

泵浦过程中晶体热效应的对称性

沈鸿元

(中国科学院福建物质结构研究所)

提要: 本文以[010]取向的正交晶系 Nd:YAP 晶体棒和 [111] 取向的立方晶系 Nd:YAG 晶体棒为研究对象, 从对称性的角度研究了泵浦过程晶体热效应与其点群对称要素的关系。研究表明, 所得结果满足 Newman 原理的要求。

文中也指出了热致双折射率和热致折射率的对称性对晶体的等色线图、退偏振损耗和热聚焦效应的影响。

Symmetry of thermal effects in pumping process for crystals

Shen Hongyuan

(Fujian Institute of Matter Structures, Academia Sinica)

Abstract: With [010] orthorhombic Nd:YAP and [111] cubic Nd:YAG crystal rods as our samples for study, based on crystal symmetry, relation between thermal effects caused in pumping process and lattice symmetrical elements has been investigated. It is shown that the results obtained satisfy Newman principle.

Effects of symmetry of thermal induced refringence and birefringence on isogyre pattern, depolarized losses as well as thermal focusing of crystal are also described in this paper.

一、引言

晶体的物理性能由其结构、组成和缺陷决定。Newman 原理指出晶体物理性能的对称要素包括晶体点群的对称要素。因此, 在研究晶体的物理性能时, Newman 原理可作为检验所得结果正确性的初步依据。

本文以 [010] 取向的正交晶系 Nd:YAP 晶体棒和 [111] 取向的立方晶系 Nd:YAG 晶体棒为对象, 从对称性的角度研究了泵浦过程晶体热效应的对称性与其点群对称性的关系。并利用晶体热效应的对称性来阐述等色线、等倾线、退偏振损耗和热聚焦等现象。

二、泵浦过程晶体热效应的对称性与其点群对称性关系

泵浦过程晶体中产生的热量, 在不同对称性晶体中引起的热效应是不同的。文献[1]和[2]分别给出了[111]取向的立方晶系 Nd:YAG 晶体棒和[010]取向的正交晶系 Nd:YAP 晶体棒泵浦过程热效应的解析关系式, 这些关系式在附录中以表格形式给出。分析这些关系式表明, 对于每种晶体, 尽管在垂直于棒轴截面上的温度分布、热致弹性应变、热致光弹性折射率、热致光弹性双折射

收稿日期: 1981年7月3日。

率、正交偏振器间的等色线、等倾线和考虑折射率温变系数后的热致折射率等物理性能的计算方法差异很大,但得到的结果具有一定的规律性。在[111]取向的Nd:YAG晶体棒中,(111)平面上上述参数都是围绕[111]轴径向对称的,它们都是径向的抛物线函数。而在[010]取向的Nd:YAP晶体棒中,(100)面和(001)面是上述参数的对称面,这两平面的交线,即[010]轴是它们的二次轴。

考察上述晶体点群的对称要素时发现,Nd:YAG空间群为 $Ia3d$,空间点阵形式为体心立方,[111]方向点群对称要素为 IL_3 ,即存在一个对称心和一根三次轴。在(111)平面上起作用的对称要素只有三次对称轴。它显然包括在物理性能轴对称之中。正交晶系Nd:YAP晶体空间群为 $D_{2h}^{10}-Pbnm$,空间点阵为简单正交形式,[010]方向点群对称要素为 L_22m ,即存在一根二次轴以及一个垂直于这根二次轴的对称平面,在[010]方向起作用的是二次轴,它是另外二个互相垂直对称面的交线。它同样包括在物理性能的对称要素之中。

从上面的分析,我们可以得到以下结论,上述晶体泵浦过程的热效应具有一定的对称性,它与晶体点群的对称要素有关。泵浦过程中[111]取向的Nd:YAG晶体和[010]取向的Nd:YAP晶体上述参数的对称性与晶体点群对称性间的关系服从Newman原理的要求。

三、热致光弹性双折射率的对称性 对等色线、等倾线和退偏振损耗的影响

光强为 I_0 的He-Ne激光通过包含遭受热效应的晶体棒后的光强分布,利用Jones矩阵法求得:

$$I_{out} = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\phi \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \quad (1)$$

式中 ϕ 是折射率椭圆主轴与偏振器偏振

方向间的夹角; Γ 是He-Ne激光通过晶体棒后的相位延迟。方程(1)中相位延迟 Γ 相等处输出光强相等,得等色线。 ϕ 相等处,出射光强也相等,得等倾线。

[111]取向的Nd:YAG晶体棒中,热致光弹性双折射率是径向对称的,它是径向抛物线函数(见附录)。计算等相位延迟的轨迹得到等色线是亮暗相间的同心圆(见附录)。此外,在与正交偏振器重合的方向出现等倾线。由于热致光弹性双折射率的径向对称性,随着方向转动,折射率椭圆也跟着转动(见图1),所以得到的等倾线始终与正交偏振器偏振方向重合。由此在一般情况下,遭受热效应应的[111]取向的Nd:YAG晶体棒,在正交偏振器间的等色线、等倾线是图2所示的一簇亮暗相间的同心圆和一个黑十字叉。

在Nd:YAG激光器中插入布儒斯特片,由于热致光弹性双折射率的径向对称性,由布儒斯特片起偏的激光通过Nd:YAG晶体棒的不同部分遭到不同程度的退偏振。正因为如此,在求解偏振光通过整个棒截面的退偏振损耗时,必须对 ϕ 从 $0-2\pi$ 求积分,从而引起可观的退偏振损耗^[3]。

[010]取向的Nd:YAP棒中,热致光弹性双折射率是 α_1^2 和 α_2^2 的函数(见附录, α_1 、 α_2 是笛氏坐标轴,它们与结晶的 a 、 c 轴重合),等热致光弹性双折射率的轨迹是椭圆,

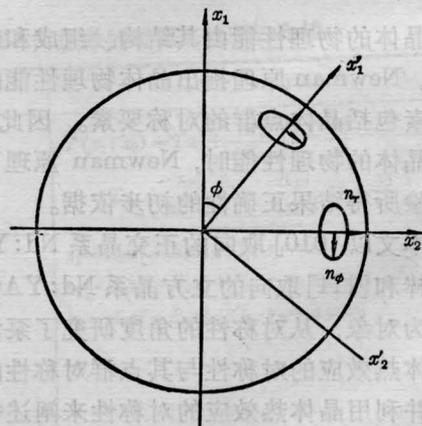


图1 [111]Nd:YAG棒的示性面



图2 [111]Nd:YAG 棒的等色线和等倾线图

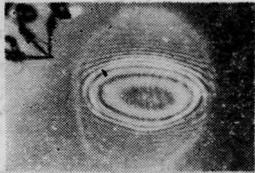


图3 [010]Nd:YAP 棒的等色线图

计算等相位延迟的轨迹得到等色线，它是一簇如图3所示的亮暗相间的椭圆（见附录）。与[111]取向的Nd:YAG晶体棒不同，[010]取向的Nd:YAP晶体棒不出现等倾线。因为[010]取向的Nd:YAP晶体棒中热应变诱导折射率椭圆主轴的旋转角 ϕ 极小^[2]，在棒截面的任何位置上，沿着 x_1 方向和 x_3 方向的热致光弹性折射率 n_1^* 和 n_3^* 都是 x_1^2 和 x_3^2 的函数， n_1^* 、 n_3^* 等折射率的轨迹都是椭圆，两个椭圆的长短轴互易，椭圆的大小和形状也不同（见图4），所以在正交偏振器偏振方向与折射率椭圆主轴重合时（即 $\phi=0$ 时），完全消光，不出现等倾线。

正是由于[010]取向的Nd:YAP晶体棒

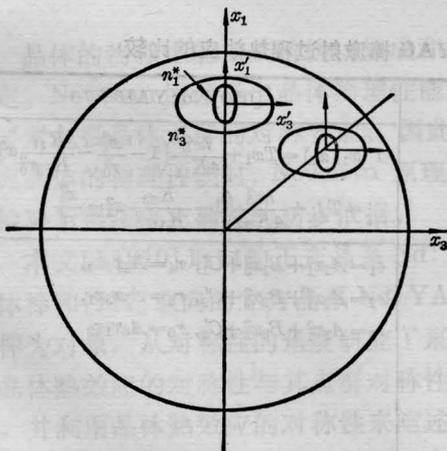


图4 [010]Nd:YAP 棒的示性面

中热应变诱导折射率椭圆主轴旋转角极小，以及在棒的整个截面上 n_1^* 和 n_3^* 是 x_1^2 和 x_3^2 的函数，使得折射率椭圆主轴的方向在整个截面上不变，所以Nd:YAP激光器输出的激光偏振度极高。

四、热致折射率的对称性 对热透镜效应的影响

按照 Miller 的工作^[4]，折射率按径向抛物线分布的介质，相当于主平面到端面距离为 h ，焦距为 f 的厚透镜。

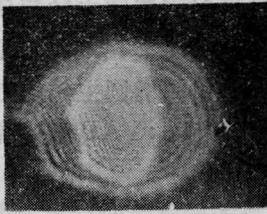
[111]取向的Nd:YAG晶体棒中，径向和切向热致折射率 n_r 、 n_ϕ 都是径向抛物线函数（见附录），两者分布常数不同，所以呈现双焦距特性。但由于两者都是径向对称的，不可能用偏振激光作探针光分别测出这两个焦距。但在焦距外的屏上的确能观察到两个互相交迭的亮圈，而在焦点附近要区分它们是困难的，所以一般只能测到平均热焦距。

热致折射率的径向对称性，可用简单的球面镜技术补偿由其引起的热焦距。

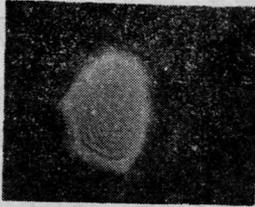
[010]取向的Nd:YAP晶体棒中，沿 x_1 和 x_3 方向的热致折射率 $n(x_1)$ 和 $n(x_3)$ 都具有

$$n = n_0 \left(1 - \frac{x_1^2}{A} - \frac{x_3^2}{B} \right) \quad (2)$$

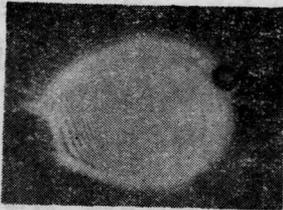
的形式（见附录），让准直He-Ne激光通过它，在焦距外的屏上观察到的光强分布是长短轴互易的二个椭圆（见图5(A)），它们分别是 $n(x_1)$ 对沿 x_1 方向偏振光与 $n(x_3)$ 对沿 x_3 方向偏振光作用的结果。这说明 $n(x_1)$ 和 $n(x_3)$ 中分布常数都是正的，所以沿着 x_1 和 x_3 方向等折射率的轨迹都是椭圆。当入射光沿 x_1 方向偏振时，由 $n(x_3)$ 对入射光作用引起的光斑消失（见图5(B)）。当入射光沿 x_3 方向起偏时，由 $n(x_1)$ 对入射光作用引起的光斑消失（见图5(C)）。这样，可以用偏振光分别测出由 $n(x_1)$ 和 $n(x_3)$ 引起的聚焦效应。在



(A) He-Ne 激光不起偏



(B) He-Ne 激光沿 x_1 方向起偏



(C) He-Ne 激光沿 x_3 方向起偏

图5 平行 He-Ne 激光通过遭受热效应的 [010] Nd:YAP 晶体棒后,在焦距外屏上的光斑

坐标轴上 $n_{x_1=0}(x_1)$ 、 $n_{x_3=0}(x_1)$ 和 $n_{x_1=0}(x_3)$ 、 $n_{x_3=0}(x_3)$ 都是径向抛物线函数,借助 Miller

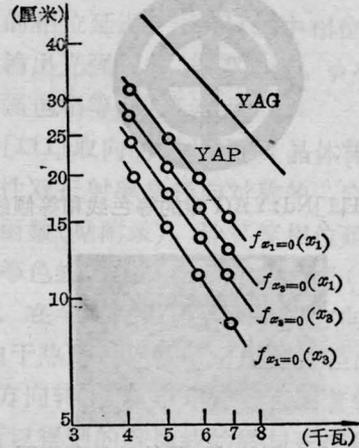


图6 [010]YAP 棒热焦距与输入灯电功率的关系

的结果可以得到相应的四个热焦距 $f_{x_1=0}(x_1)$ 、 $f_{x_3=0}(x_1)$ 和 $f_{x_3=0}(x_3)$ 、 $f_{x_1=0}(x_3)$ 。与 Nd:YAG 不同,这四个热焦距借助于偏振光很易测量。图6给出了它们与输入灯电功率的关系。图中也给出了 Nd:YAG 的测量结果,以资比较。

[010]取向 Nd:YAP 晶体棒致双折射率的这种非径向对称分布,使得棒变成一个非球面厚透镜,要补偿这种热透镜是比较困难的。

附录

[010]取向的 Nd:AYP 棒和 [111]取向的 Nd:YAG 棒激光过程热效应的比较

	[111] Nd:YAG ^[1]	[010]Nd:YAP ^[2]
温度分布	$T(r) = T_{r_0} + \frac{1}{4} \left(\frac{hr_0^2}{K} \right) \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)$	$T(x_1, x_3) = T_{x_1} + \frac{hr_0^2}{4K_{11}} \left(1 - \frac{x_1^2}{r_0^2} - \frac{K_{11}}{K_{33}r_0^2} x_3^2 \right),$ $= T_{x_3} + \frac{hr_0^2}{4K_{33}} \left(1 - \frac{K_{33}}{K_{11}r_0^2} x_1^2 - \frac{x_3^2}{r_0^2} \right)$
热致弹性应变	$\epsilon_r(r) = \left[\frac{ah}{16K} (1-\nu) \right] [(3\nu-1)r_0^2 - (7\nu-1)r^2],$ $\epsilon_\phi(r) = \left[\frac{ah}{16K} (1-\nu) \right] [(3\nu-1)r_0^2 - (5\nu-3)r^2],$ $\epsilon_z(r) = \left[-\frac{ah}{8K} (r_0^2 - 2r^2) \right]$	$\epsilon_1 = A_1 x_1^2 + B_1 x_3^2 + C_1, \quad r_4 = A_4 x_2 x_3,$ $\epsilon_2 = A_2 x_1^2 + B_2 x_3^2 + C_2, \quad r_5 = A_5 x_3 x_1,$ $\epsilon_3 = A_3 x_1^2 + B_3 x_3^2 + C_3, \quad r_6 = A_6 x_1 x_2$

	[111]Nd:YAG ^[1]	[010]Nd:YAP ^[2]
热致光弹性折射率	$n_r = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 \left(\frac{\alpha h}{K} \right) (Q r_0^2 + C_r r^2),$ $n_\phi = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 \left(\frac{\alpha h}{K} \right) (Q r_0^2 + C_\phi r^2),$ $Q = \frac{(2\nu-1)(2P_{11}+4P_{12}) + (\nu+1)P_{44}}{24(1-\nu)}$ $C_r = \frac{\left\{ (17\nu-7)P_{11} + (31\nu-17)P_{12} \right\} + q(\nu+1)P_{44}}{48(\nu-1)}$ $C_\phi = \frac{(10\nu-6)P_{11} + 2(11\nu-5)P_{12}}{32(\nu-1)}$	$n_1^* \approx n_1 - \frac{n_3^3}{2} [(P_{11}A_1 + P_{12}A_2 + P_{13}A_3)x_1^2 + (P_{11}B_1 + P_{12}B_2 + P_{13}B_3)x_2^2 + (P_{11}C_1' + P_{12}C_2' + P_{13}C_3')]]$ $n_3^* \approx n_3 - \frac{n_3^3}{2} [(P_{31}A_1 + P_{32}A_2 + P_{33}A_3)x_1^2 + (P_{31}B_1 + P_{32}B_2 + P_{33}B_3)x_2^2 + (P_{31}C_1' + P_{32}C_2' + P_{33}C_3')]]$
热致光弹性双折射率	$n_r - n_\phi = n_0^3 \left(\frac{\alpha h}{K} \right) \left\{ -(P_{11} - P_{12} + 4P_{44}) \times \left[\frac{\nu+1}{48(\nu-1)} \right] \right\} r^2$	$n_1^* - n_3^* \approx (n_1 - n_3) + \frac{n_3^3}{2} \{ [(P_{31} - P_{11})A_1 + (P_{32} - P_{12})A_2 + (P_{33} - P_{13})A_3]x_1^2 + [(P_{31} - P_{11})B_1 + (P_{32} - P_{12})B_2 + (P_{33} - P_{13})B_3]x_2^2 + [(P_{31} - P_{11})C_1' + (P_{32} - P_{12})C_2' + (P_{33} - P_{13})C_3'] \}$
热诱导性面椭圆主轴旋转角	ϕ_c	$\phi_{0r} = \frac{\Delta B_5}{B_1^0 - B_3^0} < 10^{-2}$ 弧度
正交偏振器间的等色线和等倾线	$x_1^2 + x_2^2 = \varphi^2$ $\varphi^2 = \frac{\lambda \Gamma}{\pi L} \times \frac{24K(1-\nu)}{n_0^3 \alpha h (1+\nu)} \times \frac{1}{P_{11} - P_{12} + 4P_{44}}$ <p>出现等倾线, 其方向与正交偏振器偏振方向相同</p>	$\frac{x_1^2}{\varphi^2} + \frac{x_2^2}{\eta^2} = 1; \quad \text{不存在等倾线}$ $\varphi^2 = \frac{\left\{ \frac{2(n_3 - n_1)}{n_3^3} + \frac{\lambda \Gamma}{n_3^3 \pi L} - [(P_{31} - P_{11})C_1'] \right\}}{\left\{ [(P_{31} - P_{11})A_1 + (P_{32} - P_{12})A_2] + (P_{33} - P_{13})A_3 \right\}}$ $\eta^2 = \frac{\left\{ \frac{2(n_3 - n_1)}{n_3^3} + \frac{\lambda \Gamma}{n_3^3 \pi L} - [(P_{31} - P_{11})C_1'] \right\}}{\left\{ (P_{32} - P_{12})C_2' + (P_{33} - P_{13})C_3' \right\}}$
考虑折射率温度系数后的热致折射率	$n_r = n_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{h}{K} \left[\frac{1}{2n_0} \left(\frac{dn}{dT} + \alpha C_r n_0^2 \right) \right] r^2 \right\},$ $n_\phi = n_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{h}{K} \left[\frac{1}{2n_0} \left(\frac{dn}{dT} + \alpha C_\phi n_0^2 \right) \right] r^2 \right\},$ $C_r = \frac{\left\{ (17\nu-7)P_{11} + (31\nu-17)P_{12} \right\} + 8(\nu+1)P_{44}}{48(\nu-1)}$ $C_\phi = \frac{(10\nu-6)P_{11} + 2(11\nu-5)P_{12}}{32(\nu-1)}$	$n(x_1) = (n_1 - s_1) \left[1 - \frac{\frac{m_1}{K_{11}} + Q_1}{n_1 - s_1} x_1^2 - \frac{\frac{m_1}{K_{33}} + B_1}{n_1 - s_1} x_2^2 \right]$ $n(x_3) = (n_3 - s_3) \left[1 - \frac{\frac{m_3}{K_{11}} + Q_3}{n_3 - s_3} x_1^2 - \frac{\frac{m_3}{K_{33}} + B_3}{n_3 - s_3} x_2^2 \right]$
热透镜焦距	$f_r = \left\{ \frac{\eta P_{in}}{\pi r_0^2 K} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dn}{dT} \right) + C_r \alpha n_0^2 \right] \right\}^{-1}$ $f_\phi = \left\{ \frac{\eta P_{in}}{\pi r_0^2 K} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dn}{dT} \right) + C_\phi \alpha n_0^2 \right] \right\}^{-1}$	$f_{x_3} = 0(x_1)$ $= \frac{1}{\left\{ \frac{\eta P_{in}}{2\pi r_0^2 K_{11}} \left[\frac{\partial n_1}{\partial T} + \frac{n_1^3}{2} \left[P_{11} \left(\frac{AM - RN}{AD - RS} + \alpha_1 \right) + P_{12} \alpha_2 + P_{13} \left(\frac{DN - SM}{AD - RS} + \alpha_3 \right) \right] \right] \right\} + \frac{n_1^3 L C_2}{AD - RS} (DP_{13} - RP_{11}) \right\}}$

	[111]Nd:YAG ^[1]	[010]Nd:YAP ^[2]
热透镜焦距		$f_{x_1=0}(x_1) = \frac{1}{\left\{ \frac{\eta P_{in}}{2\pi r_0^2 K_{33}} \left[\frac{\partial n_1}{\partial T} + \frac{n_1^3}{2} \left[P_{11} \left(\frac{AM - RN}{AD - RS} + \alpha_1 \right) + P_{12} \alpha_2 + P_{13} \left(\frac{DN - SM}{AD - RS} + \alpha_3 \right) \right] \right\]} + \frac{n_1^3 LC_1}{AD - RS} (AP_{11} - SP_{13}) \right.}$ $f_{x_3=0}(x_3) = \frac{1}{\left\{ \frac{\eta P_{in}}{2\pi r_0^2 K_{11}} \left[\frac{\partial n_3}{\partial T} + \frac{n_3^3}{2} \left[P_{31} \left(\frac{AM - RN}{AD - RS} + \alpha_1 \right) + P_{32} \alpha_2 + P_{33} \left(\frac{DN - SM}{AD - RS} + \alpha_3 \right) \right] \right\]} + \frac{n_3^3 LC_2}{AD - RS} (DP_{33} - RP_{31}) \right.}$ $f_{x_1=0}(x_3) = \frac{1}{\left\{ \frac{\eta P_{in}}{2\pi r_0^2 K_{33}} \left[\frac{\partial n_3}{\partial T} + \frac{n_3^3}{2} \left[P_{31} \left(\frac{AM - RN}{AD - RS} + \alpha_1 \right) + P_{32} \alpha_2 + P_{33} \left(\frac{DN - SM}{AD - RS} + \alpha_3 \right) \right] \right\]} + \frac{n_3^3 LC_1}{AD - RS} (AP_{31} - SP_{33}) \right.}$

参 考 文 献

- [1] J. D. Foster *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, No. 9, 3656. W. Koechner *et al.*; *IEEE J. Quant.*

Electr., 1970, **QE-6**, No. 9, 557.

- [2] 沈鸿元,《物理学报》, 1981, **30**, No. 8, 1085.
 [3] M. A. Karr; *Appl. Opt.*, 1971, **10**, No. 4, 893.
 [4] S. E. Miller; *Bell System Tech. Journal*, 1965, **44**, 2017.

(上接第 468 页)

光谱匹配和具有高的泵浦效率, 需要很好地控制灯的功率使用范围。在我们采用的钾、铷、汞填充量下, 钾汞灯约是 220~320 瓦; 对于钾铷灯使用功率要求小于 250 瓦。腔内运用功率还要更低些。因此, 我们研制的碱金属蒸气灯是低功率下运用的有效泵浦源。

参 考 文 献

- [1] 王焕灯等;《激光》, 1980, **7**, No. 1, 52.
 [2] 范品忠等;《光源与照明》, 1979, No. 1, 30.
 [3] W. T. Bayha *et al.*; *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1970, **ED-17**, No. 8, 612.

(上接第 477 页)

高阶横模的 $\Delta S_{mn} \Delta \Omega_{mn}$ 随 $(2m+1)(2n+1)$ 线性增加的实质。

参 考 文 献

- [1] H. Kogelnik, T. Li; *Proc. IEEE*, 1966, **54**, 1312.
 [2] A. Maitland, M. H. Dunn; *Laser Physics*, North-Holland, Amsterdam 1969, p140, 156.

- [3] Jahnke-Emde-Lösch; *Tables of Higher Functions*, McGraw-Hill, New York, 1960, p101~104.
 [4] J. W. 顾德门著;《傅里叶光学导论》, 中译本, 科学出版社出版, 1976, p54~56.
 [5] R. N. Bracewell; *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill, New York, 1978, p160.
 [6] W. Kleen, R. Müller; *Laser*, Springer-Verlag, Berlin 1969, p60~63.