

光传输模拟计算

王桂英 范滇元

(中国科学院上海光机所)

提要: 利用自相似传输模计算激光束通过空间滤波器以后的光场分布以及象差光束的可聚焦功率,给出了象差光束的焦体分布。计算精度达1%。

Simulation calculation of light propagation

Wang Guiying, Fan Dianyuan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The field distribution of laser beam after passing through the spatial filters and the focusable power of aberrated light beam in high power lasers have been calculated using self-similar propagation modes. The intensity profile of focusing volume of aberrated light beam is given, and the calculation accuracy is 1%.

一、引言

用于激光核聚变的高功率激光器,一般是由上百个光学元件组成的,影响光束质量的因素很多。为了分析降低光束亮度的原因,需要对光传输进行模拟计算。模拟计算方法很多^[1,2],我们采用的是自相似传输模叠加描述光场传输的方法^[3],该方法简单、直观,计算速度较快。

对光场的描述既可以用一个特定的函数,也可以用一般傅里叶展开式。后者的物理意义即为用若干本征模的叠加来描述特定的光场。高功率激光器系统中传输的光束接近高斯型,适合用拉盖尔-高斯函数或者厄米-高斯函数描述,而且这些函数本身就是准

光学方程的精确解^[4]。在计算对称像差光束时选用拉盖尔多项式,在计算非对称光束时选用了厄米多项式。利用它们传输参数的变化,能够成功地给出光束的传输情况,计算精度可达1%。

二、原理

在高功率激光器中传输的光束一般兼有时间和空间变化,为简化计算,把与时间有关的空间分割为若干特征平面^[5],在每个特征平面上认为波函数是不随时间变化的。对它可做如下展开:

$$u(r, z) = \sum_{n=0}^m A_n l_n e^{-i\varphi_n} \quad (1)$$

收稿日期: 1981年11月25日。

式中:

$$l_n = \frac{\sqrt{2}}{W(z)} L_n \left\{ \left[\frac{r}{W(z)} \right]^2 \right\} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{r}{W(z)} \right]^2 \right\} \quad (2)$$

$$\varphi_n = (2n+1)\varphi \quad (3)$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \left[\frac{-R(z)}{KW_0^2(z)} \right] \quad (4)$$

式中 L_n 是 n 级拉盖尔多项式; K 为波矢; $R(z)$ 为波面曲率半径; $W(z)$ 为光束横截面尺度参数。

根据正交多项式的性质以及波函数的快速收敛特点,求得展开系数 A_n :

$$A_n = e^{i\varphi_n} \int_0^a u(r, z) L_n^*(r, z) r dr \quad (5)$$

式中的 a 即为通光口径半径。上述展开的物理意义是把原光场表示为若干本征模的叠加。这些本征模的传输参数是 z 坐标的函数:

$$W(z) = W_0 \left\{ 1 + \left[\frac{R(z)}{KW_0^2} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{KW_0^2}{z} \right)^2 \right] \quad (6)$$

自由空间的传输只带来与距离有关的衍射位相变化,透镜带给光束传输参数的变化可以用变换矩阵元求出。在经过激活介质时,光场兼有振幅和位相的变化,需要把波函数重新展开,在求得新的展开系数后再继续传输。根据上述原则可由(1)式求出不同 z 处的光场分布。

若光场是不对称的,需要做三维描述,我们选用厄密特多项式:

$$u(x, y, z) = \sum_{I,J} B_{I,J} h_{I,J}$$

$$h_{I,J} = \frac{1}{(W_1 W_2)^{1/2}} \exp \left\{ \frac{ik}{2} \left[\frac{x^2}{R_1} + \frac{y^2}{R_2} \right] - \left[\frac{x^2}{2W_1} + \frac{y^2}{2W_2} \right] \right\} H_I \left(\frac{x}{W_1} \right) \times H_J \left(\frac{y}{W_2} \right) \exp \left\{ -i \left[\left(I + \frac{1}{2} \right) \varphi_1 + \left(J + \frac{1}{2} \right) \varphi_2 \right] \right\} \quad (7)$$

式中 H_I 和 H_J 分别为 I 级和 J 级厄米多项

式。式中的传输参数同样也是 z 的函数:

$$W_1 = W_{01}(z) \left\{ 1 + \left[\frac{z-z_{01}}{kW_{01}^2(z)} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (8)$$

$$W_2 = W_{02}(z) \left\{ 1 + \left[\frac{z-z_{02}}{kW_{02}^2(z)} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (9)$$

$$R_1 = (z-z_{01}) \left\{ 1 + \left[\frac{kW_{01}^2}{z-z_{01}} \right]^2 \right\} \quad (10)$$

$$R_2 = (z-z_{02}) \left\{ 1 + \left[\frac{kW_{02}^2}{z-z_{02}} \right]^2 \right\} \quad (11)$$

$$\varphi_1 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{kW_{01}^2}{z-z_{01}} \right) \quad (12)$$

$$\varphi_2 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{kW_{02}^2}{z-z_{02}} \right) \quad (13)$$

像散光束的像散量一般是波长量级,与光束的口径相比是相当小的,因此可近似地认为:

$$W_{01} \approx W_{02}$$

则

$$A_n \approx B_{I,J} \quad (14)$$

即可用拉盖尔多项式近似求出厄米展开式中的展开系数。在焦体附近的传输表达式为^[6]:

$$u(x, y, z) = \left[\frac{2}{W_1(z)W_2(z)} \right]^{1/2} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{W_1} \right)^2 + \left(\frac{y}{W_2} \right)^2 \right] \right\} \times \exp \left[-\frac{ikr^2}{2q(z)} \right] \exp \left[-\frac{i}{2} (\varphi_1 + \varphi_2) \right] \times \sum_{n=0}^m \left\{ \exp(-2n\varphi_2) A_n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{n!} \times \left(\frac{1}{2} \right)^{2n} \binom{n}{k} H_{2k} \left[\frac{x}{W_1(z)} \right] \times H_{2n-2k} \left[\frac{y}{W_2(z)} \right] \times \exp[-2ik(\varphi_1 + \varphi_2)] \right\} \quad (15)$$

式中 $q(z)$ 是经过一透镜后的平均波面半径。

展开式中的系数 A_n 实际上是光束尺度参数 $W(z)$ 的函数。A. E. Siegman 给出了展开项数 N 、通光口径 $2a$ 与 $W(z)$ 的关系:

$$W(z) = \frac{a}{N^{1/2}} \quad (16)$$

为了确保展开精度,我们使原光场与用

$W(z)$ 描述的模式叠加所表示的光场之间的差别的绝对值小于 10^{-5} , 即:

$$\int_0^a |u - u[W(z)]|^2 r dr < 10^{-5} \quad (17)$$

利用(16)和(17)两式联立求出 $W(z)$ 值。

三、计算结果

1. 光束通过空间滤波器的结构

空间滤波器的结构如图1所示, 它是由透镜、真空管道和滤波小孔组成的。选取三个特征面进行计算, 第一是入射透镜所在平面; 第二是两透镜的公共焦点即为滤波小孔所在平面; 第三是出射透镜所在平面。

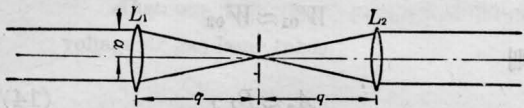


图1 空间滤波器的结构图

入射光场假设为:

$$u(x, y, z) = A(r) e^{-i\varphi(x, y, z)} \quad (19)$$

其振幅选为高斯型或超高斯型:

$$A(r) = e^{-\rho \cdot r^N} \quad (20)$$

ρ 是与填充因子有关的常数, N 为与实际光束的场分布有关的常数^[7]。

$$\varphi = k \frac{r^2}{2R} + \varphi_1; \quad \varphi_1 = k\nu r \quad (21)$$

φ_1 为条纹像差引起的位相变化^[7], k 为波矢; R 为波面半径; ν 为条纹像差的空间频率。

经过焦距为 f 的透镜以后, 光束曲率半径变为 q :

$$q = \frac{fR}{R-f} \quad (22)$$

从镜面到孔面所增加的衍射位相:

$$\varphi_2 = \text{tg}^{-1} \frac{kW_0^2}{q} \quad (23)$$

若孔径大于光腰, 则波函数的变化可由传输参数给出。若孔径小于光腰, 则波函数需要重新展开, 再进行传输。图2给出滤波小孔孔径为光腰的0.7和0.9倍时, 通过小孔后的光强分布图。在孔径为光腰的0.7倍

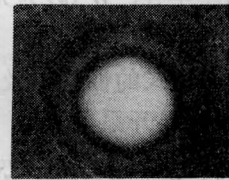
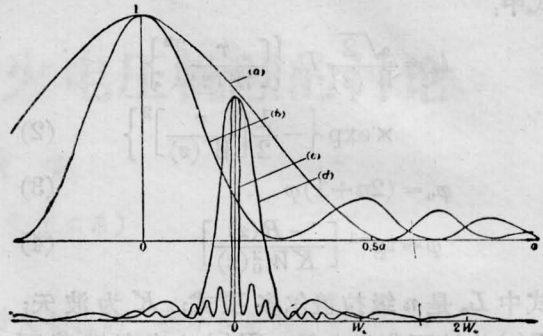


图2 通过小孔后的光强分布(照片为光束通过 $0.9 W_0$ 孔径的小孔后的光强分布)

- (a) — 通过 $\phi = 0.9 W_0$ 孔并传输 1 米后的光强分布;
- (b) — 通过 $\phi = 0.9 W_0$ 孔并传输 0.5 米后的光强分布;
- (c) — 通过 $\phi = 0.5 W_0$ 孔后孔面上的光强分布;
- (d) — 通过 $\phi = 0.7 W_0$ 孔后孔面上的光强分布

时计算精度较差。在图2同时示出了模拟实验照片。

光束在入射到空间滤波器透镜之前, 若已有严重非线性调制, 则通过滤波小孔以后光场调制频率取决于孔的截止频率:

$$\nu_{S, F} = \frac{2\pi H}{\lambda f} \quad (24)$$

$\nu_{S, F}$ 为孔的截止频率; H 为孔的半径; λ 为入射光的波长; f 为入射透镜的焦距。

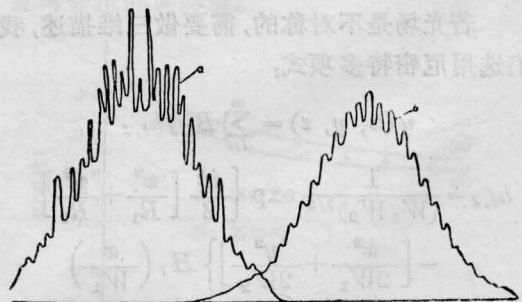


图3 有调制光束的光强分布(a)以及通过孔后第二个镜面上的光强分布(b)

- (a) — 入射光束 $e^{-3.045 r^2} \times (1 - 0.05 \sin(20 k r) - \sin(77 k r))$;
- (b) — 经 $\phi = 300$ 微米小孔滤波

图3给出随机调制光束通过滤波小孔以后的场分布。有关这方面的实验证据请参阅文献[8]。

2. 像差光束的焦体性质

球差光束的波面位相:

$$\varphi_3 = k \cdot AB \cdot r^2 (1 - r^2) \quad (25)$$

式中 k 为波矢, AB 为像差系数, r 为归一化坐标。图4是球差光束焦体归一化光强 (I/I_0) 的分布; 表1列出了不同球差对小孔的透过率。

像散光束的波面曲率半径分别为 R_1 和 R_2 , 经过焦距 f 的透镜之后变为 q_1 和 q_2 , 平均曲率半径为 \bar{q} ,

$$\bar{q} = \frac{2q_1 q_2}{q_1 + q_2} \quad (26)$$

光束的像散量:

$$tt = \frac{1}{4} (R_2 - R_1) \frac{a^2}{R_1 R_2} \quad (27)$$

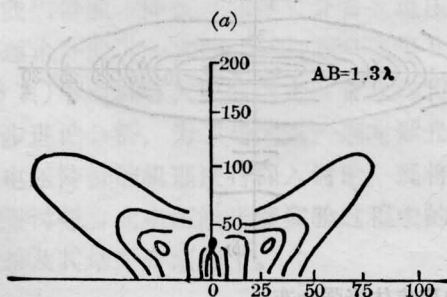
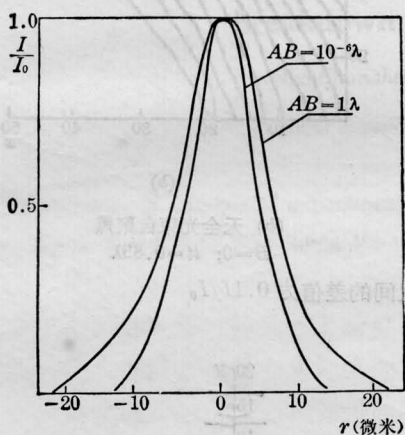


图4 球差光束的焦体分布

(a) $s=0$ 的横截面上的光强分布; (b) $s-r$ 面上的光强分布; 强度间隔为 $0.2 I/I_0$

表1 像散、球差对可聚焦功率的影响

孔径 (微米)	球差光束 可聚焦功率	像散光束 可聚焦功率
像差量 (λ)	0.1	0.1
2×22		91.3%
2×48	99.7%	92.0%
像差量 (λ)	0.3	0.2
2×22		72.0%
2×48	97.3%	73.0%
像差量 (λ)	1.0	0.5
2×22	83.8%	31.1%
2×48	84.2%	33.6%
像差量 (λ)	1.6	
2×22	47.2%	
2×48	48.6%	

$\phi 40$ 毫米光束 $d_{\text{衍}} = 38.6$ 微米。

1 λ 像散量光束, $4d_{\text{衍}} = r_{\text{束径}}$ 。

光束的波面位相:

$$\varphi_4 = k \cdot tt \cdot r^2 \cos(2\theta) \quad (28)$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{x}{y}$$

我们定义经透镜变换后的波面半径与通光口径之比为镜的费涅耳数 F ,

$$F = \frac{\bar{q}}{2a} \quad (29)$$

像散光束的子午线和弧矢线距几何焦点的距离为 z_{01} 和 z_{02} , 则:

$$z_{01} = \frac{8Fa}{a + 4F \cdot tt}$$

$$z_{02} = \frac{8Fa}{a - 4F \cdot tt} \quad (30)$$

图4至图7给出了象散光束焦体归一化光强 (I/I_0) 的分布, 由表1可以看出象散对光束亮度的影响较大。

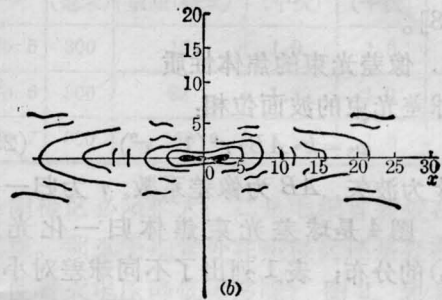
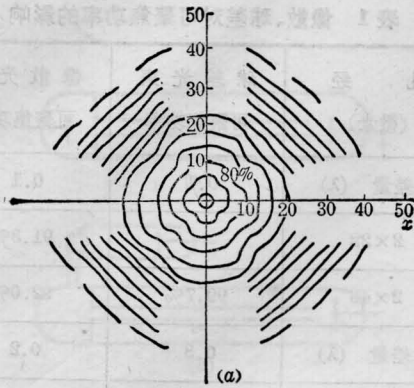
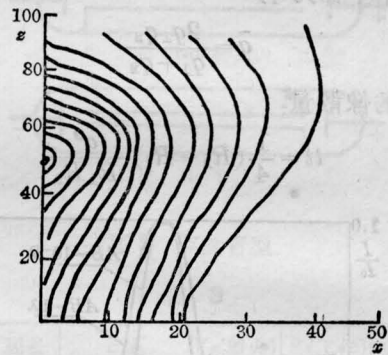
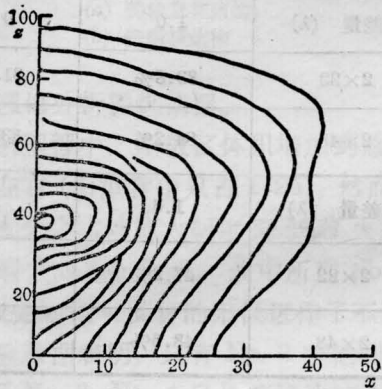


图 5

(a) 象散光束在 $z=0$ 的 $x-y$ 平面光强分布; (b) $z=50 F^2/k$ 处的 $x-y$ 光强分布;
等强度线间距为 $0.1I/I_0$; $tt=0.83\lambda$



(a)

(b)

(a) 有全光束自聚焦

$B=0.75\lambda$; $tt=0.83\lambda$; 等强度线之间的差值为 $0.2I/I_0$

(b) 无全光束自聚焦

$B=0$; $tt=0.83\lambda$

图 6 象散光束 $x-z$ 平面的等强度线之间的差值为 $0.1I/I_0$

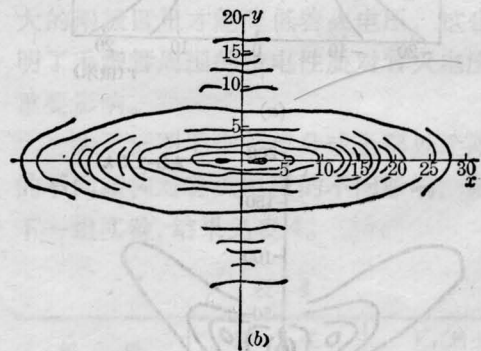
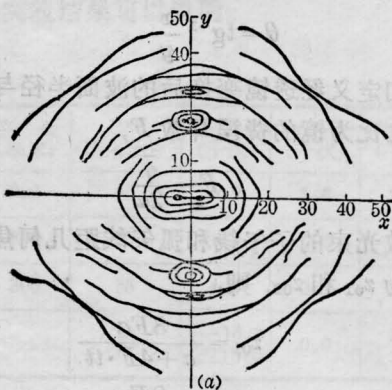


图 7 既有象散又有全光束自聚焦体光强分布

(a) $z=0$, $tt=0.83\lambda$, $B=0.75\lambda$ $x-y$ 平面的光强分布;

(b) $z=50 F^2/k$, $tt=0.83\lambda$, $B=0.75\lambda$ $x-y$ 平面的光强分布;

等强度线之间差值为 $0.2I/I_0$

(下转第 7 页)

$$\begin{aligned} \tilde{u}'_1(\delta) &= AH_1 \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right] \\ &\times e^{-\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right]^2} \\ &= 2A \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right] \\ &\times e^{-\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right]^2} \end{aligned}$$

因为 $\tilde{u}_1(\Delta\theta_0) = \tilde{u}_1(\delta + \Delta\theta_1) = \tilde{u}'_1(\delta)$, 又将

$$\Delta\theta_1 = \frac{\lambda_0 \cos i}{\sqrt{2} \pi \omega_0 \cos \theta_0}$$

代入(B·1)式得

$$\tilde{u}_1(\Delta\theta_1) = AH_1(1) e^{-\frac{1}{2}} = 2A e^{-\frac{1}{2}}$$

所以由(B·2)式得:

$$\begin{aligned} &2A \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right] \\ &\times e^{-\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_0}{\lambda_0 \cos i} \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1) \delta \right]^2} \\ &= 2A e^{-\frac{1}{2}} / e = 2A e^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (B·3)$$

解(B·3)式(精确到 δ^2 项)得

$$\delta = \lambda_0 \cos i / \sqrt{2} \pi \omega_0 \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1),$$

故得:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_0 &= 2\Delta\theta_1 + \delta = \frac{\sqrt{2} \lambda_0 \cos i}{\pi \omega_0 \cos \theta_0} \\ &+ \frac{\lambda_0 \cos i}{\sqrt{2} \pi \omega_0 \cos(\theta_0 + \Delta\theta_1)} \end{aligned}$$

(上接第12页)

四、讨 论

自相似传输模的计算方法,适用于光场变化较为平滑的情况。当光场变化激烈时,不能采用这种方法,若采用这种方法需另加调制因子。即该方法适合于模拟近理想光学系统的光传输。

该方法利用拉盖尔多项式求解展开系数,对于近场的快速调制,由于拉盖尔多项式中的平方项而互相抵消了,因此该方法不能给出费涅耳衍射图象。但是,该方法能够直接给出传输系统的像面和焦面附近的场分布,而且计算速度也较快,因此该方法具有一定的实用价值。

$$\approx \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0 \cos i}{\pi \omega_0 \cos \theta_0} \quad (B·4)$$

(B·4)式即为 λ_0 及 λ'_0 中心线的角间距。再利用 $\Delta\theta$ 与 $\Delta\lambda$ 的关系 $\Delta\theta = \frac{M\Delta\lambda}{d \cos \theta_0}$, 可求出光栅对 TEM₁ 模的最小可分辨波长差:

$$\Delta\lambda = \frac{d \cos \theta_0}{M} \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0 \cos i}{\pi \omega_0 \cos \theta_0} = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_0 d \cos i}{M \pi \omega_0},$$

所以光栅对 TEM₁ 模的分辨本领为:

$$\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{M \pi \omega_0}{d \cos i} \quad (B·5)$$

将(B·5)式与(19)式相比可见光栅对 TEM₁ 模的分辨本领比光栅对 TEM₀ 模的分辨本领减少了 $\frac{3}{\sqrt{2}}$ 倍。对于更高阶模,光栅的分辨本领都可进行类似的计算,因此从略。

参 考 文 献

- [1] G. O. Olaofe; *JOSA*, 1970, **60**, 1654; R. G. Schell *et al.*; *JOSA*, 1971, **61**, 31.
- [2] V. A. Dombrovskii *et al.*; *Opt. Spectroscopy*, 1978, **45**, No. 5, 801.
- [3] M. Born, E. Wolf; *Principles of Optics*, Pergamon Press, 1964, p. 401.
- [4] S. E. Siegman; *Introduction to Lasers and Masers*, 1971. 6

感谢本所计算机房周忠益、赵东焕等同志的协助。

参 考 文 献

- [1] B. B. Aaron; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 10, 1597.
- [2] R. Malone *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1975, **34**, No. 12, 721.
- [3] A. E. Siegman *et al.*; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 12, 2775.
- [4] 朱如曾编著;“激光物理”,国防工业出版社,1974年, p. 196.
- [5] LLL Report, Laser Program Annual Report, 1976, 2~12.
- [6] J. T. Hunt *et al.*; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 6, 1458.
- [7] LLL Report, Laser Fusion Program Semiannual Report, 1973. 年
- [8] 王桂英等;《激光》, 1981, **9**, No. 9, 57