

横流 CO₂ 激光器小信号增益 顺流分布的解析解

程兆谷 王哲恩 陈可心 奚全新

(中国科学院上海光机所)

提要: 本文利用一个简化模型, 在推导出电子分布函数的基础上, 给出了横流 CO₂ 激光器小信号增益沿气流方向分布的近似表达式, 导出了小信号增益与顺流位置、气流速度、气压、顺流电极长度、放电电流之间的关系。理论与实验基本符合。

Analytic resolution for small signal gain along the direction of gas flow of a transverse flow CO₂ laser

Cheng Zhaogu, Wang Zheen, Chen Kexin, Xi Quanzin

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Based on the electron distribution function we derived approximately the analytic formula of the small signal gain along the gas flow, the dependence of the small signal gain on the downstream position gas velocity, mixture pressure, downstream length of the electrodes and the discharge current. The theory coincides essentially with the experiment.

$$n_e(x) = n_0 \cos \frac{\pi}{2l} x \quad (1)$$

一、速率方程近似

众所周知, 圆柱形放电管中的电子密度分布呈零阶贝塞尔函数^[1], 是轴对称的。而横流 CO₂ 激光器中放电区一般并非轴对称的, 随电极结构和风速而异。

基于双极扩散原理^[2], 我们推导出(详细见附录)管-板电极结构^[3]情况下的电子密度分布函数近似为余弦分布。设气流沿 x 方向, 顺流阳极块长度为 l , 上游边沿的电子密度为 n_0 , 则电子密度分布函数为

在放电电流不太大的情况下, 尽管放电区的气体温度 T 沿气流方向线性增加^[3], 但放电区上游和下游边沿温差并不大^[4]。不考虑温度效应的情况下, 小信号增益 g_0 可近似表达为 $g_0(x) \approx \sigma n_u(x)$ ^[5, 6]。这里 σ 为受激发射截面, $n_u(x)$ 为 CO₂ 00⁰1 振动能级(激光跃迁上能级)粒子数。当无激光输出时, n_u 由下面的速率方程描述:

$$v \frac{dn_u(x)}{dx} = K_u n_e(x) - \lambda_u n_u(x) \quad (2)$$

收稿日期: 1982年8月28日。

其中 v 为气流速度, K_u 为电子激发速率常数, λ_u 为上能级弛豫几率。 $K_u = K_u^{\text{CO}_2} n_{\text{CO}_2} + K_u^{\text{N}_2} n_{\text{N}_2}$, $K_u^{\text{CO}_2}$ 和 $K_u^{\text{N}_2}$ 分别为电子激发 CO_2 的 00^0_1 态和 N_2 的振动态 ($v=1\sim 8$, v 为 N_2 振动量子数) 的速率常数^[1], n_{CO_2} 和 n_{N_2} 分别为处于基态的 CO_2 和 N_2 分子密度 (近似为 CO_2 和 N_2 的分子密度), K_u 可以写为:

$$K_u = (K_u^{\text{CO}_2} \psi_c + K_u^{\text{N}_2} \psi_n) N_0 p \quad (3)$$

这里, ψ_c 、 ψ_n (还有后面的 ψ_h) 分别为 CO_2 、 N_2 及 He 气体分压与混合气体压力之比, p 为混合气体压力 (单位托), $N_0 = 3.536 \times 10^{16} / \text{厘米}^3 \cdot \text{托}$ ($T = 273 \text{ K}$)

$$\lambda_u = \frac{1}{\tau_u} = \frac{\psi_n}{\tau_{un}} + \frac{\psi_h}{\tau_{uh}} + \frac{\psi_c}{\tau_{uc}} \\ = (k_{un} \psi_n^2 + k_{uh} \psi_h^2 + k_{uc} \psi_c^2) p \quad (4)$$

这里 τ_u 为上能级弛豫时间, τ_{un} 、 τ_{uh} 和 τ_{uc} 分别为 N_2 、 He 和 CO_2 分子与 CO_2 00^0_1 能级碰撞弛豫时间, 而 k_{un} 、 k_{uh} 和 k_{uc} 则是对应的碰撞弛豫速率常数^[8]。

将 $n_e(x) = n_0 \cos \frac{\pi}{2l} x$ 代入方程 (2),

不难求得

$$n_u(x) = \frac{4K_u l^2 n_0}{4\lambda_u^2 l^2 + \pi^2 v^2} \\ \times \left(\lambda_u \cos \frac{\pi}{2l} x + \frac{\pi v}{2l} \sin \frac{\pi}{2l} x + C e^{-\frac{\lambda_u}{v} x} \right) \quad (5)$$

这里 C 为待定常数, 可由边界条件决定。设 $x=0$ 处, $n_u(x) = n_u(0) = N_{00^0_1}$, $N_{00^0_1}$ 为 $T = 300 \text{ K}$ 时处于热力学平衡态时的 CO_2 上能级粒子数^[9]:

$$N_{00^0_1} = N_{\text{CO}_2} \exp(-h\nu_3/KT) Z \quad (6)$$

这里

$$Z = [1 - \exp(-h\nu_1/KT)] \\ \times [1 - \exp(-h\nu_2/KT)]^2 \\ \times [1 - \exp(-h\nu_3/KT)],$$

ν_1 、 ν_2 和 ν_3 分别为 CO_2 分子的对称、弯曲和反对称振动模的特征频率; h 和 K 分别为普朗克常数和玻尔兹曼常数。当

$$T = 300 \text{ K},$$

$$n_u(0) = N_{00^0_1} \approx 1.38 \times 10^{-5} N_{\text{CO}_2},$$

将此初始条件代入 (5) 式, 可得:

$$n_u(x) = \frac{4K_u l^2 n_0}{4\lambda_u^2 l^2 + \pi^2 v^2} \\ \times \left(\lambda_u \cos \frac{\pi}{2l} x + \frac{\pi v}{2l} \sin \frac{\pi}{2l} x - \lambda_u e^{-\frac{\lambda_u}{v} x} \right) \quad (7)$$

我们忽略了 $N_{00^0_1}$ 这个量 (与实现粒子数反转时的 $n_u(x)$ 相比小四个数量级)。

电子密度 n_0 可以通过积分求得:

$$\int_0^l v_a n_e(x) L dx = \int dI \quad (8)$$

这里 v_a 为电子漂移速度, e 为电子电荷, L 为 z 方向 (光轴) 的放电区长度, I 为总放电电流。将 $n_e(x) = n_0 \cos \frac{\pi}{2l} x$ 代入 (8) 式, 求得:

$$n_0 = \frac{\pi I}{2v_a e L l}$$

在压力加宽情况下, 受激发射截面 σ 反比于气压 p , 令 $\sigma = k/p$, 可得:

$$g_0 = \sigma n_u(x) = A \left(\lambda_u \cos \frac{\pi}{2l} x + \frac{\pi v}{2l} \right. \\ \left. \times \sin \frac{\pi}{2l} x - \lambda_u e^{-\frac{\lambda_u}{v} x} \right) \quad (9)$$

式中, $A = \frac{K_1 l I L^{-1}}{K_2 p^2 l^2 + \pi^2 v^2}$,

$$K_1 = \frac{2\pi k N_0}{v_a e} (K_u^{\text{CO}_2} \psi_c + K_u^{\text{N}_2} \psi_n),$$

$$K_2 = 4(k_{uc} \psi_c^2 + k_{un} \psi_n^2 + k_{uh} \psi_h^2)^2.$$

二、理论与实验比较及讨论

1. 小信号增益 g_0 沿顺流方向的分布

由 (9) 式, 小信号增益最大值的位置 x_m 应满足下列关系:

$$2\pi l \lambda_u v \sin \frac{\pi}{2l} x_m - \pi^2 v^2 \cos \frac{\pi}{2l} x_m \\ - 4l^2 \lambda_u^2 e^{-\frac{\lambda_u}{v} x_m} = 0 \quad (10)$$

计算表明, 流速愈大, 气压愈低 (即弛豫时间 τ_u 愈大), 峰值增益位置 x_m 则愈向下游移动。

利用 (9) 式, 很易求得 g_0 随 x 变化的相

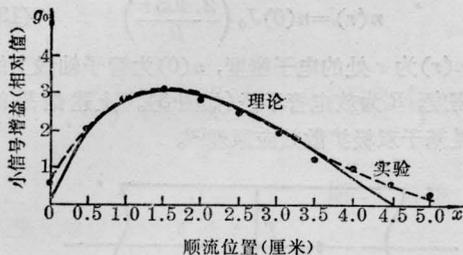


图1 小信号增益顺流分布

$P=65$ 托; $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}=1:8:11$; $v=1,800$ 厘米/秒;
 $I=4.5$ 安; $l=4$ 厘米

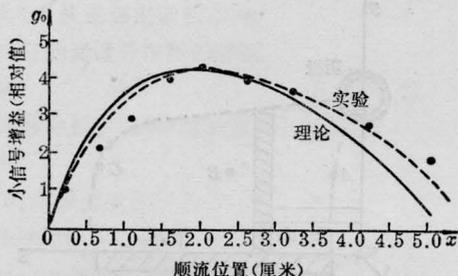


图2 小信号增益顺流分布

$P=80$ 托; $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}=1:5.6:17$; $v=3,800$ 厘米/秒;
 $I=4$ 安; $l=4.5$ 厘米

对分布, 并和实验结果进行比较(见图1、图2)。对比理论曲线和实验结果可知, g_0 顺流分布轮廓, 增益峰值位置 x_m 都吻合。

实际上, 放电区的上沿尤其是下沿常由气流引起顺流方向弯曲, 这种情况随流速加大而加剧。图中的理论和实验误差主要由此而引起。

2. 平均小信号增益 \bar{g}_0 与放电参数的关系

平均小信号增益

$$\bar{g}_0 \cong \frac{1}{l} \int_0^l g_0(x) dx.$$

参照图1、图2, 我们忽略了下游边沿之后部分, 将(9)式代入积分后:

$$\bar{g}_0 = A \left(\frac{2\lambda_u}{\pi} + \frac{v}{l} e^{-\frac{\lambda_u}{v} l} \right) \quad (11)$$

计算表明, (11)式中括号内的 $\frac{v}{l} e^{-\frac{\lambda_u}{v} l}$ 项与 $\frac{2\lambda_u}{\pi}$ 相比是小量(在 l 不太小的情况下), 可忽略, 所以:

$$\bar{g}_0 = \frac{K' I p l L^{-1}}{K_2 p^2 l^2 + \pi^2 v^2} \quad (12)$$

$$K' = \frac{2\sqrt{K_2} k N_0}{v_a e} (K_u^{\text{CO}_2} \psi_c + K_N^{\text{N}_2} \psi_n)$$

(1) \bar{g}_0 与气流速度 v 的关系

从(12)式可知, 当其他参量, 诸如放电电流、工作气压、顺流电极长度等都一定的情况下, \bar{g}_0 有随 v 增大而下降的趋势, 这点在我们的实验中已经得到验证。实际上, (12)式分母中的 $\pi^2 v^2$ 项与 $K_2 p^2 l^2$ 项相比小得多, \bar{g}_0 实际上随 v 无明显变化, 这在流速较低, 气压较高的情况下尤其如此。

(2) \bar{g}_0 与放电电流 I 的关系

横流 CO_2 激光器的最大允许注入电功率 P_E 正比于质量流速。在其他参量, 如 p 、 L 一定时, P_E 正比于 v , 即放电电流的最大容许值正比于 v 。在较小电流情况下(此时气体发热不太严重), 从(12)式可知, \bar{g}_0 正比于放电电流 I 。这点也由实验所证实(见图3)。这就意味着, 在气流速度大的情况下, 可通过提高电流 I 来增大 \bar{g}_0 。但实际上, 二者并非始终呈线性关系, 电流过大, 引起气体温度升高, 造成激光下能级粒子数剧烈增大, \bar{g}_0 会随之下降。

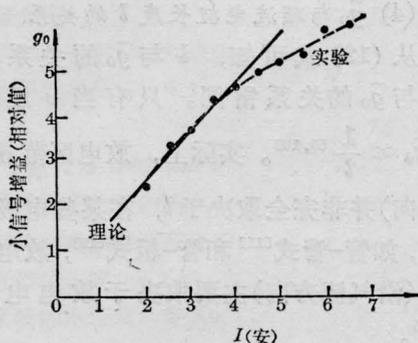


图3 小信号增益与放电电流的关系

$P=65$ 托; $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}=1:8:11$;
 $v=1,800$ 厘米/秒; $l=4$ 厘米

(3) \bar{g}_0 与工作气压 p 的关系

从(12)式可知, 在 v 趋于零的情况下, \bar{g}_0 反比于 p 的一次方^[5,10]。随着 v 的增大,

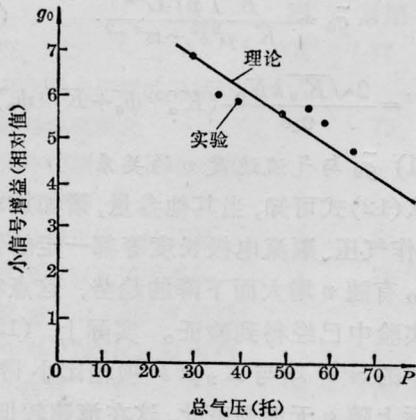


图4 小信号增益与工作气压的关系
 $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}=1:8:11; I=4.5$ 安;
 $v=1,800$ 厘米/秒; $l=4$ 厘米

$\bar{g}_0 \propto \frac{1}{p^n}$, $0 < n < 1$ 。在我们的实验条件下,
 v 为每秒几十米, p 为几十托, 由(12)式可求得
 $n \approx 0.6$, 即

$$\bar{g}_0 \propto p^{-0.6}$$

图4给出了 \bar{g}_0 与气压 p 的理论及实验结果。

文献[7]中, $v=3000$ 厘米/秒, $p=150 \sim 780$ 托, $n=0.8$; 文献[4]中, $v=15000$ 厘米/秒, $p=150 \sim 600$ 托, $n=0.7$ 。显然 n 值与工作压力 p 及流速 v 有关, v/p 愈小, n 愈趋于1。

(4) \bar{g}_0 与顺流电极长度 l 的关系

从(12)式可知, l 与 \bar{g}_0 的关系应该同 p 与 \bar{g}_0 的关系雷同。只有当 v 足够小时, $\bar{g}_0 \propto \frac{1}{l}$ [5,10]。实际上, 放电区范围(顺流方向)并非完全取决于 l , 在某些电极结构情况, 如管-管式[11]和管-板式[12], 放电区域大小(沿气流方向)主要取决于放电电流大小[11]。

附 录

关于放电区的电子密度分布

圆柱形放电管的电子密度分布呈零阶贝塞尔函数[1], 是轴对称的,

$$n(r) = n(0) J_0 \left(\frac{2.405 r}{R} \right) \quad (13)$$

其中 $n(r)$ 为 r 处的电子密度, $n(0)$ 为管子轴线上的电子密度, R 为放电管半径(如图5)。上述结果的导出是基于双极扩散效应原理[2]。

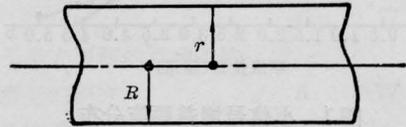


图5 圆柱形放电管

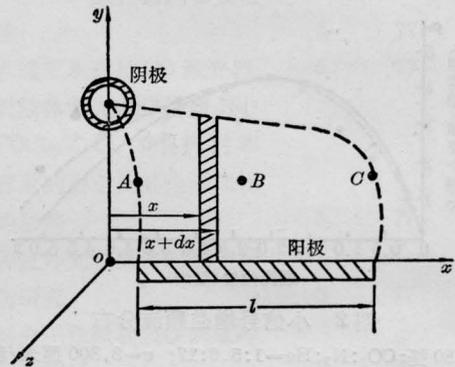


图6 横流 CO_2 激光器放电区

在横流放电 CO_2 激光器中, 通常情况下放电等离子区轮廓不再是轴对称的, 而随电极结构和风速而异。对于如图6所示的管-板电极结构[12], 理论计算和实验观测表明, 放电等离子区近似为矩形。文献[12]曾近似计算出A、B、C三点的电场 E , 放电区上游边沿(A点)的场强要高于下游边沿(C点)的场强一个数量级以上。在每秒几十米流速情况下, 如果忽略风速引起的放电特性变化[7], 阳极块顺流方向长度为 l (通常5厘米左右), 下游边沿的电子密度 $n_e(l)$ 与上游边沿的电子密度 n_0 相比可忽略不计, 即 $n_e(l)/n_0 \approx 0$ 。

对于如图6所示的矩形放电等离子区, 在 y 方向, 由于电场作用, 电子从阴极向阳极漂移, 电子从电场得到的能量与碰撞损失的能量平衡。沿 z 方向(激光轴方向), 虽然采用了阳极条列阵[12], 我们仍然忽略了 z 方向的电子密度变化。考察沿气流方向(x 方向)的电子密度变化规律, 在A点附近和阳极面附近计算和实测[11]都表明, 电场垂直于气流方向的分量大大超过平行于气流方向的分量。在这些区域(主要增益区)场强分布近似平行平面电场的场结构。而在远离阳极面和A点的区域, 电场含有

反 x 方向的分量^[11],使电子向 x 方向(下游)加速,但最终折向阳极。

根据 Schottky 理论^[2],在 x 方向,电子损耗由放电区上游和下游的电子浓度差而导致的双极扩散引起,而电子增加由快速电子和气体分子碰撞电离产生。在稳态情况下,二者必须平衡。设放电载面积为 S (yz 平面),在单位时间内,进入 Sdx 体积元之内的电子数为:

$$N_1 = n_e(x)v_a(x)S \quad (14)$$

这里 $n_e(x)$ 为 x 点的电子密度, $v_a(x)$ 为双极扩散速度,设 D_a 为双极扩散系数,则:

$$v_a(x) = -D_a \frac{1}{n_e(x)} \frac{dn_e(x)}{dx}$$

同理,离开此体积元的电子数为:

$$N_2 = n_e(x+dx)v_a(x+dx)S \quad (15)$$

对体积元 Sdx 而言,由于扩散而减少的电子数为 $(N_2 - N_1)$,

$$N_2 - N_1 = -SD_a \left(\frac{dn_e(x+dx)}{dx} - \frac{dn_e(x)}{dx} \right) \quad (16)$$

设电离系数为 α ,则在同样体积元内,碰撞电离生成的电子数为:

$$N_3 = \alpha n_e(x)Sdx \quad (17)$$

由(16)、(17)式可得:

$$\frac{d^2 n_e(x)}{dx^2} + \frac{\alpha}{D_a} n_e(x) = 0 \quad (18)$$

要满足上述边界条件

$$\frac{n_e(l)}{n_0} \approx 0,$$

我们选择如下特解^[2]:

$$n_e(x) = n_0 \cos \frac{\pi}{2l} x \quad (19)$$

如同计算圆柱形放电管的电子密度分布时, $n_e(r)$ 与扩散系数 D_a 和电离系数 α 无关一样,在横流放电 CO_2 激光器中, $n_e(x)$ 的分布也与 D_a 和 α 无关。

参 考 文 献

- [1] "High-Power Gas Lasers 1975", Edited by E. R. Pike, p. 6, p. 35.
- [2] A. Von. Engel; "Ionized Gases", p. 139, p. 241.
- [3] "Gas-Flow and Chemical Laser", Edited by John F. Wendt, p. 140.
- [4] S. A. Wutzke *et al.*; AD-A014, 649.
- [5] J. W. Davia; AIAA Paper, No. 72~722.
- [6] "High Energy Laser and Their Applications", Under the Direction of Abraham Hertzberg, p. 181.
- [7] 秋业稔光[日]; «レ-サ-研究», 1976, 4, No 3, 242.
- [8] Stephen Jacobs *et al.*; "High Energy Lasers and Their Applications", p. 253.
- [9] Kenneth Smith, R. M. Thomson; "Computer Modeling of Gas Lasers", p. 30.
- [10] "Principles of Laser Plasmas", Edited by G. Bekefi, p. 350.
- [11] C. C. Воронцов и др.; ЖТФ, 1977, 47, № 11, 2287.
- [12] 王哲恩等; «激光», 1980, 7, No. 7, 1.

(上接第 828 页)

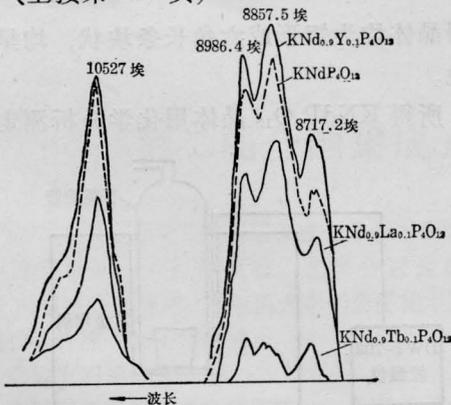


图 6 $\text{KNd}_{0.9}\text{Ln}_{0.1}\text{P}_4\text{O}_{12}$ 晶体中 Nd^{3+} 的荧光光谱

少量 La^{3+} 后却使晶体的荧光寿命有所下降,这与在 $\text{NdP}_5\text{O}_{14}$ 中引入少量 La^{3+} 不同。

5. 荧光光谱

在室温下测定了 $\text{KNdP}_4\text{O}_{12}$ 和部分 $\text{KNd}_{0.9}\text{Ln}_{0.1}\text{P}_4\text{O}_{12}$ 晶体中 Nd^{3+} 的 ${}^4F_{3/2} \rightarrow I_{11/2}^4$ 和 ${}^4F_{3/2} \rightarrow I_{9/2}^4$ 跃迁的荧光光谱。一些典型的结果示于图 6。由图 6 可见,各样品中 Nd^{3+} 的荧光光谱峰值位置相同,但引起荧光强度发生明显变化。

孙长英、王庆元、卢洪德、陈明玉、刘书珍、李茂阳、何静贞、越淑英等同志为本文做了不少工作,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] 洪广言等;蒸发溶液法生长 $\text{KNdP}_4\text{O}_{12}$ 晶体,«应化集刊», 1983 年,第二十集,14 页。
- [2] H. Y-P Hong; *Mat. Res. Bull.*, 1975, 10, 1105.
- [3] 于亚勤等;«应化集刊», 1981, 第十七集,103 页。