

透射全息图的反射再现

蔡履中 吕良晓

(山东大学光学系)

提要: 透射全息图不仅可以透射再现,而且可以反射再现。本文对八个再现现象的成因、成象位置进行了分析和计算,得出了与实验相符的结果。

Reconstruction by reflection of transmission holograms

Cai Lüzhong, Lü Liangxiao

(Department of Optics, Shandong University)

Abstract: A transmission hologram can be reconstructed by both transmission and reflection. This paper presents the calculation and analysis on the principles and imaging positions of eight reconstructed images. The results are in good agreement with those obtained in experiments.

一、引言

在全息照相、全息显微技术、信息存贮及光信息处理中,所记录的全息图不仅可以在透射光中再现,而且也可以在反射光中再现^[1,2]。这样,在照明光束与全息干板相对位置不变时,同用一张透射全息图,可以观察到八个一级再现现象,其中四个在透射光中观察到,四个在反射光中观察到,并且在透射和反射光中各有两个是用眼睛直接观察的,两个是用纸屏找到的。对于透射全息图的反射再现,文献[1]中已作过物理描述和解析。本文拟对其成象原理、成象位置等问题作进一步计算和分析。

二、再现现象的数学分析

1. 全息图的记录

如图1所示,设记录时所用激光波长为 λ_1 , O 为物点, R 为参考光源, H 为全息干板。

在傍轴近似下,物光场在干板平面的复振幅分布(略去常数因子,下同)为

$$O = \exp\left\{ ik_1 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_0} - \frac{x_0x + y_0y}{z_0} \right] \right\} \quad (1)$$

参考光场在干板平面的复振幅为

$$R = \exp\left\{ ik_1 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_r} - \frac{x_r x + y_r y}{z_r} \right] \right\} \quad (2)$$

干板平面的光强分布为

$$I = |O + R|^2 = |O|^2 + |R|^2 + OR^* + O^*R \quad (3)$$

在干板乳胶的线性区域,振幅透过率为

$$t \propto \beta I \quad (4)$$

以上各式中 (x_0, y_0, z_0) 、 (x_r, y_r, z_r) 分别为 O 、 R 点的坐标; β 为常数; $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$ 。

收稿日期:1981年10月19日。

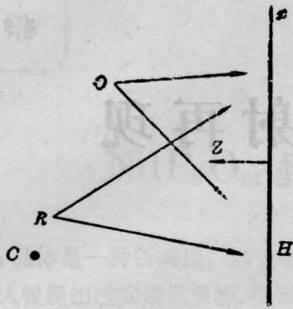


图 1

2. 全息图的再现

设 λ_2 为再现激光波长, 再现点光源为 C , 其坐标为 (x_c, y_c, z_c) , $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$ 。再现光场在干板平面的复振幅为

$$C = \exp\left\{ ik_2 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_c} - \frac{x_c x + y_c y}{z_c} \right] \right\} \quad (5)$$

对再现现象起作用的项是 COR^* 和 CO^*R 。

I. 透射光波再现现象

$$\begin{aligned} COR^* &= \exp\left\{ ik_2 \left(\frac{x^2 + y^2}{2z_c} - \frac{x_c x + y_c y}{z_c} \right) \right\} \\ &\times \exp\left\{ ik_1 \left(\frac{x^2 + y^2}{2z_0} - \frac{x_0 x + y_0 y}{z_0} \right) \right\} \\ &\times \exp\left\{ -ik_1 \left(\frac{x^2 + y^2}{2z_r} - \frac{x_r x + y_r y}{z_r} \right) \right\} \\ &= \exp\left\{ ik_2 \left[\left(\frac{1}{2z_c} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{2z_0} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{2z_r} \right) (x^2 + y^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{x_c}{z_c} + \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r} \right) x \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{y_c}{z_c} + \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r} \right) y \right] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

将(6)式与从 $(x_i^{(1)}, y_i^{(1)}, z_i^{(1)})$ 点发散的波场表达式

$$\exp\left\{ ik_2 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_i^{(1)}} - \frac{x_i^{(1)} x + y_i^{(1)} y}{z_i^{(1)}} \right] \right\}$$

相比较, 知再现象点 1 的坐标为

$$\begin{cases} z_i^{(1)} = \left(\frac{1}{z_c} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \right)^{-1} \\ x_i^{(1)} = z_i^{(1)} \left(\frac{x_c}{z_c} + \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r} \right) \\ y_i^{(1)} = z_i^{(1)} \left(\frac{y_c}{z_c} + \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r} \right) \end{cases} \quad (7)$$

同理, 由

$$\begin{aligned} CO^*R &= \exp\left\{ ik_2 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_c} - \frac{x_c x + y_c y}{z_c} \right] \right\} \\ &\times \exp\left\{ -ik_1 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_0} - \frac{x_0 x + y_0 y}{z_0} \right] \right\} \\ &\times \exp\left\{ ik_1 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_r} - \frac{x_r x + y_r y}{z_r} \right] \right\} \\ &= \exp\left\{ ik_2 \left[\left(\frac{1}{2z_c} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{2z_0} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{2z_r} \right) (x^2 + y^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{x_c}{z_c} - \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r} \right) x \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{y_c}{z_c} - \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r} \right) y \right] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

将(8)式与会聚于点 $(x_i^{(2)}, y_i^{(2)}, z_i^{(2)})$ 的光场表达式

$$\exp\left\{ ik_2 \left[\frac{x^2 + y^2}{2z_i^{(2)}} - \frac{x_i^{(2)} x + y_i^{(2)} y}{z_i^{(2)}} \right] \right\} \quad (z_i^{(2)} < 0)$$

相比较, 知再现象点 2 的坐标为

$$\begin{cases} z_i^{(2)} = \left(\frac{1}{z_c} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \right)^{-1} \\ x_i^{(2)} = z_i^{(2)} \left(\frac{x_c}{z_c} - \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r} \right) \\ y_i^{(2)} = z_i^{(2)} \left(\frac{y_c}{z_c} - \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r} \right) \end{cases} \quad (9)$$

象 1、2 的性质可由 z_i 的符号判断。当 $z_i > 0$, 象是虚象, 位于图 1 中 H 面左方, 当 $z_i < 0$, 象是实象, 位于 H 面右方。

一般全息照相的记录与再现是 $z_r > z_0 > 0$, 再现光近似为平行光, 这时, $z_i^{(1)} > 0$, $z_i^{(2)} < 0$, 故象 1 为虚象, 象 2 为实象。而且, 由(7)、

(9)式可知 $\frac{dx_i^{(1)}}{dx_0}$ 、 $\frac{dy_i^{(1)}}{dy_0}$ 、 $\frac{dx_i^{(2)}}{dx_0}$ 、 $\frac{dy_i^{(2)}}{dy_0}$ 均大于零, 故可判断 1、2 两象相对原物体来说都是正立的。同理, 可得出另外两个象相对原物体来说都是倒立的。

II. 反射光波再现现象

在透射光成象的同时, 干板上的银粒子不可避免地入射再现光波产生后向散射。假定后向散射因子正比于干板上银粒密度 D , 再假定银粒密度正比于记录时干板的光

强分布。在这种近似条件下,在 H 表面的散射光场分布就与记录时的光强 I 成线性关系。光强 I 中对成象起作用的项仍是 COR^* 和 CO^*R , 后向散射光波在图 1 中左半空间相干迭加, 分别形成反射再现象点 3 和 4。

将 COR^* 波的表达式(6)与从 H 平面右方一点 $(x_i^{(3)}, y_i^{(3)}, z_i^{(3)})$ 发出的发散波

$$\exp\left\{ik_2\left[\frac{x^2+y^2}{-2z_i^{(3)}}-\frac{x_i^{(3)}x+y_i^{(3)}y}{-z_i^{(3)}}\right]\right\}$$

相比较,知反射再现象点 3 的坐标为

$$\begin{cases} z_i^{(3)} = -\left(\frac{1}{z_C} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r}\right)^{-1} = -z_i^{(1)} \\ x_i^{(3)} = -z_i^{(3)}\left(\frac{x_C}{z_C} + \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r}\right) = x_i^{(1)} \\ y_i^{(3)} = -z_i^{(3)}\left(\frac{y_C}{z_C} + \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} - \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r}\right) = y_i^{(1)} \end{cases} \quad (10)$$

同理,将 CO^*R 波的表达式(8)与会聚于 H 平面左方一点 $(x_i^{(4)}, y_i^{(4)}, z_i^{(4)})$ 的波式

$$\exp\left\{-ik_2\left[\frac{x^2+y^2}{2z_i^{(4)}}-\frac{x_i^{(4)}x+y_i^{(4)}y}{z_i^{(4)}}\right]\right\}$$

相比较,知反射再现象点 4 的坐标为

$$\begin{cases} z_i^{(4)} = -\left(\frac{1}{z_C} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r}\right)^{-1} = -z_i^{(2)} \\ x_i^{(4)} = -z_i^{(4)}\left(\frac{x_C}{z_C} - \frac{\lambda_2 x_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 x_r}{\lambda_1 z_r}\right) = x_i^{(2)} \\ y_i^{(4)} = -z_i^{(4)}\left(\frac{y_C}{z_C} - \frac{\lambda_2 y_0}{\lambda_1 z_0} + \frac{\lambda_2 y_r}{\lambda_1 z_r}\right) = y_i^{(2)} \end{cases} \quad (11)$$

可见反射象点 3 与透射象点 1 对于干板 H 平面成镜象对称, 反射象点 4 与透射象点 2 对于 H 平面成镜象对称。在一般记录与再现的条件下, 象 3 为虚象, 象 4 为实象, 二者

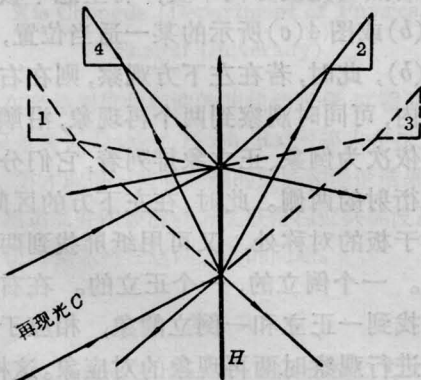


图 2

相对原物体都是正立的。

以上四个象的几何位置可用图 2 表示, 其中 1、2 为透射光成象, 3、4 为反射光成象。实线表示实象, 虚线表示虚象。同理, 可以算出在图 2 的下半部分空中另外四个再现象, 其中两个透射再现象, 两个反射再现象。

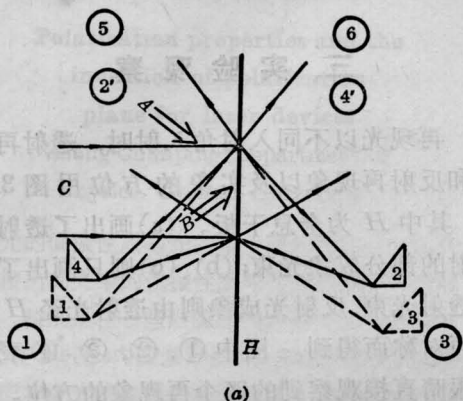
三、实验观察

再现光以不同入射角入射时, 透射再现象和反射再现象以及实象的方位用图 3 表示, 其中 H 为全息干板。(a)画出了透射及反射的部分成象光束; (b)、(c)则只画出了部分透射光束, 反射光成象则由透射光经 H 作镜面对称而得到。图中 ①, ②, ③, ④表示用眼睛直接观察到的四个再现象的方位。其中 ①、③与真正的虚象 1、3 位置重合。而实象的表观方位 ②、④则与真正的实象 2、4 对于全息干板成相对位置。图中 ②、④、⑤、⑥是用纸屏观察到的, 而且用未经扩展的平行激光束, 借以加强其景深。其中 ⑤、⑥分别为 ④、②的共轭象, 它们均为倒立的象。

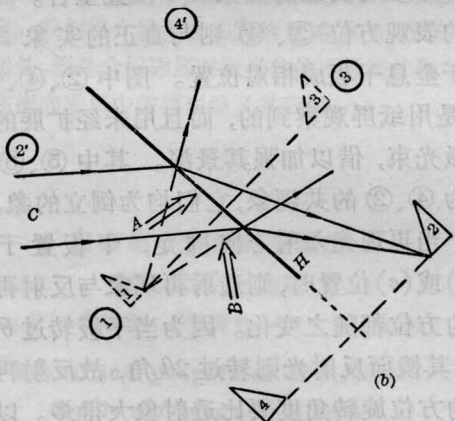
当再现光入射方向固定, 干板置于图 3(b)或(c)位置时, 则透射再现象与反射再现象的方位都随之变化。因为当干板转过 θ 角时, 其镜面反射光则转过 2θ 角, 故反射再现象的方位旋转角度要比透射象大得多。以反射象为例, 在图 3(a)位置, 沿方向 A 、 B 观察, 可分别看到象 ③ 和象 ④, 而在图 3(b)或(c)所示位置, 则可同时观察到象 ③ 和 ④ (处于同一象限), 且在干板相应的位置上, 用纸屏可找到它们各自对应的共轭象。

为直观起见, 我们将上述成象位置用图 4 表示。在图 4(a)中再现光 R 垂直射至全息图 H , 此时, 若从图的左上方进行观察, 则在右下方 A 处观察到一个正立的再现虚象, 同时, 在其共轭 A_1 处, 又可用纸屏观察到一个正立的实象。同理, 从左下方进行观察, 则在右上方 B 处观察到一个倒立的再现象。同

样,在其共轭 B_1 处,也可用纸屏找到一个倒立的再现象。上述四个象为反射再现象。若从右上方进行观察,则在左下方观察到一正立的虚象,右下方用纸屏可找到一个正立的实象,若从右下方进行观察,则在左上方观察到一倒立的象,在右上方用纸屏找到一倒立



(a)



(b)

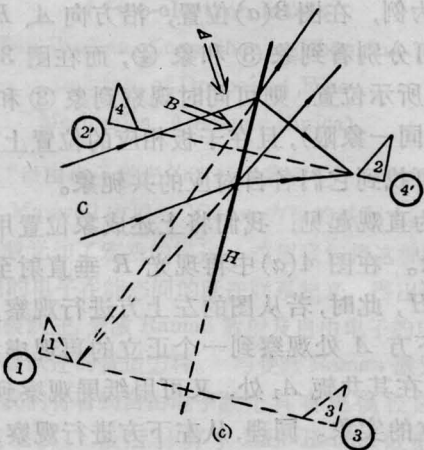
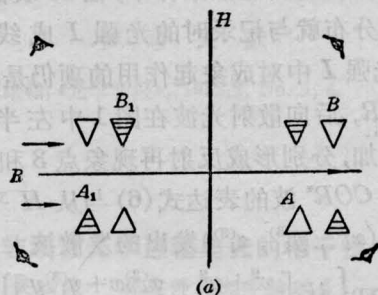
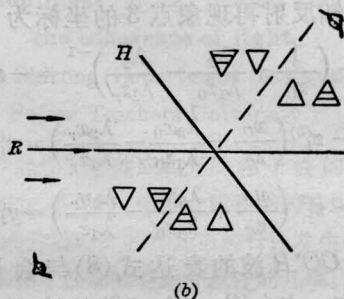


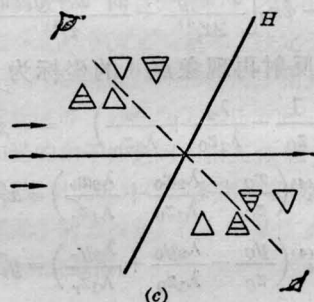
图 3



(a)



(b)



(c)

图 4

的象。这四个象为透射再现象。总共为八个再现的一级象。

若照明光波方向不变,将全息干板置于图 4(b)或图 4(c)所示的某一适当位置,对于图 4(b),此时,若在左下方观察,则在右上方区间内,可同时观察到两个再现象,沿顺时针方向依次为倒象、正立象排列着,它们分居于零级衍射的两侧。此时,在左下方的区间内,相对于板的对称处,又可用纸屏找到两个再现象。一个倒立的,一个正立的。在右上方也可找到一正立和一倒立的象,相应于从右上方进行观察时两再现象的对应象。这样,也有八个象。图 4(c)类同。

四、银粒子后向散射与 反射再现象的形成

在“再现象的数学分析”一节中我们已经求得了反射象点的几何坐标，下面从全息干板上银粒子后向相干散射光波的迭加来说明反射再现象的形成，并由此导出反射成象方位及其变化情况。设物光 O 、参考光 R 、再现光 C 均为平行光，记录时设如图 5，这时 H 平面形成一维光栅条纹，其间距为

$$d = \frac{\lambda_1}{\sin \theta} \quad (12)$$

λ_1 为记录波长。

反射再现设如图 6，再现光波长为 λ_2 ，1、2 为入射光，1'、2' 为散射光，散射后两光线光程差变为

$$AD - BC = d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \quad (13)$$

散射光衍射极强方向由下式决定：

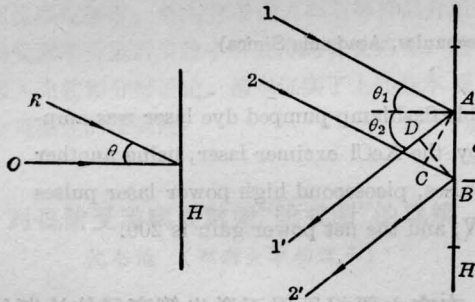


图 5

图 6

(上接第 628 页)

压为 23 千伏及 30 千伏时，在波长 308 毫微米处，增益分别为 6×10^3 及 9×10^3 ，增益曲线宽度(FWHM)为 1.2 毫微米。如假定放大后的脉冲宽度无变化，则输出脉冲的峰值功率为 500 兆瓦，而输入脉冲峰值功率为 2.5 兆瓦，净功率增益为 200。

为了提高放大增益并充分利用 $XeCl$ 激光器的有效截面，各级之间口径应匹配并可适当提高工作电压，获得紫外单脉冲，脉宽小于 10 微微秒，能量大于 10 毫焦耳是容易实现的。如有必要还可进行双程放大，在放大

$$d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = n\lambda_2 \quad (14)$$

以上两式中 θ_1 为再现光入射角； θ_2 为散射角； n 为整数。

当 $n=0$ 时，得 $\theta_2 = \theta_1$ ，即最大极强方向为 H 的镜面反射方向；当 $n = +1, -1$ 时，分别对应形成反射实象和反射虚象的方向(参见图 3)。

对反射实象，有

$$d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = \lambda_2$$

所以
$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 + \frac{\lambda_2}{d} \quad (15)$$

对反射虚象，有

$$d(\sin \theta_2 - \sin \theta_1) = -\lambda_2$$

所以
$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 - \frac{\lambda_2}{d} \quad (16)$$

可见反射实象和反射虚象分居于镜面反射光($\theta_2 = \theta_1$)两侧。

代入(12)式，对反射实象可得

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \theta \quad (17)$$

对反射虚象可得

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin \theta \quad (18)$$

可见当入射方向 θ_1 发生变化(全息片旋转)时，反射成象方位 θ_2 亦随之发生变化，而且二者的变化趋势是一致的。

参 考 文 献

- [1] 吕良晓;《山东大学学报》, 1980, No. 1, 72.
- [2] R. S. Sirghi; *Optica Acta*, 1974, 21, No. 1, 75~76.

光路之间加隔离措施以抑制自发辐射放大。

参 考 文 献

- [1] A. Raven, O. Willi; *Phys. Rev. Lett.*, 1979, 43, 278~282.
 - [2] R. Fedosejevs et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1979, 43, 1664~1667.
 - [3] R. Benattar, C. Popovics; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, 45, 1108~1111.
 - [4] S. Ariga et al.; *Z. Naturforsch.*, 1976, 31a, 697.
 - [5] J. A. Stamper et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1978, 40, 1177~1181.
 - [6] A. Raven et al.; *Phys. Rev. Lett.*, 1978, 41, 554.
 - [7] Yung-lu Teng et al.; Laboratory Report PLF41, MBI für Quantenoptik, D-8046, Garching, 1980.
- 滕永禄等;《光学学报》,(待发表)。