

联合二能级气体激光器中 空间烧孔被消除的条件

朱 如 曾

(中国科学院力学研究所)

提要: 本文指出联合二能级气体激光器(包括流动的)空间烧孔被消除的条件是短程扩散时间远小于辐射寿命;当气体极其稀薄时,空间烧孔被消除的条件是短程自由运动时间远小于辐射寿命。并给出具体的判别公式。

Elimination of spatial holes burned in a molecular gas laser output with two combined levels

Zhu Ruzeng

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: For molecular gas lasers with two combined levels (including flowing type gas lasers), it is pointed out that if the short-range diffusion time is much shorter than the radiation lifetime spatial holes burned will be eliminated, and when the gas is rarefied, this condition becomes that the short-range free motion time should be much less than the radiation lifetime and more convenient criterions are given.

一、引 言

在激光器中,由于激光模式往返光束的相干性,空间能量密度在波长尺度上有显著差异,因而受激发射和受激吸收效应也在波长尺度上有显著差异。如果分子不运动,反转粒子数密度将在波长尺度上有显著差异,这就是空间烧孔效应。但如果是气体激光器,则气体分子的运动将促使烧孔消失。

文献 [1] 证明,在气体激光器中,如果空间烧孔被完全消除,则可以在能级粒子数的受激发射项和受激吸收项中用往返光束的场

能密度之和 $\varepsilon_1(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_2(\mathbf{r}, t)$ 代替真实的场能密度 $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, t) \rightarrow \varepsilon_1(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_2(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

置换式(1)称为光强叠加原则。此外,消除空间烧孔能有效地利用贮存在整个激活介质中的能量。

本文就联合二能级气体激光器消除空间烧孔的条件,讨论联合二能级模型的意义在于:(1)它以拉姆所处理的简单二能级系统^[2]为特例,因此它的代表性更广,而处理起来又不比简单二能级情况复杂多少。(2)有

收稿日期:1981年6月24日。

些情况在精确计算功率和场分布时虽然用联合二能级模型过于粗糙, 但用这种模型来估计空间烧孔存在与否却往往是适合的, 因为后者只要求数量级的估计。

二、联合二能级介质的输运方程

假定介质是流动的, 流速近似为常向量 \mathbf{V} , 流速为零时, 将退化为一般的非流动气体激光器。

我们不仅把不同的分子看作不同组元, 还把处于不同能态上的同样的分子看作不同的组元。对第 i 组元, 其输运方程^[3]是

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla n_i = -n_i \nabla \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) + k_i, \quad (2)$$

式中 n_i , k_i 和 \mathbf{V}_i 分别为第 i 组元的粒子数密度、密度生成率和扩散速度; \mathbf{V} 是质量平均速度, 扩散速度的表示式可以在[3]中找到。

“联合上能级”的“总有效能密度” E_u 为

$$E_u = \sum_i n_i e_i, \quad (3)$$

e_i 为第 i 能级的能量, 求和遍及“联合上能级”中所有各能级。结合此式和(2)式可得

$$\frac{\partial E_u}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla E_u = -E_u \nabla \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot (E_u \mathbf{V}_u) + \lambda_u - \gamma_u + \left(\frac{dE_u}{dt} \right)_I, \quad (4)$$

式中 \mathbf{V}_u 是“联合上能级”中各能级分子的扩散速度平均值

$$\mathbf{V}_u = \frac{\sum_i n_i e_i \mathbf{V}_i}{E_u}, \quad (5)$$

E_u , λ_u 和 γ_u 分别是“联合上能级”的能量密度、激发速率和弛豫速率; $\left(\frac{dE_u}{dt} \right)_I$ 是受激发射所导致的“联合上能级”能量密度的变化速率, 其表示式是^[4]

$$\left(\frac{dE_u}{dt} \right)_I = -\Delta n \cdot \frac{Ac^3 \varepsilon(\mathbf{r}, t)}{8\pi\nu^2} g(\nu), \quad (6)$$

$$\Delta n = n_u - \frac{g_u}{g_l} n_l, \quad (7)$$

式中 $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ 是 \mathbf{r} 处的辐射能量体密度; A 是激光上能级的爱因斯坦自发辐射系数; c 是真空中光速; n_u , n_l 和 g_u , g_l 分别为上、下激光能级的粒子数密度和能级简并度; Δn 称为反转粒子数密度; $g(\nu)$ 是归一化线形因子。

同样, 对联合下能级有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_l}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla N_l &= -N_l \nabla \cdot \mathbf{V} - \nabla \cdot (N_l \mathbf{V}_l) \\ &\quad - \gamma_l + \lambda_l + \left(\frac{dN_l}{dt} \right)_I, \quad (8) \\ \left(\frac{dN_l}{dt} \right)_I &= -\frac{1}{h\nu} \left(\frac{dE_u}{dt} \right)_I \\ &= \Delta n \cdot \frac{Ac^3 \varepsilon(\mathbf{r}, t)}{8\pi h\nu^3} g(\nu), \quad (9) \end{aligned}$$

式中下标 l 指联合下能级; N_l 为联合下能级的粒子数密度; 其它符号与联合上能级相类似。 λ_l 中也包括联合上能级向联合下能级的各种弛豫。

三、烧孔消除的条件

为了讨论烧孔消除的条件, 需要引进几个特征时间。

波腹处上能级的辐射寿命(其中包括下能级向上能级跃迁对上能级寿命的贡献在内)定义为*

$$\begin{aligned} \tau_{I\text{腹}} &= - \left[\frac{E_u}{\left(\frac{dE_u}{dt} \right)_I} \right]_{\text{腹}} \\ &= \left[\frac{8\pi\nu^2 E_u}{Ac^3 \varepsilon(\mathbf{r}, t) \Delta n \cdot g(\nu)} \right]_{\text{腹}} \quad (10) \end{aligned}$$

式中已用(6)式。

联合上能级短程扩散时间 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 定义为联合上能级能量扩散均方半径达 $\lambda/4$ 所需之时间, 这里 λ 表示波长。为了确定 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 的

* 带下标“腹”或“节”的量均指波腹和波节处的量。

大小,我们注意到在气体激光器中,往往可以忽略热扩散和压力梯度引起的扩散,只考虑浓度梯度引起的扩散。这种近似至少对于烧孔的估计是合理的,因为这只要求数量级的估计。因为有

$$n_i \mathbf{V}_i = -D_i \nabla n_i,$$

式中 D_i 为第 i 组元的扩散系数。进一步看,为了确定 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$, 只需在波长尺度上应用输运方程。而在此尺度上,分子的百分组成是常数,只有能级分布可能因空间烧孔而与 r 有关。但同一分子与其他分子的碰撞截面只与分子大小有关而与分子能级近似无关,因此在波长尺度上可认为 D_i 是常数,所以扩散项成为

$$-\nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i) = D_i \nabla^2 n_i.$$

定义“联合上能级”的扩散系数为

$$D_u = \sum_i D_i e_i \nabla^2 n_i / \nabla^2 E_u,$$

则扩散项成为

$$-\nabla \cdot (E_u \mathbf{V}_u) = D_u \nabla^2 E_u. \quad (11)$$

如果“联合上能级”只涉及到一种分子的不同能级,则因为 D_i 与各能级近乎无关,因而

$$D_u = D_1 = D_2 = \dots.$$

由扩散定律得

$$\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} = \frac{1}{6D_u} \left(\frac{\lambda}{4} \right)^2. \quad (12)$$

还可引进如下几个特征时间:

联合下能级短程扩散时间 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l}$, 意义与 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 类似。显然有

$$\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l} \simeq \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}, \quad (13)$$

联合上能级弛豫时间 $\tau_{u, f}$ 为:

$$\tau_{u, f} = E_u / \gamma_u \quad (14)$$

联合下能级弛豫时间 $\tau_{l, f}$ 为:

$$\tau_{l, f} = N_l / \gamma_l. \quad (15)$$

因为激光器总要求下能级弛豫比上能级快,所以

$$\tau_{l, f} \lesssim \tau_{u, f} \quad (16)$$

因为相邻的波节波腹处粒子数密度、平动温

度以及基态粒子数密度几乎相等,而上(下)联合能级的弛豫速率只和这些因素有关,所以对相邻的波节和波腹有

$$\tau_{l, f \text{腹}} \simeq \tau_{l, f \text{节}}, \quad (17)$$

$$\tau_{u, f \text{腹}} \simeq \tau_{u, f \text{节}} \quad (18)$$

我们还有

$$\tau_{f \text{腹}} < \tau_{f \text{节}}. \quad (19)$$

为了证明(19)式,利用(10)式可得

$$\frac{\tau_{f \text{腹}}}{\tau_{f \text{节}}} = \frac{E_{u \text{腹}}}{E_{u \text{节}}} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{节}}}{\varepsilon_{\text{腹}}} \cdot \frac{\Delta n_{\text{节}}}{\Delta n_{\text{腹}}} \sim \frac{E_{u \text{腹}}}{E_{u \text{节}}} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{节}}}{\varepsilon_{\text{腹}}} \cdot \frac{(\Delta n)_0 / (1 + D\varepsilon_{\text{节}})}{(\Delta n)_0 / (1 + D\varepsilon_{\text{腹}})}, \quad (20)$$

式中 $1/D$ 为饱和参数。但

$$\varepsilon_{\text{腹}} > \varepsilon_{\text{节}}. \quad (21)$$

又由于波腹处饱和效应较波节处强,故

$$E_{u \text{节}} > E_{u \text{腹}} \quad (22)$$

将(21)和(22)代入(20),即得(19)式。

现在讨论 E_u 上的烧孔消除的条件。在速度为 \mathbf{V} (流速几乎为常数)的坐标系中观察。

由扩散定律的公式可知,在空间某点发生的 E_u 的变化将在 $\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 时间后被以该点为球心, $\lambda/4$ 为半径的球形区域近似地均匀分享。只在 $t - \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 到 t 这段时间内 E_u 的扰动还来不及被该区域分享。所以,为了估计相邻的波腹和波节处 t 时刻 E_u 的差别 $\Delta E_u(t)$, 只需计算在 $t - \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}$ 到 t 这段时间内弛豫过程、激励作用以及受激发射作用对波腹和波节处 E_u 的直接贡献的差别。在某点处,这三种作用在上述时间间隔内对 E_u 的直接贡献为

$$\begin{aligned} \delta E_u &\simeq \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \left(\frac{dE_u}{dt} \right) \\ &\simeq \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \left[-\frac{E_u}{\tau_{u, f}} - \frac{E_u}{\tau_l} + \lambda_u \right]. \end{aligned}$$

在波腹和波节之间上述这种直接贡献的差别,也就近似为 t 时刻 E_u 的实际差别 ΔE_u , 所以

$$\Delta E_u \simeq \Delta(\delta E_u) = \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \left[-\frac{\Delta E_u}{\tau_{u, f}} - \frac{\Delta E_u}{\tau_I} - E_u \Delta \left(\frac{1}{\tau_I} \right) + \Delta \lambda_u \right], \quad (23)$$

式中已利用(18)。现在证明如下引理:

[引理 1] 对气体激光器, 当

$$\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \ll \tau_I \quad (24)$$

时, E_u 的空间烧孔近乎消除, 即

$$|\Delta E_u|/E_{u\#} \ll 1. \quad (25)$$

证明: 由(23)得

$$\frac{\Delta E_u}{E_{u\#}} \simeq \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \left[-\frac{\Delta E_u}{\tau_{u, f} E_{u\#}} - \frac{\Delta E_u}{\tau_I E_{u\#}} - \Delta \left(\frac{1}{\tau_I} \right) + \frac{\Delta \lambda_u}{E_{u\#}} \right]. \quad (26)$$

此式解出

$$\frac{\Delta E_u}{E_{u\#}} \simeq \frac{-\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \Delta \left(\frac{1}{\tau_I} \right) + \frac{\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}}{E_{u\#}} \Delta \lambda_u}{1 + \left(\frac{1}{\tau_{u, f}} + \frac{1}{\tau_I} \right) \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u}}. \quad (27)$$

下面分两种情况讨论:

(1) 流动介质进入光腔前预先激励, 进入光腔之后不再激励, 如 CO_2 气动激光器。此时有

$$\lambda_u = 0,$$

在此情况下, 利用(24), 从(27)立即可得(25)。

(2) $\lambda_u \neq 0$ 的激光器的稳定振荡情况。此时, 由于扩散只在波腹和波节之间起调节作用, 对波节和波腹处的总 E_u 近似地不起增减作用; 流速只在流动方向上输运 E_u ; 对整个光腔来说既不增加 E_u , 也不减少 E_u ; 实际的激光器中, E_u 的弛豫损耗应小于辐射损耗 E_u/τ_I 。因此, 平均来说, 激励率应与辐射损耗率近似平衡, 即

$$\lambda_{u\#} + \lambda_{u\#} \simeq (E_{u\#} + E_{u\#})/\tau_I \lesssim 2E_{u\#}/\tau_I.$$

结合此式和(24)式得

$$\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \Delta \lambda_u \ll E_{u\#}. \quad (28)$$

在(27)中利用(24)和(28)立即得到(25)。

由于(19)式, 因此, 从[引理 1]立即可得:

[引理 2] 对气体激光器, 当

$$\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u} \ll \tau_{I\#} \quad (29)$$

时, (25)式成立。

现在讨论 N_l 。由于对辐射场直接起作用的不是 N_l 而是 Δn , 对 N_l 的精确性要求应以 E_u 为参考标准, 即只需

$$\frac{|\Delta N_l|}{E_{u\#}/h\nu} \ll 1, \quad (30)$$

就可认为 N_l 的空间烧孔不存在。

[引理 3] 若(29)式成立, 则(30)式也成立。

证明: 利用(17)式, 与(26)的推导方法一样可得

$$\frac{\Delta N_l}{E_{u\#}/h\nu} = \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l} \left[-\frac{\Delta N_l}{\tau_{l, f} E_{u\#}/h\nu} + \frac{\Delta E_u}{\tau_I E_{u\#}} + \Delta \left(\frac{1}{\tau_I} \right) + \frac{\Delta \lambda_l}{E_{u\#}/h\nu} \right], \quad (31)$$

此式解得

$$\frac{\Delta N_l}{E_{u\#}/h\nu} = \left[\frac{\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l}}{\tau_I} \cdot \frac{\Delta E_u}{E_{u\#}} + \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l} \Delta \left(\frac{1}{\tau_I} \right) + \frac{\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l}}{E_{u\#}/h\nu} \Delta \lambda_l \right] \cdot \left(1 + \frac{\tau_{D, \frac{\lambda}{4}, l}}{\tau_{l, f}} \right)^{-1}. \quad (32)$$

由[引理 2]知(29)式能保证

$$|\Delta E_u/E_{u\#}| \ll 1. \quad (33)$$

在(32)中利用(29)、(33)、(13)和(28), 并考虑到显然有

$$h\nu \Delta \lambda_l \lesssim \Delta \lambda_u,$$

立即证得(30)式。

引理 1、2 和 3 结合起来可得如下定理:

[定理 1] 对气体激光器, 无论是流动的或是不流动的, 只要(24)或(29)满足, 则空间烧孔将消失。

现在使[定理 1]更具体一些。引进

$$\beta' = (E_u/h\nu n_u)_{\#} \quad (34)$$

从(7)式可知

$$n_u > \Delta n,$$

所以(34)式可化为

$$\beta' < (E_u/h\nu \Delta n)_{\#}, \quad (35)$$

但因为 n_u 和 Δn 在数量级上是一样的, 所以同时成立

$$\beta' \sim (E_u/h\nu\Delta n)_{\text{max}} \quad (36)$$

将(10)和(12)代入(29), 并利用(34)、(35)和(36)即得如下推论:

[推论 1] 对流动或非流动的气体激光器来说, 当

$$A\lambda^3 g(\nu) \varepsilon_{\text{max}}/8\pi h \ll 96 D_u \beta'/\lambda^2 \quad (37)$$

时, 烧孔将不存在。

在另一极端情况下, 类似可得:

[定理 2] 如果气体很稀薄, 以致光的波长 λ 与分子平均自由程 S 同量级或更小些

$$\lambda \lesssim S, \quad (38)$$

则空间烧孔被消除的条件(29)应改为

$$\tau_{\frac{\lambda}{4}, u} \ll \tau_{I_{\text{max}}}, \quad (39)$$

式中 $\tau_{\frac{\lambda}{4}, u}$ 称为分子矩程自由运动时间, 即分子以平均热运动速度 \bar{v} 运动 $\lambda/4$ 距离所需之时间:

$$\tau_{\frac{\lambda}{4}, u} = \lambda/4\bar{v}. \quad (40)$$

同样, [推论 1] 应改为如下的 [推论 2]。

[推论 2] 对气体激光器而言, 当

$$A\lambda^3 g(\nu) \varepsilon_{\text{max}}/8\pi h \ll 4\bar{v}\beta'/\lambda \quad (41)$$

时, 烧孔不存在。

不过, 即使在这一情况下, (29) 和 (37) 仍可作为烧孔消除的充分条件, 这是因为总有

$$\tau_{\frac{\lambda}{4}, u} < \tau_{D, \frac{\lambda}{4}, u^0}$$

所以, 如果 (29) 成立, 则 (39) 必成立; 如果 (37) 成立, 则 (41) 必成立。

感谢谈镐生教授、周光地教授的指导以及傅裕寿、严海星和徐纪华同志的宝贵意见。

参 考 文 献

- [1] 朱如曾; <光学学报>, 1982, No3.
- [2] W. E. Lamb, Jr.; *Phys. Rev.*, 1964a, **134**, A1429.
- [3] J. O. Hirschfelder et al.; "Molecular Theory of Gases and Liquids", N. Y. (1954).
- [4] 朱如曾, 封开印编译, 谈镐生审校; <激光物理>, 国防工业出版社, 1965, p. 27.

(上接第 142 页)

比值最大约等于 89%, 在增益曲线边缘将减小到 50% 左右。

我们还用光栅摄谱仪研究了晶片加工

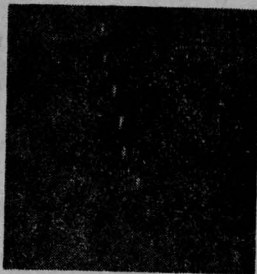


图 9 (0.6+1.2+5.3) 毫米双折射滤光片调谐过程中的激光谱

精度对激光调谐的影响。作为例子, 我们把 $9T$ 片的厚度误加工成 5.3 毫米, 此时得到的组合双折射滤光片调谐激光谱示于图 9。晶片厚度误差虽然不大, 但调谐的结果却出现时而单线, 时而双线。可见晶片厚度误差百分之二就不能实现单线调谐激光。实验证明晶片厚度误差应小于百分之一。

参 考 文 献

- [1] John W. Evans; *JOSA*, 1949, **39**, No. 3, 229.
- [2] G. Holton, O. Teschke; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1974, **QE-10**, No. 8, 577.
- [3] 汤星里等; <激光>, 1981, **8**, No. 11, 26.