激 光
第9卷 第7期

修正计算全息图位相误差方法的选取

郑 辉 陈仲裕

(中国科学院上海光机所)

提要: 本文以实践结果的正确与谬误，说明修正 Lohmann 全息图位相误差方法选取的必要性和理论根据。

Selection of methods to modify phase errors in making computer generated holograms

Zheng Hui, Chen Zhongyu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Necessity and theoretical basis for selection of methods to modify the phase errors in making computer generated holograms are given based on correct and wrong practical results.

计算全息图是人工模拟的全息图，其本身完成了两种模拟：① 模拟计算了从物到全息图平面光的传播过程；② 编码作图即是模拟通常全息学中由参考光与物光所形成的干涉条纹图。

计算全息图既然是人工模拟自然过程，那就一定存在模拟的准确性和精度问题。因此选取恰当的方法，尽量消除计算全息图的误差是计算全息的一个很重要的问题。当然模拟的正确与否还要由最后的实验结果来判断。

一、Lohmann 全息图位相误差的存在

作计算全息图的方法很多，我们采用 Lohmann 方法。Lohmann 全息图具有计算时间比较少等许多优点。但因波前函数（物函数）是被等距点取样，使 Lohmann 作图法本身带来了位相误差[1]。这是由于矩形通光孔从分辨元中心移动一个正比于元中心处位相的量，而不是正比于移动了的位置(孔)的位相。这意味着移动了的矩形通光孔代表的位相被近似为元中心的位相。如果再现的波前 $W(x, y)$ 在分辨元里缓慢地变化，所作的近似是有效的。由于近似，Lohmann 全息图不是都可以再现一个满意的波前。因此，必须寻找一种恰当的方法来减小或消除由近似而引起的位相误差。

Lohmann 全息图近似引起的误差表示为[2]：

$$\Delta W=\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right)^2 W(x, y)\ \frac{\partial W(x, y)}{\partial x}$$

可见误差正比于取样单元宽度 Δ、全息图再现波前 $W(x, y)$ 和它的微分。误差 ΔW 可

收稿日期：1981年9月28日。

由减小取样单元宽度Δ而降低。然而，在许多情况下增加分辨单元数是很困难且不经济的，而且再现越复杂的波前所需全息图取样点数就越多，这在制作计算全息图中成为一个严重的问题。取样点数超过一定限度，其他方面的相对误差也会随之提高(如绘图、染黑及缩微)。

二、修正 Lohmann 全息图位相误差方法的选取

文献中已有 Lohmann 等人采用的牛顿三次多项式内插法、迭代法。我们是用拉格朗日一元三点插值法对再现汉字“上”的计算全息图进行了位相误差的修正。为方便起见将位相值作了归一化。将计算机计算的未修正与修正的位相结果中的一组值($m=8$, $n=-11, -10, \cdots, 10$)绘成曲线θ与v(见图1)。取样点数$N\times N=22\times 22$, m、n是谱域取样元序号($m, n=-11, -10, \cdots, 10$)。位相未修正与修正的全息图再现象示于图2。可见位相修正后提高了全息图的再现质量[3]。

为了证明所采取的修正方法是否对，我们也试采用拉格朗日一元n点($n=22$)插值来修正，将插值的位相计算结果绘成图1中的v'曲线。由图1清楚地看到，拉格朗日一元三点插值修正后的位相值v与原未修正的位相值θ处处相距不大，而用拉格朗日一元n点插值修正的位相值v'仅在中间部分与θ相距不大，在一组数值的两端出现了很多奇异点。若按奇异点的位相值制作全息图，再现象肯定是谬误或根本看不清楚。这说明采用拉格朗日一元n点($n=22$)插值法是不恰当的。而拉格朗日一元(或二元)三点插值法修正 Lohmann 全息图位相误差是行之有效的。因此我们在修正 Lohmann 全息图位相误差时不能从现有的方法中随便采用。若能用还要考虑使用的效果和精度。下面讨论

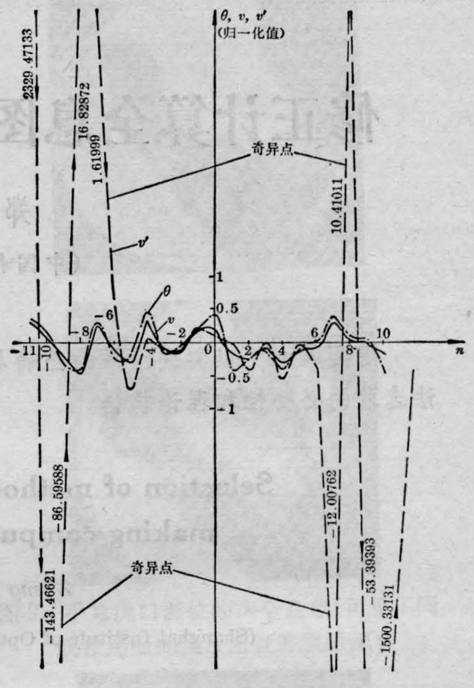
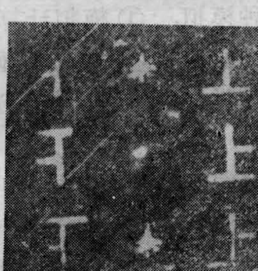
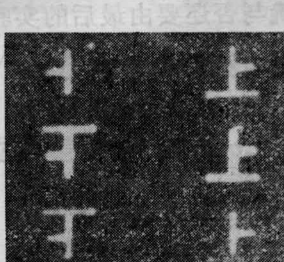


图1 拉格朗日一元三点插值与一元n点插值修正 Lohmann 全息图位相结果的比较

θ—未修正的全息图位相值； v—用一元三点插值修正的全息图位相值； v'—用一元n点插值修正的全息图位相值



(a) 位相未修正的全息图再现象



(b) 一元三点插值修正位相的全息图再现象

图2 Lohmann 全息图的再现象

一下如何选取插值次数。

在函数逼近中，多项式函数类是最方便的。设“给定函数”(被插值函数)是 $f(x)$，逼近函数(插值函数)为 $\varphi_n(x)$。选择 $\varphi_n(x)$ 有许多方法，如何确定最合适的 $\varphi_n(x)$ 是很麻烦的问题。应选择几点插值比较好，取决于被插值函数的性质分析，由于插值问题的唯一性，插值函数 $\varphi_n(x)$ 的拉格朗日形式、牛顿形式以及逐次线性插值是相同的，我们不妨借用均差计算来进行判断。把已知结点 x_i 对应的函数值 y_i 作出均差表 ($i=0, 1, 2, 3, \cdots$) 示出各阶均差，若 m 阶均差为零或接近零，则可用 $m-1$ 次插值，即一元(或二元) m 点插值(若列表函数 y_i 是按自变量 x_i 等距的点给出的，函数变化率与自变量区间无关，因而就不必用均差而用更简单的差分)。必要时采用分段插值而不采用高阶插值。然而在实际问题中往往由于列表函数 y_i 存在舍入误差，或用多项式逼近“给定函数”误差较大，使各阶均差都不出现为零或近于零的情况，这时我们可以根据每个插值点的各阶余项 $R_n(x)$ 进行判别，$R_n(x)=f(x)-\varphi_n(x)$，计算各阶余项 $R_n(x)$ 取之其中绝对值最小的余项 $R_k(x)$ 所对应的阶数 k，即我们就可采用 k 次插值，即 $k+1$ 点插值。如图 3 所示，$|R_k(x)|=\min|R_n(x)|$。插值次数 $n=1, 2, 3, \cdots$。最后还可通过插值结果来检验选取的是否恰到好处。相信随着“数值逼近”的发展，会有更恰当的最佳方法，要注意选取。

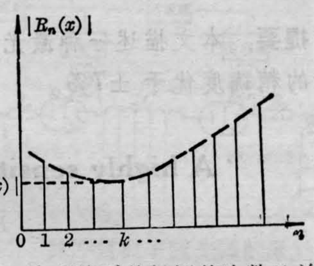


图 3　余项绝对值与插值次数的关系

参考文献

[1] B. R. Brown, A. W. Lohmann; *IBM Journal of Research and Development*, 1969, **13**, No. 2, 160.

[2] T. Yatagai, H. Saito; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 4, 558.

[3] 郑　辉等;《激光》, 1981, **8**, No. 3, 19.

(上接第 474 页)

$$\Delta=\frac{V-V_0}{V_0}=-\frac{n}{2+n},$$

前面已经讨论过，在卡计中 ΔR 通常不大于 $0.004R$，即 $n<0.004$，由上式计算可知，其非线性误差不大于 $\pm0.2\%$。我们对电桥的非线性进行过实验测定，测得的结果完全符合上述公式。

⑥ 我们采用的电容放电电定标装置，定标误差不大于 $\pm1\%$。

综上所述，H-J 激光微能量计的精度为 $\pm2\%$，准度优于 $\pm7\%$。

由于吸收面对激光辐射的不完全吸收在特定波长是一个定值，因此可作适当的修正，测量准度可适当提高。

参考文献

[1] E. D. West; J. *Res. NBS* (A), 1972, **76**, 13~26.

[2] Gunm. S. R.; *J. Phys.* (E), 1972, **6**, No. 2, 105~114.

[3] Franzen D. L.; *Appl. Opt.*, 1976, **15**, No. 12, 3115~3122.

[4] R. Thiel;《非电量电测法》，人民邮电出版社，1981 年版。

[5] 《电桥理论与计算》，上海科学技术出版社，1964 年版。