

激光棒中温度分布的时间特性

林福成 张珊珊

(中国科学院上海光机所)

提要: 计算了在光泵期间均匀光泵引起激光棒中温度分布随时间的变化。单次脉冲可以忽略棒的热传导, 温度分布完全由光泵决定。求出连续运转和重复脉冲运转的稳态建立时间, 温度分布和重复脉冲运转的温度波动。对典型的YAG器件给出了具体的数值。

Time dependence of temperature distribution in solid state laser rods

Lin Fucheng, Zhang Shanshan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Homogeneous pumping induced time dependence of temperature distribution in solid state laser rods during pumping is calculated. The thermal conductivity can be neglected for the single pulse operation and the temperature distribution is determined solely by the pumping distribution. The build-up time of the steady state, temperature distribution and temperature fluctuation are obtained for cw and pulse repetition operation. Data are given for the typical YAG devices.

激光棒在光泵期间的温度分布, 对激光器的输出特性影响很大。单次长脉冲工作状态下, 整个运转时间的温度分布随时间变化; 在重复率为每秒数次至数十次的工作状态下, 棒的温度分布是时间的周期性函数; 只有连续运转状态, 棒的温度分布才能由开始的分布向一个稳定的分布转变。因此, 温度分布随时间变化是普遍的情况。

一、热传导方程

把激光棒看成是无限长的圆柱, 半径为 r_0 。光泵每单位时间在单位体积内输入热量

$A(r, t)$ 。激光棒通过其侧面与冷剂进行热交换, 交换系数为 H 。棒的热导率为 K , 热扩散系数为 κ , 初始温度和冷剂温度为零, 棒内温度为 u 。描述这个问题的热传导方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{A(r, t)}{K} = 0, \quad (1)$$

初始条件

$$u(r, t=0) = 0, \quad (2)$$

边界条件

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r_0, t} = -hu \Big|_{r_0, t} \quad (3)$$

其中

$$h = H/K. \quad (4)$$

收稿日期: 1981年10月29日。

热传导方程的求解方法已经相当成熟^[1], 下面分别对各种运转状态的激光棒进行计算。计算时假定光泵是均匀的, 即

$$A(r, t) = A(t).$$

对不均匀光泵的情况也略加讨论。激光棒假定是 $r_0 = 0.30$ 厘米的 YAG 棒, 它的有关数值为 $K = 0.13$ 瓦/厘米·K, $\kappa = 0.046$ 厘米²/秒。在通常的运转情况下, 冷却和 [2] 相似, 取 $H \sim 0.25$ 卡/厘米²·秒·K, 所以

$$h \sim 10 \text{ 厘米}^{-1}.$$

二、单次长脉冲运转

假定光泵是个矩形脉冲, 运转时间为 $t_{\text{运}}$,

则

$$A(t) = \begin{cases} A_0, & 0 \leq t \leq t_{\text{运}} \\ 0, & 0 > t \text{ 或 } t > t_{\text{运}} \end{cases} \quad (5)$$

$t_{\text{运}}$ 的数值在几十微秒到几百微秒之间。为此, 用 Laplace 变换对 (1) 求解, 在象函数中先进行简化, 最后得到小时间的解为 ($r \neq r_0$):

$$u(r, t) = \frac{\kappa A_0}{K} t - \frac{\kappa A_0}{K} h \sqrt{\frac{r_0}{r}} \cdot \left[\sqrt{\kappa} (4t)^{3/2} i^3 \operatorname{erfc} \left(\frac{r_0 - r}{2\sqrt{\kappa t}} \right) - \frac{3r - 8hr_0r + r_0}{8r_0r} \kappa (4t)^2 \cdot i^4 \operatorname{erfc} \left(\frac{r_0 - r}{2\sqrt{\kappa t}} \right) + \dots \right], \quad (6)$$

$(0 \leq t \leq t_{\text{运}})$

其中误差函数

$$i^n \operatorname{erfc}(x) = \int_x^\infty i^{n-1} \operatorname{erfc} \xi \cdot d\xi \quad (7)$$

有表可查^[1], (6) 式的第一项表示不考虑热传导效应时棒内的温度升高, 第二项反映热传导效应。

作为一个例子, 考虑 $\phi 6 \times 60$ 毫米的 YAG 棒, 在 100 微秒时间内输入 100 焦耳的能量, 估计其中有 5% 被 YAG 棒吸收变为热能^[2], 对应的 A_0 为 2.95×10^4 瓦/厘米³, $\frac{\kappa A_0}{K}$

为 1.05×10^4 °C/秒。在光泵终了时温度最高, 大部分为 1.05 °C。在棒的侧面处, 由于冷剂的作用, 温度只为 $1.05(1 - 0.048)$ °C, 即和棒的大部分温度只差 5% 以下。而在离侧面 0.1 毫米处温度为 $1.05(1 - 0.00002)$ °C。也即在半径大于 97% 的范围内, 棒完全是被均匀加热的。即使边缘部分, 冷剂的热导作用也可以忽略。棒内的温度分布, 完全反映了光泵的分

三、连续运转的情况

这时不能用小时间解 (6), 而由 (1) 求出

$$u(r, t) = \frac{A_0 r_0^2}{4K} \cdot \left(1 + \frac{2}{r_0 h} - \frac{r^2}{r_0^2} \right) - \frac{2hA_0}{Kr_0} \cdot \sum_m \frac{J_0(\alpha_m r) \cdot e^{-\alpha_m^2 t}}{\alpha_m^2 (\alpha_m^2 + h^2) J_0(\alpha_m r_0)}, \quad (8)$$

其中 J_n 为 n 阶贝塞尔函数, α_m 为方程

$$\alpha_m J_1(\alpha_m r_0) = h J_0(\alpha_m r_0) \quad (9)$$

的第 m 个根。可以看出, 当

$$t \sim \frac{1}{\kappa \alpha_m^2} \quad (10)$$

时, (8) 式中 $m \geq m_0$ 的项都衰减掉, 对于我们上面所举的例子, $m \leq 6$ 的有关数据为

m	1	2	3	4	5	6
$r_0 \alpha_m$	1.79	4.46	7.41	10.5	13.5	16.6
α_m (厘米 ⁻¹)	5.97	14.9	24.7	35.0	45.0	55.4
$\kappa \alpha_m^2$ (秒 ⁻¹)	1.65	10.2	28.2	56.4	93.3	141

所以在光泵开始之后约 1 秒钟, 稳态分布才开始建立起来。稳态分布的侧面温度比冷剂高出

$$\frac{A_0 r_0}{2hK}$$

棒内的温度分布为抛物线型, 这在许多文献中都已论述过。

对 $\phi 6 \times 60$ 毫米的 YAG 棒, 输入功率假定为 5 千瓦, 对应的 A_0 为 148 瓦/厘米³, 中

心温度为 42.7°C ，侧面温度为 17.1°C ，中心温度比边缘温度高出 25.6°C 。

四、重复运转的情况

1. 光泵期间的温度分布

设重复光泵如图 1 所示。光泵的持续时间为 a ，周期为 b ，考虑第 N 个脉冲开始后 τ 时间的温度分布。

由于方程(1)是线性的，分布 $u(r, t)$ 可看成 N 个分布的迭加：其中 $(N-1)$ 个分布是前面 $(N-1)$ 个脉冲产生的分布，第 N 个是最后这个脉冲的影响，即(6)式求出

$$u(r, \tau) \simeq \frac{\kappa A_0}{K} \tau + \frac{2h}{r_0} \cdot \frac{\kappa A_0}{K} a \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\alpha_m r) e^{-\kappa \alpha_m^2 \tau}}{(h^2 + \alpha_m^2) J_0(\alpha_m r_0)} \cdot \frac{e^{-\kappa \alpha_m^2 b} - e^{-\kappa \alpha_m^2 N b}}{1 - e^{-\kappa \alpha_m^2 b}} \quad (11)$$

其中 α_m 满足(9)式。由(11)看出，只有

$$N b > \frac{1}{\kappa \alpha_1^2} \quad (12)$$

才能不考虑前面脉冲个数的影响，即进入稳态。这个时间和连续工作的稳态建立时间完全相同(见(10)式)，在上面所举的例子中，建立时间约为 1 秒，在稳态时，(11)化为

$$u(r, \tau) = \frac{\kappa A_0}{K} \tau + \frac{2h}{r_0} \cdot \frac{\kappa A_0}{K} a \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0(\alpha_m r) e^{-\kappa \alpha_m^2 \tau}}{(h^2 + \alpha_m^2) J_0(\alpha_m r_0)} \cdot \frac{1}{e^{\kappa \alpha_m^2 b} - 1} \quad (12')$$

值得注意的是，(12)式的特征时间和输入光

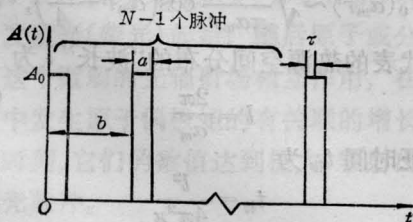


图 1 重复光泵的形状

泵的能量和重复率没有关系，只和激光棒的热导率有关。它的简单的物理意义可以用图 2 来表示。设图 2 中的温度 u 只取棒中心 ($r=0$) 的数值，图 2(a) 是低重复率 ($b > \frac{1}{\kappa \alpha_1^2}$) 高输入能量的情况，在 $t \gg \frac{1}{\kappa \alpha_1^2}$ 以后进入稳态，即完全重复以前的温度变化，图 2(b) 是高重复率 ($b \ll \frac{1}{\kappa \alpha_1^2}$) 低输入能量的情况，在 $t \gg \frac{1}{\kappa \alpha_1^2}$ 之后，每个泵浦脉冲引起的温升，在二次泵浦中间的时间内又被热传导所抵消，因此也达到稳态。

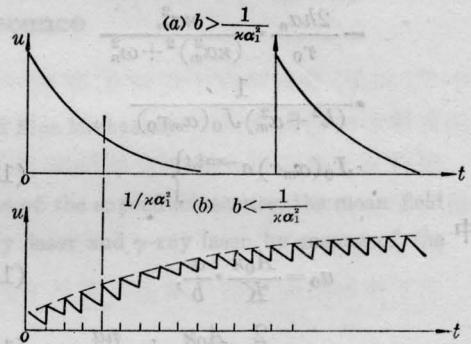


图 2 $r=0$ 的 $u-t$ 关系
假设 $a \ll b$ ，所以上升很陡

2. 稳态的温度波动

稳态是指光泵加上足够长的时间之后(满足(12)式)的温度分布，它也是时间的周期函数，周期为 b 。在一周期中，棒内某一点的温度有一波动的幅度。如果波动的幅度远小于平均温度，则接近于恒定的分布，这时可用慢速的测量方法，来观察棒内的温度分布及它的影响，如用目测方法来测定棒的热焦距。如果波动的相对幅度很大，则稳态不能看成是恒定的状态，对应的测量方法，应该用快速的测量方法。

由于棒内不同点的温度波动不一样，它所产生的总效果很复杂。因此，我们只作粗略估计。为计算方便，把时间坐标的原点移到光泵脉冲的中点，如图 3 所示。把 $A(t)$ 进行频谱分析，利用源函数方法对(1)式求解。

最后得到

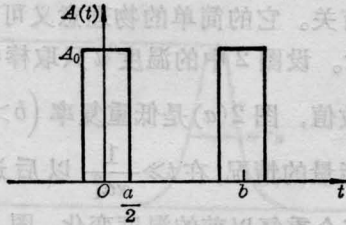


图3 坐标原点的选择

$$u(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{2ha_n}{r_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\kappa\alpha_m^2)^2 + \omega_n^2}} \cdot \frac{1}{(h^2 + \alpha_m^2) J_0(\alpha_m r_0)} \cdot J_0(\alpha_m r) \cos(\omega_n t - \psi_{nm}) - \frac{2ha_n}{r_0} \cdot \frac{\kappa\alpha_m^2}{(\kappa\alpha_m^2)^2 + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{(h^2 + \alpha_m^2) J_0(\alpha_m r_0)} \cdot J_0(\alpha_m r) e^{-\kappa\alpha_m^2 t} \right\} \quad (13)$$

其中

$$a_0 = \frac{A_0 \kappa}{K} \cdot \frac{a}{b}, \quad (14)$$

$$a_n = \frac{2}{n\pi} \frac{A_0 \kappa}{K} \sin \frac{n\pi a}{b}, \quad (15)$$

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{b}, \quad (16)$$

$$\sin \psi_{nm} = \frac{\omega_n}{\sqrt{(\kappa\alpha_m^2)^2 + \omega_n^2}}. \quad (17)$$

由(13)看出,满足(12)时为稳态条件,这和上面的结果一致。 $n=0$ 的项,是与光泵的直流分量(平均功率引起的)相对应,而 $n \neq 0$ 的项是与光泵第 n 个谐波分量对应。对每一个 a_n 都和一连串的零阶贝塞尔函数相联系。由于满足(9)式的 α_m 随 m 的增加而迅速增长,使得

$$\frac{1}{\sqrt{(\kappa\alpha_m^2)^2 + \omega_n^2}} \frac{1}{(h^2 + \alpha_m^2) J_0(\alpha_m r_0)} \cdot J_0(\alpha_m r) \cos(\omega_n t - \psi_{nm})$$

的贡献迅速减少,所以可以近似地只取 $m=1$ 的项来比较,此外,光泵的谐波分量 a_n 也随 n 的增长而迅速减少(见(15)式),所以可取第一个谐波与直流分量进行估算(因此估算值偏低)。这样,温度的相对波动粗略为

$$\frac{a_1}{a_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_1}{\kappa\alpha_1^2}\right)^2}} \sim \frac{2}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_1}{\kappa\alpha_1^2}\right)^2}} \quad (18)$$

后一个等式,在光泵的占空比很小时($a \ll b$)成立。

对上面举过的例子, $\kappa\alpha_1^2 = 1.65$,所以相对波动为 $\frac{3.3 \text{ 秒}^{-1}}{\omega_1}$ 。对于每秒5次的脉冲, $\omega_1 \approx 30 \text{ 秒}^{-1}$,相对波动为10%,而每秒50次的脉冲, $\omega_1 \approx 300 \text{ 秒}^{-1}$,相对波动只有1%。

五、讨 论

上面讨论的是均匀光泵的情况。实际上,由于聚光系统的象差,棒表面磨毛,棒对不同波长光吸收不一样等等原因,是不可能棒内产生均匀的热源的。但对热源的分布形式进行理论计算是十分困难的。有人曾经假定热源只分布在侧面上^[3],也是不能令人信服的。用实验求出热源的分布形式,可能是比较确实可行的。

求出 $A(r, t)$ 的形式之后,求温度分布原则上没有什么困难。在均匀光泵的情况下,单次泵浦期间棒的温度分布也是均匀的。这是因为在短的时间内,棒和冷却剂的热交换可以忽略。在非均匀光泵的情况下,单次光泵期间棒和冷却剂的热交换也是可以忽略的,但这时要考虑棒内受热不均匀的各区域间的热传导。由(8)式可以看出,温度为 $J_0(\alpha_m r)$ 的分布的衰减特征时间为 $1/\kappa\alpha_m^2$ 。 m 很大时衰减特征时间就很小,代表棒内的热传导很快发生影响。由贝塞尔函数的渐近性质可知,在宗量很大时

$$J_0(\alpha_m r) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha_m r}} \cos\left(\alpha_m r - \frac{\pi}{4}\right), \quad (19)$$

它所代表的热源空间分布的“波长” l 为

$$l = \frac{2\pi}{\alpha_m} \quad (20)$$

而特征时间 $t_{\text{特}}$ 为

$$t_{\text{特}} = \frac{l^2}{4\pi^2 \kappa} \quad (21)$$

(下转第519页)

节可调 F-P 腔时没有发生跳支。

为了检查这个方法的测量精度,我们用 5 块透过率分别为 0.32、0.2、0.16、0.1、0.06 的镜片作输出镜,它们的中心波长为 12.5 微米左右,并采用镀金反射镜。在同一个管子上,在相同的气压和相同的气体配比、相同的电流下分别测得它们的输出功率,用最小二乘法和 Rigrod 的公式求得 g_0 、 P_0 和 a 。所得结果与前一种方法的结果接近。在图 6 中绘出了 100 托 3 毫安时(此点输出功率最大)压电陶瓷上的电压和输出功率的关系曲线,其中虚线为记录值,实线为用后一种方法测得的 g_0 、 P_0 、 a 代入可调 F-P 腔时的公式中算出的电压和输出功率的对应曲线,这两条

(上接第 514 页)

最佳溶剂的选择

溶剂变化,叶绿素 d 的吸收峰值及半宽^[2]也随之移动。在作模选择 Q 开关时,不但要求染料有大的有效吸收截面,而且吸收带宽要窄,吸收峰值处于激光波长的中心处。满足上述某些条件的溶剂可以有多种,但如果考虑到使用染料盒玻璃基片的折射率为 1.5 的话(有多种玻璃可供选择),那么选择苯作为叶绿素 d 的溶剂是最合宜的。此时吸收峰值处在 692 毫微米,带宽为 21 毫微米,比之

(上接第 504 页)

如果要求在光泵持续时间为 10^{-4} 秒量级内棒的热传导发生很大的影响,就要求光泵不均匀的“波长”为

$$l \sim 2\pi\sqrt{\kappa \times 10^{-4}} \sim 10^{-2} \text{ 厘米。}$$

实际上,光泵的不均匀性往往表现为距离的单调函数,线度为 10^{-2} 厘米量级的“条纹”更是不可能发生的。因此,在目前使用的光泵结构中,单次脉冲光泵引起的棒内温度瞬时分布,完全是光泵产生的热源的形状,与棒的

曲线是一致的(除 C 点附近有些偏差以外)。

如果已知腔内总损耗,只测小信号增益及饱和强度时误差更小。

参 考 文 献

- [1] H. G. Heard; *Laser Parameter Measurements Handbook*, New York: John Wiley, Sons, Inc. 1968, 199~282.
- [2] B. S. Pater; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1973, **QE-9**, 1150~1151.
- [3] J. J. Degnan, H. E. Welker; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1973, **QE-9**, 489~491.
- [4] Colin S. Willett; *Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms*, Oxford: Pergamon Press Ltd, 1974.
- [5] Rigrod W. W; *J. Appl. Phys.*, 1965, **36**, 2487.
- [6] John J. Degnan; *J. Appl. Phys.*, 1976, **47**, 1-33.

本文实验时用丙酮溶剂 24 毫微米窄 3 毫微米。如果不用光胶染料盒,使染料盒玻璃基片的一面镀以增透膜,不镀增透膜的面与溶剂接触,这样插入损耗可以大大降低。若在激光腔内有横模选择小孔时,还可避免因折射率的差异而发生的折射偏移,使调整方便。

叶绿素 d 样品分级标准及吸收光谱图是中国科学院北京植物研究所王淑芝同志提供的,谨致谢忱。

参 考 文 献

- [1] E. Gregor; *SPIE Seminar Proc.*, 1971, **25**, 93.
- [2] 路荣昭等;《植物学报》, 1977, **19**, No. 4, 283.

热传导无关。

在连续运转和重复脉冲运转的情况下,才能考虑棒的热传导问题。

参 考 文 献

- [1] H. S. Carslaw, J. C. Jaeger; "Conduction of Heat in solids", Oxford at the Clarendon Press, 1959.
- [2] W. Koechner; *Appl. Opt.*, 1970, **9**, No. 6, 1429.
- [3] M. K. Chun *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1971, **QE-7**, No. 5, 200.