时针方向为正,反时针方向为负。距离 R 为光束自左至右为正,反之为负。

收稿日期: 1981年10月19日; 收到修改稿日期: 1982年6月25日。

全息图的象差为:

$$\Delta S = -\frac{1}{8\lambda_C} x^4 S, \quad (5)$$

$$\Delta C = \frac{1}{2\lambda_C} x^3 C_x, \quad (6)$$

$$\Delta A = -\left(\frac{1}{2\lambda_C}\right) x^2 A_x, \quad (7)$$

式中, x 为全息图的半径; S 、 C_x 和 A_x 分别为全息图的球差、彗差和象散系数,

$$S = \frac{1}{R_C^3} - \frac{1}{R_I^3} \pm \mu \left(\frac{1}{R_0^3} - \frac{1}{R_R^3} \right), \quad (8)$$

$$C_x = \frac{\sin \alpha_C}{R_C^2} - \frac{\sin \alpha_I}{R_I^2} \pm \mu \left(\frac{\sin \alpha_0}{R_0^2} - \frac{\sin \alpha_R}{R_R^2} \right), \quad (9)$$

$$A_x = \frac{\sin^2 \alpha_C}{R_C} - \frac{\sin^2 \alpha_I}{R_I} \pm \mu \left(\frac{\sin^2 \alpha_0}{R_0} - \frac{\sin^2 \alpha_R}{R_R} \right). \quad (10)$$

二、点全息图的弯曲特性

在常规的多透镜系统的光学设计中常用改变透镜表面曲率半径, 即所谓整体弯曲技术作为校正系统球差的主要方法^[2]。透镜的弯曲系数定义为:

$$q = (r_2 + r_1) / (r_2 - r_1), \quad (11)$$

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (12)$$

式中, r_1 、 r_2 为透镜两表面的曲率半径; n 为透镜的玻璃折射率。

比较(4)和(12)式可知, 透镜和全息图的焦距公式在形式上是相似的。如果把全息图的记录几何关系 R_0 、 R_R 看成与 r_1 、 r_2 相当, 则全息图的弯曲系数 Q 可写成:

$$Q = (R_R + R_0) / (R_R - R_0), \quad (13)$$

由(4)和(13)式, 可求得 R_R 、 R_0 与 Q 的关系:

$$R_0 = 2\mu f / (1+Q), \quad (14)$$

$$R_R = 2\mu f / (Q-1), \quad (15)$$

把(14)、(15)式代入(8)、(9)、(10)式得 S 、 C_x 、 A_x 与 Q 的关系:

$$S = \pm \frac{1}{f^3} \left(\frac{3}{4} \frac{Q^2}{\mu^2} + \frac{1}{4\mu^2} - 1 \right), \quad (16)$$

$$C_x = -\frac{\sin \alpha_C}{f^2} \pm \frac{1}{f^2} \left\{ \frac{1}{4\mu} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_R) Q^2 + \frac{1}{2\mu} (\sin \alpha_0 + \sin \alpha_R) Q + \left(\frac{1}{4\mu} - \mu \right) (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_R) \right\}, \quad (17)$$

$$A_x = \pm \frac{1}{2f} [(\sin^2 \alpha_0 - \sin^2 \alpha_R) Q + (\sin^2 \alpha_R + \sin^2 \alpha_0)] - \frac{1}{f} [\sin \alpha_C \pm \mu (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_R)]^2, \quad (18)$$

式中, 实象取(-)号, 虚象取(+)号。

三、几种典型全息图的象差与 Q 值的关系

1. 轴上全息图

全息图的记录和再现几何学见图 2, 它们的参数为:

$$R_0 = 200 \text{ 毫米}, \quad \alpha_0 = 0^\circ,$$

$$R_R = \infty, \quad \alpha_R = 0^\circ,$$

$$R_C = \infty, \quad \alpha_C = +5^\circ,$$

$$R_I = -200 \text{ 毫米}, \quad \alpha_I = +5^\circ.$$

口径 $2x = 50$ 毫米, 焦距 $f = 200$ 毫米, 再现光束偏离记录光束 5° 。

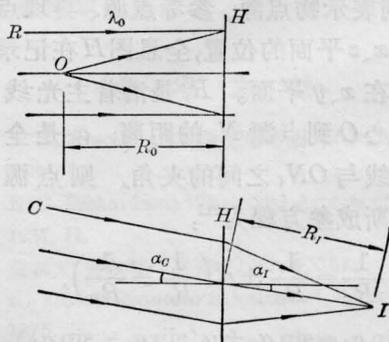


图 2 轴上全息图的记录与再现几何学

由(16)和(5)式求得不同 μ 值时的球差 ΔS 与 Q 的关系见表 1 和图 3。

当 $\alpha_0 = \alpha_R = 0$, $R_C = \infty$ 时, (17)、(18)式

表1 球差 ΔS 与 Q 的关系 ΔS : 单位 λ_c

μ	Q				
	0	± 1	± 2	± 3	± 4
	ΔS				
1	-7.2	0	21.7	57.9	108.5
2	-9.0	-7.2	-1.8	7.2	19.9
3	-9.4	-8.6	-6.2	-2.1	3.5

简化成:

$$C_x = -(\sin \alpha_0)/f^2, \quad (19)$$

$$A_x = (\sin^2 \alpha_0)/f, \quad (20)$$

(19)、(20)式表明: C_x 、 A_x 与 Q 无关。

把以上轴上全息图的参数代入(19)、(20)和(6)、(7)式得:

$$\Delta C = 53.80 \lambda_c$$

$$\Delta A = -37.51 \lambda_c$$

由图3可知: 当 $\mu=1$ 和 $Q=1$ 时, $\Delta S=0$ 。但当有波长移动再现($\mu \neq 1$)时, $\Delta S=0$ 的 Q 值不再为1。所以用改变 Q 值能使 $\Delta S=0$ 。根据(16)式可求得满足 $\Delta S=0$ 的 μ 与 Q 的关系, 见图4。

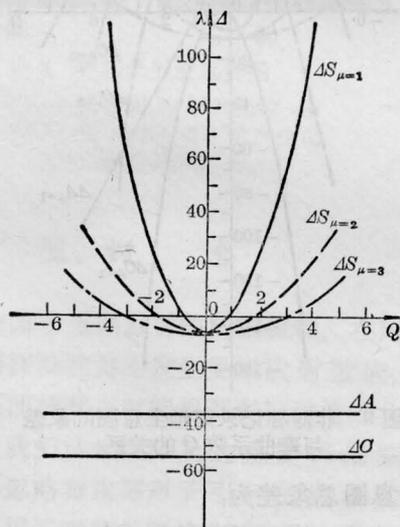


图3 轴上全息图的象差与弯曲系数 Q 的关系

根据图4就可得到诸 μ 值下满足 $\Delta S=0$ 的 Q 值, 再根据(14)、(15)式就可求出最佳的全息图记录几何参数 R_0 和 R_R 。

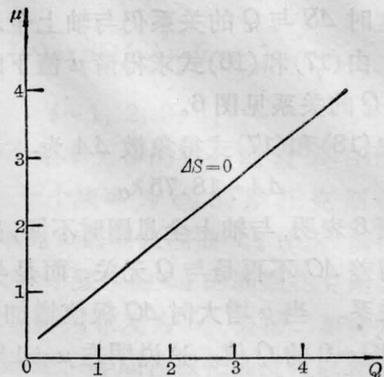


图4 满足球差 $\Delta S=0$ 的 Q 与 μ 的关系

2. 离轴全息图

离轴全息图的记录和再现几何学见图5。

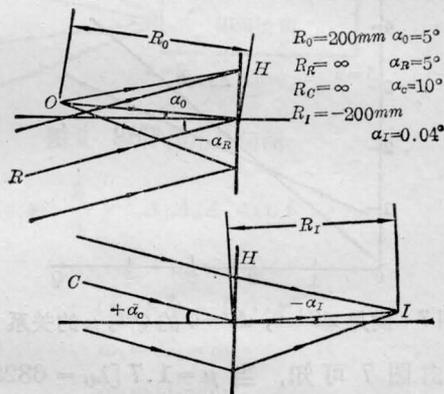


图5 离轴全息图记录和再现几何学

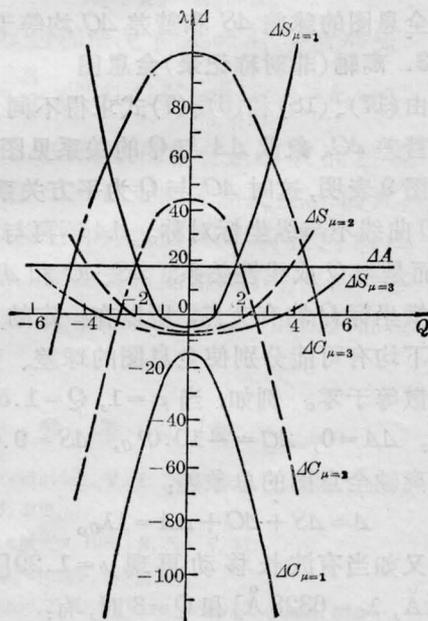


图6 离轴全息图象差与 Q 的关系

这时 ΔS 与 Q 的关系仍与轴上全息图时一样。由 (17) 和 (16) 式求得诸 μ 值下的彗差 ΔC 与 Q 的关系见图 6。

由 (18) 和 (17) 式得象散 ΔA 为:

$$\Delta A = 18.75 \lambda_0$$

图 6 表明, 与轴上全息图时不同, 离轴全息图彗差 ΔC 不再是与 Q 无关, 而是与 Q 成平方关系。当 μ 增大时 ΔC 极值增加, 同时出现 $\Delta C=0$ 的 Q 值。这说明在 $\mu \neq 1$ 时改变 Q 能使全息图的彗差 ΔC 等于零。由 (17) 式可求得满足 $\Delta C=0$ 的 μ 、 Q 关系, 见图 7。

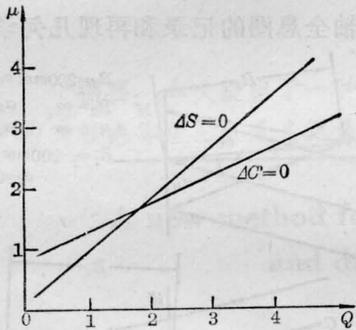


图 7 满足 $\Delta S=0$, $\Delta C=0$ 的 Q 与 μ 的关系

由图 7 可知, 当 $\mu=1.7$ [$\lambda_0=6328 \text{ \AA}$ (He-Ne), $\lambda_0=1.06$ 微米(YAG)], $Q=1.9$ 时, 离轴全息图的球差 ΔS 和彗差 ΔC 均等于零。

3. 离轴(非对称记录)全息图

由 (17)、(18) 和 (6)、(7) 式求得不同 μ 值时的彗差 ΔC 、象散 ΔA 与 Q 的关系见图 9。

图 9 表明, 这时 ΔC 与 Q 为平方关系, 而且 ΔC 曲线不与纵坐标对称。 ΔA 不再与 Q 无关, 而是与 Q 成线性关系。 ΔS 、 ΔC 和 ΔA 曲线与横坐标 Q 均有交点。所以在一定的 μ 和 Q 值下均有可能分别使全息图的球差、彗差和象散等于零。例如, 当 $\mu=1$, $Q=1.5$ 时, 则有: $\Delta A=0$, $\Delta C=-10.0\lambda_0$, $\Delta S=9.0\lambda_0$ 。这时离轴全息图的总象差:

$$\Delta = \Delta S + \Delta C + \Delta A = 1\lambda_0$$

又如当有波长移动再现 $\mu=1.29$ [$\lambda_0=4880 \text{ \AA}$, $\lambda_0=6328 \text{ \AA}$] 和 $Q=3$ 时, 有:

$$\Delta A=0, \Delta C=-51\lambda_0, \Delta S=43\lambda_0,$$

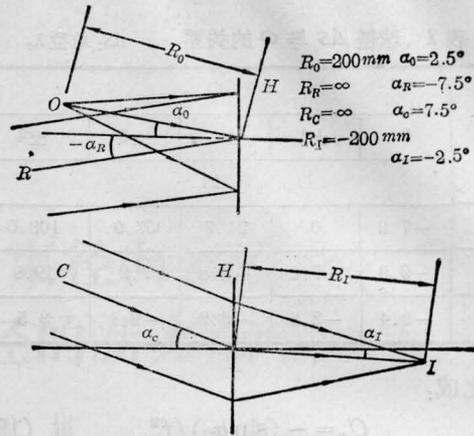


图 8 非对称记录离轴全息图的记录和再现几何学

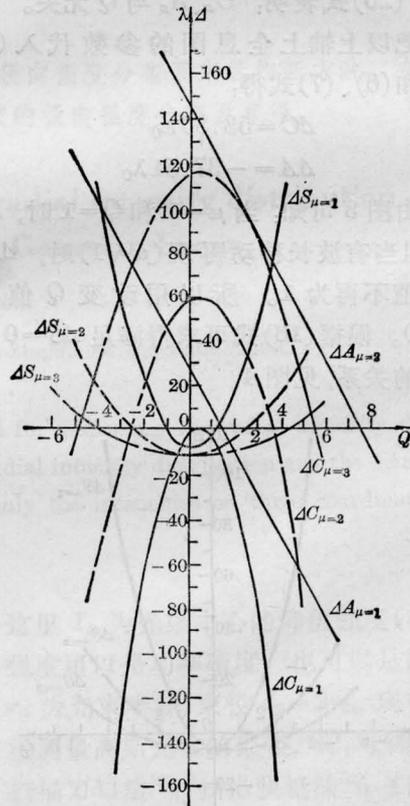


图 9 非对称记录离轴全息图的象差与弯曲系数 Q 的关系

离轴全息图总象差为:

$$\Delta = \Delta S + \Delta C + \Delta A = 8\lambda_0$$

参 考 文 献

- [1] E. B. Champagne; *JOSA*, 1967, **57**, 51.
- [2] A. E. Conrady; *Applied Optics and Optical Design*, Part 1 and 2, New York, 1960.