

半导体激光器阈值条件与横模的关系

方祖捷

(中国科学院上海光机所)

提要: 本文用平板波导模型的电磁波理论解析地导出了半导体激光器的阈值条件。发现 TE 模和 TM 模的阈值条件有不同的表示式。与通常采用的公式相比, 这里导出的公式中出现一项修正因子, 它可以用锯齿波的观点来解释。

Relation between the threshold condition and transverse mode of semiconductor lasers

Fang Zujie

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: This paper deduces the threshold condition of semiconductor lasers analytically with the electric-magnetic wave theory in a slab waveguide model. It is found that the expressions of the threshold condition for TE mode and TM mode are different from each other. In the formulas deduced here there appears a revision factor as compared with the conventional formula, which can be explained with a point of view of zigzag waves.

由于半导体激光的电磁场往往扩展到作用区之外, 对于通常激光器所用的阈值条件需要作适当修正。引入了限制因子(或填充因子) Γ , 定义为:

$$\Gamma = \frac{\int_{-d/2}^{d/2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx}{\int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx} \quad (1)$$

式中 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 为激光腔中的电场和磁场; d 为作用区厚度; x 轴为垂直于结的方向; z 轴为共振腔方向。对阈值条件作的修正, 不同文献有不同的表示, 比如:

$$g = \Gamma\alpha_2 + (1-\Gamma)\alpha_1 + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (2)$$

$$\Gamma g = \Gamma\alpha_2 + (1-\Gamma)\alpha_1 + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (2, 3) \quad (3)$$

式中 g 是增益系数; α_2 是作用区的吸收系数; α_1 是限制区的吸收系数。这里, 模式的影响反映在 Γ 和 R 上。模式与反射率 R 的关系已有文献报导^[1, 4]。这里我们想进一步从激光器的横模理论出发, 解析地推导出比较严格的阈值条件。

与其他有关横模的分析一样^[2, 3], 我们也采用平板波导模型, 见图 1。由于激光器作用区厚度比宽度小得多, 因此宽度方向(y 方向)电磁场的变化这里不予考虑。在共振

收稿日期: 1980年12月11日。

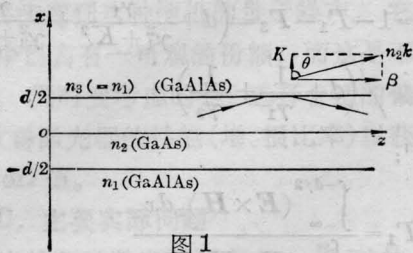


图1

腔方向, 电磁场按因子 $e^{i\beta z}$ 变化, β 为 z 方向的传播常数。从波动方程解出场分布为 (对 TE 波):

$$E_y = \begin{cases} E_0 \cos\left(\frac{Kd}{2} + \varphi\right) e^{-\gamma(x-d/2)} & x > d/2 \\ E_0 \cos(Kx + \varphi) & |x| < d/2 \\ E_0 \cos\left(\frac{Kd}{2} + \varphi\right) e^{\gamma(x+d/2)} & x < -d/2 \end{cases} \quad (4)$$

式中 φ 是一个参量, 对偶数模 $\varphi = 0$, 对奇数模 $\varphi = \pi/2$; K 和 γ 是作用区和限制区 x 方向的传播常数, 分别为

$$K = \sqrt{n_2^2 k^2 - \beta^2}, \quad \gamma = \sqrt{\beta^2 - n_1^2 k^2},$$

其中 n_2 为作用区折射率, n_1 为限制区折射率 (假定 $n_3 = n_1$), $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢。 K 和 γ 由本征值方程决定。对 TE 波本征值方程为:

$$\operatorname{tg} Kd = 2K\gamma / (K^2 - \gamma^2).$$

对 TM 波, 磁场 H_y 的表示式与 (4) 式同, 但本征值方程为:

$$\operatorname{tg} Kd = 2\epsilon_1 \epsilon_2 K\gamma / (\epsilon_1^2 K^2 - \epsilon_2^2 \gamma^2);$$

式中 ϵ_1 、 ϵ_2 为限制区和作用区的介电常数。根据式 (1), 由场分布可以求得填充因子 Γ :

对 TE 波:

$$\Gamma = \frac{\gamma d + 2\gamma^2 / (\epsilon_2 - \epsilon_1) k^2}{\gamma d + 2}; \quad (5)$$

对 TM 波:

$$\Gamma = \frac{\gamma d \eta + 2\gamma^2 / (\epsilon_2 - \epsilon_1) k^2}{\gamma d \eta + 2}; \quad (6)$$

$$\text{式中 } \eta = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2)\beta^2}{\epsilon_1 \epsilon_2 k^2} - 1$$

现在考虑作用区有增益和吸收, 限制区有吸收。反映在这两种介质的介电常数为

复数: $\hat{\epsilon} = \epsilon + i\epsilon'$, $\hat{n} = n + in'$ 。它们的关系是 $n^2 - n'^2 = \epsilon$, $2nn' = \epsilon'$ 。光强的吸收系数

$$\alpha = 2n'k_0.$$

作用区的净吸收系数 α 是吸收 α_2 和增益 g 系数的差。这样本征值方程变为一个复数方程, 实部和虚部分别决定场的传播常数的实部和虚部。一般 $\epsilon \gg \epsilon'$, $n \gg n'$, 方程可以展开。传播常数的实部与不考虑吸收和增益时相同。其虚部可求得如下 (见附录):

对 TE 波:

$$K' = (1 - \Gamma) \frac{k^2}{2K} (\epsilon'_2 - \epsilon'_1) \quad (7)$$

对 TM 波:

$$K' = (1 - \Gamma) \frac{k^2}{2K} (\epsilon'_2 - \epsilon'_1) + (1 - \Gamma) \frac{\gamma^2}{K} \left(\frac{\epsilon'_2}{\epsilon_2} - \frac{\epsilon'_1}{\epsilon_1} \right) \quad (8)$$

轴向传播常数的虚部可由 β 和 K 的关系得到。即 $2\beta\beta' = k^2\epsilon'_2 - 2KK'$ 。

激光器阈值要求光在 z 方向传播来回一周光强不衰减。现电磁场按因子

$$e^{i(\beta + i\beta')z} = e^{(-\beta' + i\beta)z}$$

变化, 可见 β' 为场强的衰减常数, 而光强的衰减常数为 $2\beta'$, 其负值即为轴向的净增益系数 g_0 。因此, 激光器的阈值条件要求

$$g_0 = -2\beta' = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}.$$

解出 $2\beta'$ 代入, 可以导出:

对 TE 波:

$$\frac{nk}{\beta} [-\Gamma\alpha - (1 - \Gamma)\alpha_1] = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$$

即

$$\Gamma g = \Gamma\alpha_2 + (1 - \Gamma)\alpha_1 + \frac{\beta}{nk} \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (9)$$

对 TM 波:

$$\begin{aligned} & \frac{nk}{\beta} [-\Gamma\alpha - (1 - \Gamma)\alpha_1] \\ & + \frac{2\gamma^2}{n\beta k} (1 - \Gamma)(\alpha_1 - \alpha) \\ & = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} & \Gamma(g - \alpha_2) \left(1 + \frac{1 - \Gamma}{\Gamma} \frac{2\gamma^2}{n^2 k^2} \right) \\ &= (1 - \Gamma) \alpha_1 \left(1 - \frac{2\gamma^2}{n^2 k^2} \right) \\ & \quad + \frac{\beta}{nk} \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \end{aligned} \quad (10)$$

式中取 $n \approx n_1 \approx n_2$ 。这就是从模式理论导出的阈值条件。由这两个表示式可见：

1. TM 模和 TE 模有不同的阈值条件。在相同的粒子数反转和体内吸收的条件下， TM 模的轴向净增益高于 TE 模。这有利于 TM 模振荡。但是由于腔面透射损失 TM 模比 TE 模高，所以总的效果还是 TM 模不易振荡^[1]。

2. 阈值条件(3)现在被解析地导出，即(9)式，可见阈值条件(2)是不完整的。(9)式与(3)式相比，腔面损失项多了一个因子 β/nk ，相当于腔长 L 增长到 $\frac{nk}{\beta} L$ 。从锯齿波传输的角度来考虑， $\beta = nk \sin \theta$ ， θ 为锯齿波的入射角，可见 $\frac{nk}{\beta} L = \frac{L}{\sin \theta}$ 即为锯齿波走过的路程。这一因子有利于高阶模的振荡。

实际的激光器作用区两边的折射率台阶高度可能不相等，尤其是吸收系数可能差别较大。现在考虑这种非对称情况，这里仅列出 TE 波情况。本征值方程为：

$$\operatorname{tg} Kd = K(\gamma_1 + \gamma_3) / K^2 - \gamma_1 \gamma_3,$$

$$\begin{aligned} \text{式中} \quad \gamma_1 &= \sqrt{\beta^2 - n_1^2 k^2}; \\ \gamma_3 &= \sqrt{\beta^2 - n_3^2 k^2}. \end{aligned}$$

同样可得复传播常数：

$$\begin{aligned} K' &= \frac{K}{2} \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1} \frac{1}{\gamma_1} + \frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{\epsilon_2 - \epsilon_3} \frac{1}{\gamma_3} \right) \\ & \quad / \left(d + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_3} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

再引入填充因子：

$$\begin{aligned} \Gamma &= 1 - \Gamma_1 - \Gamma_3 = \left(d + \frac{\gamma_1}{\gamma_1^2 + K^2} + \frac{\gamma_3}{\gamma_3^2 + K^2} \right) \\ & \quad / \left(d + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_3} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

式中：

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{\int_{-\infty}^{-d/2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx}{\int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx} \\ &= \left(\frac{K^2}{\gamma_1^2 + K^2} \frac{1}{\gamma_1} \right) / \left(d + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_3 &= \frac{\int_{d/2}^{\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx}{\int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_z dx} \\ &= \left(\frac{K^2}{\gamma_3^2 + K^2} \frac{1}{\gamma_3} \right) / \left(d + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_3} \right) \end{aligned}$$

代入(11)式可得：

$$K' = \frac{k^2}{2K} [(1 - \Gamma)\epsilon_2' - \Gamma_1\epsilon_1' - \Gamma_3\epsilon_3']$$

及

$$\begin{aligned} \Gamma g &= \Gamma \alpha_2 + \Gamma_1 \alpha_1 + \Gamma_3 \alpha_3 \\ & \quad + \frac{\beta}{nk} \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \end{aligned} \quad (13)$$

这与(9)式类似。

半导体激光器的阈值条件常被用来测量计算某些参数。比如从不同腔长或不同反射率激光器的阈值和外微分子效率的测量可以计算增益因子和内部效率。阈值条件公式的修正可能对这些测量也带来影响。

附录：K' 的推导

本征值方程

$$\operatorname{tg} \hat{K}d = 2\hat{K}\hat{\gamma} / \hat{K}^2 - \hat{\gamma}^2,$$

式中 $\hat{K} = K + iK'$ ； $\hat{\gamma} = \gamma + i\gamma'$ ，两边展开取一次项可得：

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Kd + \frac{iK'd}{\cos^2 Kd} &= \frac{2K\gamma}{K^2 - \gamma^2} \\ & \quad + i \frac{2(K^2 + \gamma^2)}{(K^2 - \gamma^2)^2} \left\{ K \left[\frac{k}{2\gamma} (\epsilon_2 - \epsilon_1) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{KK'}{\gamma} \right] - \gamma K' \right\} \end{aligned}$$

即:

$$K'd = \frac{2}{(K^2 + \gamma^2)} \left\{ \frac{Kk^2}{2\gamma} (\epsilon'_2 - \epsilon'_1) - \frac{K^2}{\gamma} K' - \gamma K' \right\}$$

$$= \frac{Kk^2}{(K^2 + \gamma^2)\gamma} (\epsilon'_2 - \epsilon'_1) - \frac{2K'}{\gamma}$$

得:

$$K' = \frac{Kk^2(\epsilon'_2 - \epsilon'_1)}{(K^2 + \gamma^2)(2 + d\gamma)}$$

$$= \frac{K(\epsilon'_2 - \epsilon'_1)}{(2 + d\gamma)(\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

$$= (1 - \Gamma) \frac{k^2}{2K} (\epsilon'_2 - \epsilon'_1)$$

参 考 文 献

- [1] Tetsuhiko Ikegami; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, **QE-8**, 470.
- [2] H. Kressel, J. K. Butler; "Semiconductor Laser and Heterostructure LEDs" (Academic Press, New York, 1977), p 165.
- [3] H. C. Casey, Jr., M. B. Panish; "Heterostructure Lasers" (Academic Press, New York, 1978), p. 167, 176.
- [4] H. C. Casey, Jr.; *J. Appl. Phys.*, 1978, **49**, No. 7, 3684.

(上接第 33 页)

三、结 束 语

1. 以 PPO 为供能分子, 以 POPOP 为受能分子, 和溶剂甲苯、*N*-二甲基甲酰胺构成多元溶液体系, 获得宽调谐范围的增强荧光辐射输出, 阈值也较低。

2. 这一途径可能应用于其他闪烁体体系以及染料蒸气体系, 探索工作将继续进行。

3. 由于目前设备条件限制, 还缺乏一

些定量数据, 有关溶质与溶质的相互作用和溶质与溶剂的相互作用机制, 将进一步探讨。

参 考 文 献

- [1] I. B. Berlman; "Handbook of Fluorescence Spectra of Aromatic Molecules", 2nd ed., New York, 1971.
- [2] I. B. Berlman; "Energy Transfer Parameters of Aromatic Compounds" (1973).
- [3] V. T. Tonin *et al.*; *Sov. J. Quant. Electr.*, 1978, **8**, No. 5, 567.