

序列脉冲激光产生的光压及其对 原子束的冷却与减速效应

栾绍金 谭维翰

(中国科学院上海光机所)

提要: 本文通过解双能级系统的密度矩阵方程, 求出了序列脉冲激光的光压力, 计算了光压对原子速度分布的影响, 并与连续激光的作用进行了对比。结果表明: 采用序列脉冲激光并适当选择调制函数参数, 可比相同功率甚至功率增大 1/2 情况下的连续激光更为有效地使原子束减速和冷却。

Light pressures produced by laser pulse trains and their cooling and retardation effects on the atomic beams

Luan Shaojin, Tan Weihan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The expression of light pressures produced by laser pulse trains are obtained by solving the density matrix equation. The effect of the pressures on atomic velocity distribution are calculated and its action is compared with that of the CW laser light. The result shows that retardation and cooling would be more effective by using a laser pulse train with appropriate modulation than a CW laser of equal power or even 50% higher.

一、引 言

光子被原子散射时, 反冲动量形成了光压力。当激光与原子跃迁频率共振时, 光子散射截面增大, 每个原子所受的光压力显著增强。由于光压可以使原子的速度增加^[1, 2]、减少^[3~5]或者偏转^[6~8], 因而在同位素分离^[9, 10]、原子的冷却和俘获^[1~4, 11] 等许多方面可能得到重要的应用。

本文提出利用序列脉冲激光产生的光压力, 实现对原子的减速与冷却。因为序列脉

冲激光包含很多旁频。将中心频率调谐到 Doppler 谱线增宽的低频侧, 通过适当调整序列脉冲参数, 可使其旁频布满了低频侧, 从而加宽了原子与辐射的共振相互作用区。我们的计算结果表明, 采用序列脉冲激光可以更为有效地降低原子的速度和动能。

二、密度矩阵方程及其解

设序列脉冲激光振幅为 $E_0 F(t, z)$, 并取调制函数 $F(t, z)$ 为:

收稿日期: 1981年5月15日。

$$F(t, z) = \exp\{-a^2 \sin^2(\Delta\omega t + \Delta kz)\} \quad (1)$$

其中 $\Delta\omega$ 为调制频率, $\Delta k = \frac{\Delta\omega}{v}$, a^2 决定脉冲半宽度和调制深度。图 1 给出调制函数的形状 ($a^2=4$), 表 1 给出了不同 a^2 值下的调制参数。随着 a^2 的增大, 序列脉冲的脉冲宽度和脉冲的最小值减小。

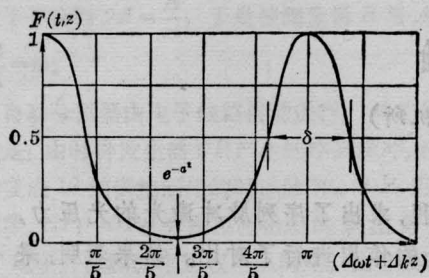


图 1

表 1

a^2	1	4	10	20
e^{-a^2}	0.368	1.83×10^{-2}	4.54×10^{-5}	2.06×10^{-9}
$\eta = \frac{\delta}{2\pi}$	31.3%	13.7%	8.48%	5.96%

又设双能级原子以速度 v 运动, 其密度矩阵元满足如下方程^[12]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{ab}(z, v, t) \\ &= -(i\omega_0 + r) \rho_{ab}(z, v, t) \\ &+ \frac{i}{\hbar} V_{ab}(z, t) \\ &\times [\rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t)] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{aa}(z, v, t) \\ &= \lambda_a(z, v, t) - r_a \rho_{aa}(z, v, t) \\ &- \left\{ \frac{i}{\hbar} V_{ab}(z, t) \rho_{ba}(z, v, t) + cc \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{bb}(z, v, t) \\ &= \lambda_b(z, v, t) - r_b \rho_{bb}(z, v, t) \\ &+ \left\{ \frac{i}{\hbar} V_{ab}(z, t) \rho_{ba}(z, v, t) + cc \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

式中下标 a 代表基态, b 代表受激态。

$\lambda_a(z, v, t)$ 、 $\lambda_b(z, v, t)$ 分别为进入到基态、受激态的速率, r_a 、 r_b 分别为基态、受激态的唯象阻尼常数, ω_0 为能级间的共振频率, V_{ab} 为相互作用哈密顿量, $r = \frac{1}{2}(r_a + r_b)$ 。

(2)~(4) 未计及辐射场的反冲速度。为了求出辐射场与原子体系的相互作用扩散方程, 参照[15]将方程(2)~(4)改写为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{ab}(z, v, t) \\ &= -(i\omega_0 + r) \rho_{ab}(z, v, t) \\ &+ \frac{i}{\hbar} \left[\rho_{aa}\left(z, v - \frac{V_r}{2}, t\right) \right. \\ &\left. - \rho_{bb}\left(z, v + \frac{V_r}{2}, t\right) \right] V_{ab}(z, t) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{aa}(z, v, t) \\ &= \lambda_a - r_a \rho_{aa}(z, v, t) \\ &+ \frac{i}{\hbar} \left[\rho_{ab}\left(z, v + \frac{V_r}{2}, t\right) V_{ba}(z, t) \right. \\ &\left. - \rho_{ab}^*\left(z, v + \frac{V_r}{2}, t\right) V_{ba}^*(z, t) \right] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z}\right) \rho_{bb}(z, v, t) \\ &= \lambda_b - r_b \rho_{bb}(z, v, t) \\ &+ \frac{i}{\hbar} \left[\rho_{ba}\left(z, v - \frac{V_r}{2}, t\right) V_{ab}(z, t) \right. \\ &\left. - \rho_{ba}^*\left(z, v - \frac{V_r}{2}, t\right) V_{ab}^*(z, t) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

式中 V_r 为原子与辐射场交换一个光量子所获得的微小反冲速度。方程(5)的解可写为:

$$\begin{aligned} \rho_{ab}(z, v, t) &= \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{-(i\omega_0 + r)(t-t')} \\ &\times \left\{ \rho_{aa}(z', v, t') - \rho_{bb}(z', v, t') - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} \right. \\ &\left. \times [\rho_{aa}(z', v, t') + \rho_{bb}(z', v, t')] \right\} V_{ab}(z', t') \quad (8) \end{aligned}$$

其中

$$z' = z - v(t - t') \quad (9)$$

在旋波近似下^[12], 相互作用哈密顿量

$$V_{ab}(z, t) = -\frac{1}{2} e r_{ab} \cdot E_0 F(t) e^{-i(\omega t + kz)}$$

利用

$$F(t) = e^{-a^2 \sin^2(\Delta\omega t + \Delta k z)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} J_n \cos 2n(\Delta\omega t + \Delta k z)$$

可得

$$V_{ab}(z, t) = -\frac{1}{2} e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0 e^{-i(\omega t + k z)}$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} J_n \cos 2n(\Delta\omega t + \Delta k z) \quad (10)$$

式中

$$J_0 = e^{-a^2/2} I_0(a^2/2), \quad J_n = 2e^{-a^2/2} I_n(a^2/2),$$

I_n 为虚宗量 Bessel 函数。

在一级近似下, 可将(8)式中的密度矩阵元提出积分号外, 即做速率方程近似^[12]得:

$$\dot{\rho}_{ab}(z, v, t)$$

$$= \frac{i}{\hbar} \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\}$$

$$\times \int_{-\infty}^t dt' e^{-i(\omega_0 + r)(t-t')} \left(-\frac{1}{2} e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0 \right)$$

$$\times e^{-i(\omega t' + k z')} \sum_{n=0}^{\infty} J_n \cos 2n(\Delta\omega t' + \Delta k z')$$

$$= -\frac{i e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar} \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\}$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} J_n \left[\frac{e^{-ib_n^-}}{i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{e^{-ib_n^+}}{i\Delta\omega_n^- + r} \right] \quad (11)$$

式中

$$\Delta\omega_n^{\pm} = (\omega_0 - \omega - kv) \pm 2n(\Delta\omega + \Delta k v)$$

$$b_n^{\pm} = (\omega \pm 2n\Delta\omega)t + (k \pm 2n\Delta k)z$$

将(11)式代入方程(6)、(7), 并略去时空平均为零的交叉项, 则有:

$$\frac{i}{\hbar} \left[\rho_{ab}(z, v \pm \frac{V_r}{2}, t) V_{ba}(z, t) \right.$$

$$\left. - \rho_{ab}^*(z, v \pm \frac{V_r}{2}, t) V_{ba}^*(z, t) \right]$$

$$= \left(1 \pm \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} \right) \frac{i}{\hbar} \left[\rho_{ab}(z, v, t) V_{ba}(z, t) \right.$$

$$\left. - \rho_{ab}^*(z, v, t) V_{ba}^*(z, t) \right];$$

$$\frac{i}{\hbar} \left\{ \rho_{ab}(z, v, t) V_{ba}(z, t) - \rho_{ab}^*(z, v, t) V_{ba}^*(z, t) \right\}$$

$$= \frac{i}{\hbar} \left(-\frac{i e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar} \right) \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\}$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{e^{-ib_n^-}}{i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{e^{-ib_n^+}}{i\Delta\omega_n^- + r} \right] J_n$$

$$\times \left(-\frac{e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{2} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_n}{2} (e^{ib_n^+} + e^{ib_n^-}) + c \cdot c$$

$$\approx \frac{1}{16} \left(\frac{e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar} \right)^2 \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\}$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} J_n^2 \left[\frac{1}{i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{1}{i\Delta\omega_n^- + r} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{-i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{1}{-i\Delta\omega_n^- + r} \right]$$

$$= R(v) \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\}$$

上式中

$$R(v) = \frac{1}{8} \left(\frac{e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar} \right)^2 r^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} J_n^2$$

$$\times [L_n(\Delta\omega_n^+) + L_n(\Delta\omega_n^-)] \quad (12)$$

$$L_n(\Delta\omega_n^{\pm}) = \frac{r^2}{\Delta\omega_n^{\pm 2} + r^2}$$

于是方程(6)、(7)化为:

$$\dot{\rho}_{aa}(z, v, t)$$

$$\simeq \lambda_a - r_a \rho_{aa}(z, v, t) - R(v) \left(1 + \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} \right)$$

$$\times \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\} \quad (13)$$

$$\dot{\rho}_{bb}(z, v, t)$$

$$\simeq \lambda_b - r_b \rho_{bb}(z, v, t) + R(v) \left(1 - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} \right)$$

$$\times \left\{ \rho_{aa}(z, v, t) - \rho_{bb}(z, v, t) \right.$$

$$\left. - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa}(z, v, t) + \rho_{bb}(z, v, t)] \right\} \quad (14)$$

简记密度矩阵元为 ρ_{aa} 、 ρ_{bb} 等, 由(13)、(14)式得:

$$\rho_{aa} = \frac{\lambda_a - \dot{\rho}_{aa}}{r_a} - \left(1 + \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} \right) \frac{R}{r_a}$$

$$\times \left\{ \rho_{aa} - \rho_{bb} - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa} + \rho_{bb}] \right\}$$

$$\rho_{bb} = \frac{\lambda_b - \dot{\rho}_{bb}}{r_b} + \left(1 - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v}\right) \frac{R}{r_b} \times \left\{ \rho_{aa} - \rho_{bb} - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} [\rho_{aa} + \rho_{bb}] \right\}$$

将上两式相减, 并取^[13]

$$r_a = r_b = \Gamma \quad (15)$$

Γ 为能级间跃迁谱线半宽度, 即得:

$$\rho_{aa} - \rho_{bb} = \frac{\left\{ \begin{array}{l} N(z, v, t) + (R/R_s) \\ \times \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \end{array} \right\}}{1 + R/R_s} \quad (16)$$

式中饱和参量

$$R_s = \frac{r_a r_b}{r_a + r_b} \quad (17)$$

$$N(z, v, t) = \left(\frac{\lambda_a}{r_a} - \frac{\lambda_b}{r_b} \right) + \left(\frac{\dot{\rho}_{bb}}{r_b} - \frac{\dot{\rho}_{aa}}{r_a} \right) \quad (18)$$

在稳态时^[12], $\dot{\rho}_{aa} = \dot{\rho}_{bb} = 0$, 此时

$$N(z, v, t) = \frac{\lambda_a}{r_a} - \frac{\lambda_b}{r_b}$$

为无外场时粒子数反转密度。无外场时原子主要处于基态, 因此 $N(z, v, t) \approx \rho_{aa} + \rho_{bb}$ 。

将(16)式代入(11)式便有:

$$\rho_{ab}(z, v, t) = -\frac{i e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar} \times \frac{(\rho_{aa} + \rho_{bb}) - \frac{V_r}{2} \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb})}{1 + R/R_s} \times \sum_{n=0}^{\infty} J_n \left[\frac{e^{-ib_n}}{i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{e^{-ib_n^*}}{i\Delta\omega_n^- + r} \right] \quad (19)$$

三、序列脉冲激光光压力和原子扩散方程

由方程(6)、(7)得:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \\ & = \lambda_a + \lambda_b - [r_a \rho_{aa} + r_b \rho_{bb}] \\ & + \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{i}{\hbar} V_r \rho_{ab} V_{ba} + c \cdot c \right] \end{aligned}$$

设激光作用前原子处于平衡态分布, 基态和受激态的密度矩阵元分别为 ρ_{aa}^0 、 ρ_{bb}^0 , 则:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) (\rho_{aa}^0 + \rho_{bb}^0) \\ & = \lambda_a + \lambda_b - [r_a \rho_{aa}^0 + r_b \rho_{bb}^0] = 0 \end{aligned}$$

所以当激光作用后

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \\ & = \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{i}{\hbar} V_r \rho_{ab} V_{ba} + c \cdot c \right] \quad (20) \end{aligned}$$

原子与辐射场交换一个光子所获得的反冲速度 $V_r = -\frac{\hbar k}{M}$, M 为原子质量, k 为光子波矢, 是作用于 $E(r, t)$ 的算子:

$$k = \frac{P}{\hbar} = -i\nabla \cdot$$

所以:

$$V_r = i \frac{\hbar}{M} \nabla \quad (21)$$

将(19)式代入(20), 并代入:

$$\begin{aligned} E(r, t) &= \frac{E_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} J_n [\cos b_n^+ + \cos b_n^-] \\ V_r V_{ab} &= i \frac{\hbar}{2M} (e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \\ &\times [(k + 2n \Delta k) \sin b_n^+ + (k - 2n \Delta k) \sin b_n^-] \\ V_r^2 V_{ab} &= -\frac{\hbar^2}{2M^2} (e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \\ &\times [(k + 2n \Delta k)^2 \cos b_n^+ + (k - 2n \Delta k)^2 \cos b_n^-] \end{aligned}$$

于是得:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \\ & = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{i}{\hbar} \left(-\frac{i e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar} \right) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \right. \\ & \times \left[\frac{e^{-ib_n}}{i\Delta\omega_n^+ + r} + \frac{e^{-ib_n^*}}{i\Delta\omega_n^- + r} \right] \\ & \times \left[\frac{\rho_{aa} + \rho_{bb}}{1 + R/R_s} V_r V_{ba} \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \frac{V_r^2 V_{ba}}{1 + R/R_s} \right] + c \cdot c \right\} \\ & = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{e \mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar^2} \frac{\rho_{aa} + \rho_{bb}}{1 + R/R_s} \sum_{n=0}^{\infty} J_n \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\frac{e^{-ib_n^-}}{i\Delta\omega_n^+ + \Gamma} + \frac{e^{-ib_n^+}}{i\Delta\omega_n^- + \Gamma} \right] \\
& \times \frac{\hbar}{2M} i(\mathbf{e}\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \\
& \times [(k+2n\Delta k)\sin b_n^+ + (k-2n\Delta k)\sin b_n^-] \\
& + \frac{e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{4\hbar^2} \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \\
& \times \left[\frac{e^{-ib_n^-}}{i\Delta\omega_n^+ + \Gamma} + \frac{e^{-ib_n^+}}{i\Delta\omega_n^- + \Gamma} \right] \\
& \times \frac{\hbar^2}{4M^2} (e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \\
& \times \left\{ [(k+2n\Delta k)^2 \cos b_n^+ \right. \\
& \left. + (k-2n\Delta k)^2 \cos b_n^-] + c \cdot c \right\} \\
& = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{(e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0)^2}{8M\hbar} \frac{\rho_{aa} + \rho_{bb}}{1+R/R_s} \sum_{n=0}^{\infty} J_n \right. \\
& \times \left[\frac{2\Delta\omega_n^+ \cos b_n^- + 2\Gamma \sin b_n^-}{\Delta\omega_n^{+2} + \Gamma^2} \right. \\
& \left. + \frac{2\Delta\omega_n^- \cos b_n^+ + 2\Gamma \sin b_n^+}{\Delta\omega_n^{-2} + \Gamma^2} \right] \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} J_n [(k+2n\Delta k)\sin b_n^+ \\
& \left. + (k-2n\Delta k)\sin b_n^-] \right. \\
& \left. + \frac{(e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0)^2}{16M^2} \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \sum_{n=0}^{\infty} J_n \right. \\
& \times \left[\frac{2\Gamma \cos b_n^- - 2\Delta\omega_n^+ \sin b_n^-}{\Delta\omega_n^{+2} + \Gamma^2} \right. \\
& \left. + \frac{2\Gamma \cos b_n^+ - 2\Delta\omega_n^- \sin b_n^+}{\Delta\omega_n^{-2} + \Gamma^2} \right] \\
& \times \sum_{n=0}^{\infty} J_n [(k+2n\Delta k)^2 \cos b_n^+ \\
& \left. + (k-2n\Delta k)^2 \cos b_n^-] \right\}
\end{aligned}$$

由于光频 $\omega \approx 10^{14}$ 赫, 调制频率 $\Delta\omega \approx 10^8$ 赫, 上式 $\cos b_n^\pm$, $\sin b_n^\pm$ 的乘积可取时空平均值^[18], 因此:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \\
& = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{\hbar k \Gamma}{M} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar \Gamma} \right)^2 \right] \right. \\
& \left. \times \frac{\rho_{aa} + \rho_{bb}}{1+R/R_s} \sum_{n=0}^{\infty} J_n^2 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\frac{\left(1-2n\frac{\Delta k}{k}\right)\Gamma^2}{\Delta\omega_n^{+2} + \Gamma^2} + \frac{\left(1+2n\frac{\Delta k}{k}\right)\Gamma^2}{\Delta\omega_n^{-2} + \Gamma^2} \right] \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar k \Gamma}{M} \right) \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar \Gamma} \right)^2 \right] \\
& \times \frac{\partial}{\partial v} (\rho_{aa} + \rho_{bb}) \sum_{n=0}^{\infty} J_n^2 \\
& \times \left[\frac{\left(1-2n\frac{\Delta k}{k}\right)^2 \Gamma^2}{\Delta\omega_n^{+2} + \Gamma^2} + \frac{\left(1+2n\frac{\Delta k}{k}\right)^2 \Gamma^2}{\Delta\omega_n^{-2} + \Gamma^2} \right]
\end{aligned}$$

引入记号

$$\begin{aligned}
G &= \frac{1}{4} \left(\frac{e\mathbf{r}_{ab} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar \Gamma} \right)^2, \quad V_R = \frac{\hbar k}{M} \\
W(z, v, t) &= \rho_{aa} + \rho_{bb} \quad (22)
\end{aligned}$$

由于 $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta\omega}{\omega} \approx 10^{-5}$, 可略去前面式中 $(1 \pm 2n\frac{\Delta k}{k})^2$ 和 $(1 \pm 2n\frac{\Delta k}{k})$ 的差别, 即有:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) W \\
& = - \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{F}{M} W + \frac{V_R}{2} \frac{F}{M} \frac{\partial}{\partial v} W \right] \quad (23)
\end{aligned}$$

式中 F 即为序列脉冲激光的光压力:

$$F = -\hbar k \Gamma A \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
A &= + \frac{1}{2} \frac{\left\{ G \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(1-2n\frac{\Delta k}{k}\right) L_n(\Delta\omega_n^+) \right] \right. \\
& \left. + \left(1+2n\frac{\Delta k}{k}\right) L_n(\Delta\omega_n^-) \right\} J_n^2}{1+G \sum_{n=0}^{\infty} J_n^2 [L_n(\Delta\omega_n^+) + L_n(\Delta\omega_n^-)]}
\end{aligned}$$

对于连续激光 $a=0$, $J_n = \delta_{n0}$, $L_0(\Delta\omega_n^+) = L_0(\Delta\omega_n^-)$, 由(24)式可得^[5]:

$$F = -\frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{2G}{1+2G+(\omega_0-\omega-kv)^2/\Gamma^2} \quad (25)$$

图2给出当调制频率 $\Delta\omega = 7\Gamma$, 激光频率调谐 $\omega - \omega_0 = -70\Gamma$, 激光强度参数 $\bar{G} = 6.7$ 时脉宽参数 a^2 对光压力分布的影响。可以看出, 随着脉冲的变窄, 光压力高级子峰峰值增大。

令 $W(v, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} W(v, z, t) dz$, 则由方

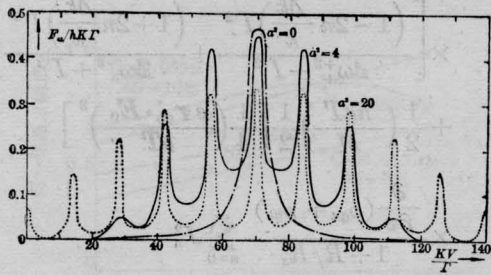


图 2

程(23)可得:

$$\frac{\partial}{\partial t} W(v, t) = \frac{\partial}{\partial v} [A(v)W(v, t)] + \frac{\partial}{\partial v} \left[\epsilon A(v) \frac{\partial}{\partial v} W(v, t) \right] \quad (26)$$

式中 $\epsilon = \frac{kV_r}{2\Gamma}$ 。为了数值计算的方便, 方程(26)是以无量纲变量 t 和 v 写出, 其相应的有量纲变量为:

$$t/kV_r, \quad \Gamma v/k \quad (27)$$

数值计算表明, 速度空间扩散项影响很小, 可如文献[14]所指出的那样予以忽略, 于是有:

$$\frac{\partial}{\partial t} W(v, t) = \frac{\partial}{\partial v} [A(v)W(v, t)] \quad (28)$$

对于连续激光,

$$A = \frac{G}{1+2G+(v+\delta)^2}$$

其中

$$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}$$

此时方程(28)的对应辅助方程为

$$\frac{dt}{1} = -\frac{dv}{A} = \frac{dW}{W \frac{\partial A}{\partial v}} \quad (29)$$

方程(29)具有两个初始积分:

$$\begin{cases} Gt + (1+2G)(v+\delta) + \frac{1}{3}(v+\delta)^3 = c_1 \\ \frac{W}{1+2G+(v+\delta)^2} = c_2 \end{cases}$$

设初始分布为平衡分布

$$W(v, 0) = g \exp \left\{ -4 \ln 2 \left(\frac{v-v_0}{\Delta v} \right)^2 \right\} \quad (30)$$

式中 Δv 为半值宽度, g 为归一化因子, 于是

可得方程(28)的解析解:

$$W(v, t) = g \frac{1+2G+(v+\delta)^2}{1+2G+[\alpha(v, t)+\beta(v, t)]^2} \times \exp \left\{ -4 \ln 2 \left[\frac{\alpha(v, t)+\beta(v, t)-\delta-v_0}{\Delta v} \right]^2 \right\} \quad (31)$$

其中

$$\alpha(v, t) = \left[q^{\frac{1}{2}}(v, t) + \frac{3}{2} c_1 \right]^{1/3}$$

$$\beta(v, t) = - \left[q^{\frac{1}{2}}(v, t) - \frac{3}{2} c_1 \right]^{1/3}$$

$$q(v, t) = (1+2G)^3 + \frac{9}{4} c_1^2(v, t)$$

易于证明 $W(v, t)$ 满足归一化条件:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(v, t) dv = 1 \quad (32)$$

对于序列脉冲激光, 方程(29)不可积, 所以对方程(28)进行数值计算。计算时取原子最初速度分布半值宽度 $\Delta v = 80$, 并具有平均速度 $v_0 = 70$ 。原子沿 z 轴的平均平均速度为

$$\langle v \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v W(v, t) dv \quad (33)$$

原子的平均动能用均方速度 $\langle v^2 \rangle$ 表示:

$$\langle v^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v^2 W(v, t) dv \quad (34)$$

图 3 给出速度分布函数随时间的变化曲线。图中实线表示序列脉冲激光的作用, 此时

$$\bar{G} = \frac{1}{T} \int_0^T G F^2(t) dt = G e^{-\alpha} I_0(\alpha^2) \quad (35)$$

图中虚线表示连续激光的作用, 此时 $\bar{G} = G$ 。随着时间的增长, 速度分布函数变窄, 并向低速方向移动, 但在序列脉冲激光作用下, 速度分布函数的变化更加迅速。

图 4、图 5 表明激光的减速、冷却效应。图中实线代表序列脉冲激光的作用, 虚线代表连续激光的作用。可以看出, 当平均功率相同或者下降 1/3 时, 使用序列脉冲激光对原子的减速和冷却效应都比连续激光强烈得多。

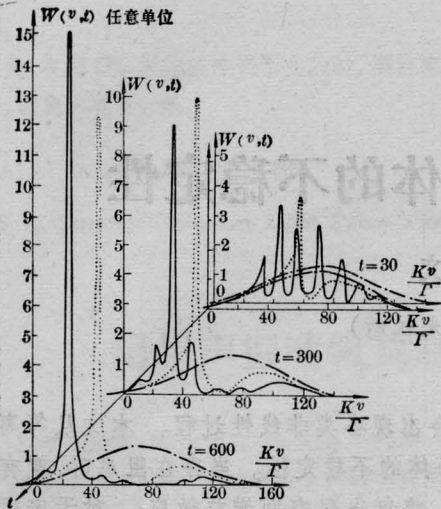


图 3

$\bar{G}=10, \Delta\omega=7\Gamma$ 。点划线表示 $t=0$ 初始分布；虚线表示连续激光 $a^2=0$ ；实线表示序列脉冲 $a^2=4$

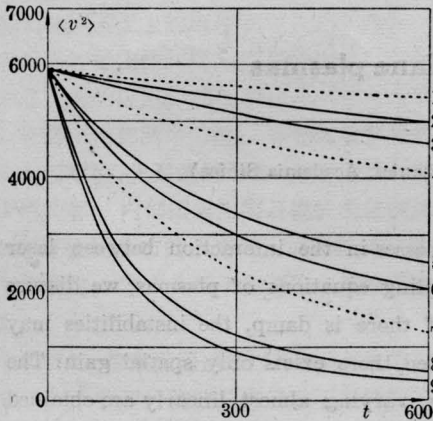


图 4

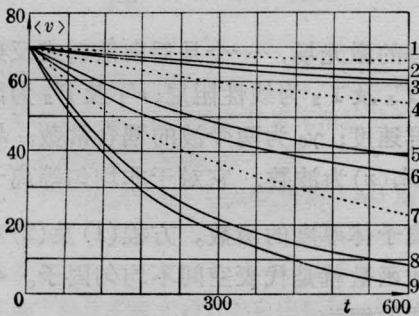


图 5

四、小 结

由上面的分析、计算表明,采用序列脉冲激光并适当选择调制函数参数,能够获得较

宽的光压力分布,从而比相同功率甚至功率增大 $1/2$ 情况下的连续激光更为有效地使原子束减速和冷却。以 Na 原子 $3^2S_{1/2}-3^2P_{3/2}$ 跃迁为例,不计超精细子能级影响,取 $\lambda=5890 \text{ \AA}$, $\Gamma/2\pi=10$ 兆赫,则图 4、5 所对应的 Na 原子最初在激光传播相反方向的平均速度为 4.1×10^4 厘米/秒,平均速度平方为 2.0×10^9 (厘米/秒)²。图中 $\bar{G}=10$ 相应于激光平均强度为 500 毫瓦/厘米²。无量纲时间 $t=600$,相应于 1.92 毫秒。当采用连续激光时,经过 1.92 毫秒后 Na 原子气体在激光传播相反方向的平均速度下降为 3.2×10^4 厘米/秒,平均速度平方下降为 1.4×10^9 (厘米/秒)²。如果使用平均强度为 330 毫瓦/厘米²,重复频率 70 兆赫的序列脉冲激光,则经过相同的时间后平均速度下降为 2.2×10^4 厘米/秒,平均速度平方下降为 8.5×10^8 (厘米/秒)²。低强度序列脉冲激光也可以产生速度分布范围较宽的光压力,不需采用频率扫描,就有可能使整个原子气体实现深度冷却。

对于基态具有超精细能级结构的原子,采用低强度序列脉冲激光,有可能通过加长相互作用区使原子发生较大的偏转,实现不同同位素原子的空间分离。

参 考 文 献

- [1] A. Ashkin; *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **24**, 156.
- [2] J. E. Bjorkholm; *Appl. Phys. Lett.*, 1975, **27**, 534.
- [3] T. W. Hansch; *Opt. Commun.*, 1975, **13**, 68.
- [4] V. S. Letokhov; *Opt. Commun.*, 1976, **19**, 72.
- [5] В. И. Балыкин, В. С. Летохов; *ЖЭТФ*, 1980, **78**, 1376.
- [6] A. Ashkin; *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **25**, 1321.
- [7] R. Schieder; *Opt. Commun.*, 1972, **5**, 387.
- [8] J. L. Dickey; *Opt. Commun.*, 1972, **5**, 402.
- [9] A. F. Bernhard; *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**, 617.
- [10] R. J. Cook; *Phys. Rev.*, 1978, **A18**, 2533.
- [11] A. Ashkin; *Opt. Lett.*, 1971, **4**, 161.
- [12] M. Sargent *et al.*; *Laser Physics*, p. 82, p. 104, p. 146~149.
- [13] В. С. Летохов; *ЖЭТФ*, 1977, **72**, 1328.
- [14] V. G. Minogin; *Opt. Commun.*, 1980, **34**, 1328.