

# 一种计算稳定腔光束参数的方法

沈 鸿 元

(中国科学院福建物构所)

**提要:** 采用一种等价腔, 利用 ABCD 定律得到了腔镜上光束参数和等价腔透射光线传递矩阵 ( $M_T = M_1 \cdot M_2 \cdots M_N$ ) 元的关系式, 与光线传递矩阵的自洽场方法比较减少了  $(N-2)$  个二阶矩阵, 从而简化了计算过程。文中还对结果的正确性进行了验证。

## A method for calculation of beam parameters in stable optical resonators

Shen Hongyuan

(Fujian Institute of Matter Structure, Academia Sinica)

**Abstract:** An equivalent resonator has been proposed. By adopting the ABCD law, we are able to establish an expression, which represents the relation between the optical beam parameters and the transmission ray-transfer matrix of the equivalent resonator. In comparison with the self-consistent method of ray-transfer matrix, it reduces  $(N-2)$  second-order matrices, thus simplifying the calculation process, and the validity of calculation results are also checked.

### 一、引 言

在旁轴光线近似下, 通常采用成像法或光线传递矩阵的自洽场法求解含有光具组谐振腔的光束参数。在计算中, 前者首先必须求出与原谐振腔等价空腔的  $g$  参数; 后者则要计算光线通过腔内光学元件一周往返的光线传递矩阵  $M_r = M_1 \cdot M_2 \cdots M_N \cdots M_3 \cdot M_2$ , 对由  $N$  个光学元件组成的谐振腔, 要计算  $2(N-1)$  个二阶矩阵的乘积, 这一计算是颇繁杂的。

实际上, 腔内振荡模式确定后, 二个腔镜上的光斑和波前曲率具有确定的关系。考虑这种关系并利用复数曲率半径的 ABCD 定

律后, 利用透射光线传递矩阵  $M_T = M_1 \cdot M_2 \cdots M_N$  求解稳定腔的光束参数, 只需计算  $N$  个二阶矩阵的乘积。

### 二、腔镜上光束参数与透射光线 传递矩阵元间关系的求解

对于图 1 所示含有  $N$  个光学元件的谐振腔, 利用光线传递矩阵的自洽场法求解腔的光束参数时, 首先要计算光线通过这些光学元件一周往返的光线传递矩阵  $M_r$ :

$$M_r = \begin{pmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{pmatrix}$$

收稿日期: 1981 年 12 月 26 日。

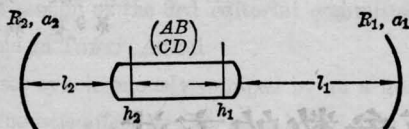


图1 含有  $N$  个光学元件的谐振腔

对特定的谐振腔，腔内可存在的振荡模式是确定的，二个腔镜上光斑大小和曲率半径具有确定的关系，如  $TEM_{00}$  模在二个腔镜上的光斑尺寸之比与它们的  $g$  参数的关系为：

$$\frac{W_1^2}{W_2^2} = \frac{g_2}{g_1} \quad (1)$$

考虑这种关系并利用复数曲率半径  $q$  的  $ABCD$  定律，可以得到腔镜上光束参数与透射光线传递矩阵 ( $M_T = M_1 \cdot M_2 \cdots M_N$ ) 元的关系。

为了简化计算起见，我们构造一个与图1谐振腔等价的谐振腔(见图2)，用焦距为  $R_1, R_2$  的薄透镜和二个紧贴薄透镜的平面腔镜取代图1中曲率半径为  $R_1, R_2$  的球面腔镜，取代前后镜孔径不变。图2等价腔中薄透镜到光具组端面的距离与图1谐振腔球面腔镜到光具组端面的距离相等。所以原谐振

腔镜上的光束参数，实际上是图2等价腔中焦距为  $R_1, R_2$  薄透镜背着平面腔镜一侧光束的参数。根据几何光学，薄透镜二侧的光斑大小相等；波前曲率半径由下式决定：

$$\frac{1}{R_{左}} + \frac{1}{R_{右}} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

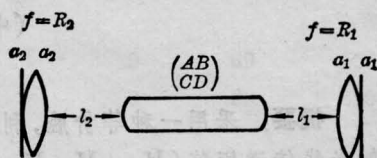


图2 图1谐振腔的等价谐振腔

由于图2等价腔中振荡模的波前必定与腔镜曲率重合，平面腔镜的曲率  $R = \infty$ ，由(2)式即得焦距  $R_1, R_2$  薄透镜背着平面腔镜一侧的波前曲率半径分别为  $R_1, R_2$ ，也即与原谐振腔的球面腔镜的曲率半径相等，这是图1谐振腔中振荡模必须满足的。因此，当我们求出图2等价腔的光束参数后，立即可以得到待求的谐振腔腔镜上的光束参数。

等价腔中，光线通过  $N$  个光学元件的透射光线传递矩阵  $M_T$  为

$$M_T = \begin{pmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \frac{h_2}{f} & h_1 + h_2 - \frac{h_1 h_2}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{h_1}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - \frac{h_2}{f} - \frac{l_2}{f} - \frac{L}{R_1} & L \\ -\frac{1}{R_2} \left[ \left( 1 - \frac{h_2}{f} - \frac{l_2}{f} \right) - \frac{L}{R_1} \right] - \frac{1}{f} \left( 1 - \frac{l_1}{R_1} \right) - \frac{1}{R_1} \left( 1 - \frac{h_1}{f} \right) & 1 - \frac{h_1}{f} - \frac{l_1}{f} - \frac{L}{R_2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中 
$$L = l_1 \left( 1 - \frac{h_2}{f} \right) + l_2 \left( 1 - \frac{h_1}{f} \right) + h_1 + h_2 - \frac{h_1 h_2}{f} - \frac{l_1 l_2}{f} \quad (4)$$

实际上，将图1谐振腔用厚透镜成像法得到与原腔等价的空腔，它的有效长度  $L$  和  $g$  参数  $g_1, g_2$  分别就是(3)式中的  $B_T, A_T$  和  $D_T$ ，用它们表示(3)式，得到

$$M_T = \begin{pmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 & L \\ \frac{1}{L} (g_1 g_2 - 1) & g_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

(5)式矩阵元满足对易关系

$$A_T D_T - B_T C_T = 1 \quad (6)$$

等价腔平面腔镜上的光束参数可利用复数曲率半径  $q \left( \frac{1}{q_i} = \frac{1}{R_i} - j \frac{\lambda}{\pi W_i^2} \right)$  的  $ABCD$  定律求解。若平面腔镜上的光斑半径分别为  $W_1$  和  $W_2$ ，利用  $ABCD$  定律

$$\frac{1}{R_2} - j \frac{\lambda}{\pi W_2^2} = \frac{C_T + D_T \left( \frac{1}{R_1} - j \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)}{A_T + B_T \left( \frac{1}{R_1} - j \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)}, \quad (7)$$

由上式得

$$W_2^2 = \frac{W_1^2 \left[ \left( A_T + \frac{B_T}{R_1} \right)^2 + B_T^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2 \right]}{\left[ D_T \left( A_T + \frac{B_T}{R_1} \right) - B_T \left( C_T + \frac{D_T}{R_1} \right) \right]}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{R_2}$$

$$= \frac{\left( C_T + \frac{D_T}{R_1} \right) \left( A_T + \frac{B_T}{R_1} \right) + B_T D_T \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2}{\left( A_T + \frac{B_T}{R_1} \right)^2 + B_T^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2}, \quad (9)$$

考虑  $R_1 = \infty$  以及(6)式后, (7)式和(8)式变成

$$W_2^2 = W_1^2 \left[ A_T^2 + B_T^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2 \right], \quad (10)$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{A_T C_T + B_T D_T \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2}{A_T^2 + B_T^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_1^2} \right)^2}. \quad (11)$$

结合(1)式和(5)式, 得到

$$\frac{W_1^2}{W_2^2} = \frac{D_T}{A_T}, \quad (12)$$

将(12)式代入(10)式, 得到

$$W_1^4 = - \left( \frac{\lambda}{\pi} \right) \frac{B_T D_T}{A_T C_T}, \quad (13)$$

$$W_2^4 = - \left( \frac{\lambda}{\pi} \right) \frac{A_T B_T}{C_T D_T}. \quad (14)$$

将(12)式代入(11)式, 并注意对易关系, 得到

$$\frac{1}{R_2} = \frac{0}{\frac{A_T}{D_T}}, \quad (15)$$

也即  $R_2 = \infty$ , 这与图2等价腔中腔镜是平镜一致。

求出等价腔透射光线传递矩阵后, 即能

由(13)、(14)式得到原谐振腔腔镜上的光斑大小, 波前曲率与腔镜曲率相同。

### 三、结果正确性的验证

将(5)式与(13)、(14)式结合, 得到

$$W_1^4 = \left( \frac{\lambda L}{\pi} \right)^2 \frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)},$$

$$W_2^4 = \left( \frac{\lambda L}{\pi} \right)^2 \frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)}, \quad (16)$$

二镜上波前曲率半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ 。

图1所示谐振腔腔镜上的光束参数还可以利用光线传递矩阵的自洽场法和厚透镜成像法求解。利用光线传递矩阵的自洽场方法求解谐振腔的光束参数时, 首先要求出一次往返的矩阵  $M_r$ 。经适当运算后, 得到:

$$A_r = 4g_1g_2 - 2g_2 \left( 1 - \frac{l_2 + h_2}{f} \right) - 1,$$

$$B_r = 2Lg_2,$$

$$C_r = \frac{2}{L} \left[ 2g_1g_2 \left( 1 - \frac{l_2 + h_2}{f} \right) - g_2 \left( 1 - \frac{l_2 + h_2}{f} \right)^2 - g_1 \right],$$

$$D_r = 2g_2 \left( 1 - \frac{l_2 + h_2}{f} \right) - 1, \quad (17)$$

腔镜上的光斑半径  $W_1$  和曲率半径  $R_1$  可由下式得到<sup>[1]</sup>

$$W_1^4 = \left( \frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \frac{4B_r^2}{[4 - (A_r + D_r)^2]} \quad (18)$$

$$R_1 = \frac{2B_r}{D_r - A_r}. \quad (19)$$

将(17)式代入(18)式和(19)式得到

$$W_1^4 = \left( \frac{\lambda L}{\pi} \right)^2 \frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)}, \quad (20)$$

$$R_1 = R_1 \quad (21)$$

比较(16)和(20)式, 以及波前曲率半径的结果看到二种方法得到的结果是一致的。

另外利用厚透镜成像法求解图1所示谐振腔腔镜上的光束参数时, 得到等价空腔的参数为<sup>[2,3]</sup>:

$$N = \frac{a^2}{\lambda L},$$

$$g_1 = 1 - \frac{h_2}{f} - \frac{l_2}{f} - \frac{L}{R_1},$$

$$g_2 = 1 - \frac{h_1}{f} - \frac{l_1}{f} - \frac{L}{R_2},$$

$$L = l_1 \left(1 - \frac{h_2}{f}\right) + l_2 \left(1 - \frac{h_1}{f}\right) + h_1 + h_2 - \frac{h_1 h_2}{f} - \frac{l_1 l_2}{f} \quad (22)$$

腔镜上基模光斑半径为:

$$W_1^4 = \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^2 \frac{g_2}{g_1(1-g_1g_2)},$$

$$W_2^4 = \left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^2 \frac{g_1}{g_2(1-g_1g_2)}$$

在腔镜上, 光束波前与镜曲率半径相同。这与前面二种方法得到的结果完全一致。

### 参 考 文 献

- [1] H. Kogelnik; *Bell System Tech. Journal*, 1965, **44**, 2017.
- [2] Jurg Steffen *et al.*; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, **QE-8**, No. 2, 239
- [3] 物质结构研究所二室一组;《激光》, 1975, **2**, No. 3, 33.

(上接第 756 页)

比较图 6 和图 7, 预电离电子密度较低者, 输入的放电能量反而较大, 其原因主要是由于气体击穿以前出现了一个电压高峰, 因此在放电的起始阶段注入了较多的能量。两者的输入电能之比  $E_{x-ray}/E_{ob} = 1.6$ , 而激光输出能量之比  $Q_{x-ray}/Q_{ob} = 1.8$ 。

### 三、结 束 语

电子束预电离能产生比 X 光预电离大二、三个数量级的预电离电子密度, 但对自持雪崩放电激励准分子激光器而言, 过高的初始电子密度对提高激光输出能量并无益处。X 光预电离已能产生足够的预电离电子密度, 并由于 X 光具有很强的穿透能力, 能在大体积、高气压放电器件中产生均匀的预电离。再考虑到当用作 X 光管时, 电子枪窗口可

以用较厚的箔与放电室隔离, 因而可以承受较高的气压与热负载。因此对于应用于高气压及重复频率准分子激光器, X 光预电离优于电子束预电离。

### 参 考 文 献

- [1] 林绍基等;《电子学报》, 1981, No. 5, 70.
- [2] Z. Rozkwitalski; *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**, 2267.
- [3] 郑承恩;《激光》, 1981, **8**, No. 2, 5.
- [4] S. J. Kast, Charles Cason; *J. Appl. Phys.*, 1973, **44**, 1631.
- [5] B. W. Schumacher; in "Electron and Ion Beam Science and Technology", edited by R. A. Bakish, 1965, p21.
- [6] C. M. Davison, R. D. Evans; *Review of Modern Physics*, 1952, **2**, 79.
- [7] S. C. Lin, J. I. Levatter; *Appl. Phys. Lett.*, 1979, **34**, 505.
- [8] S. Sumida *et al.*; *Review of Laser Engineering*, 1979, **7**, 297.