

光学薄膜的损耗

范正修

(中国科学院上海光机所)

提要: 对光学薄膜的表面散射、体散射和吸收这三个损耗因素进行系统的分析和计算,并在它们都存在的条件下,计算了光学薄膜的反射率、透过率和损耗率。由于计算程序考虑了各种因素对光学薄膜的影响,所以计算模型和计算方法比一般的方法有更多的普遍性。文中给出 11 层 ZnS/MgF₂ 反射膜和 21 层 TiO₂/SiO₂ 反射膜的计算结果。

Losses of optical thin films

Fan Zhenxiu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Three types of loss factors—surface scattering, volume scattering and absorbance for optical thin films have been systematically analysed and calculated. The reflectivity, transmissivity and losses of the optical thin films were calculated with these factors existing simultaneously. In computing program, the effects of various loss factors on optical properties of thin films have been taken into account, so the computed model and ways are more universal than the ordinary ones. As examples the computed results for eleven layers of ZnS/MgF₂ reflective coating and twenty-one layers of TiO₂/SiO₂ reflective coating are given.

一、引言

吸收和散射是影响光学薄膜质量的重要因素。特别对激光薄膜来说,这个问题更为突出。吸收和散射不仅会损耗大量的能量,而且会使光束质量变差和造成薄膜元件的破坏。所以研究光学薄膜的损耗机理,减少其吸收和散射是光学薄膜研究中的一个重要课题。

光学薄膜的吸收理论,早期就有比较系统的研究^[1],现在这项工作还在继续深入。除了对吸收机理和吸收过程的进一步研究之

外,还发展了各式各样精确测定薄膜吸收的方法^[2]。1979年 Temple^[3]在精确测量薄膜吸收的基础上,提出了体吸收和界面吸收的区别,从而使薄膜吸收的研究更深了一步。相对于吸收来说,光学薄膜的散射现象要更复杂一些,所以,尽管介质的体散射和表面散射的理论很早就成熟了^[4,5],但是真正对光学薄膜特别是多层膜的散射进行研究却是近几年的事^[6]。1974年 Eastman^[7]在 Beckmann^[5]表面散射模型的基础上,对单层膜的表面散射进行分析研究,继而,他又用矩阵法处理了多层介质膜的表面散射问

收稿日期: 1980年8月7日。

题^[8]。1979年 Carniglia^[9]在他的工作的基础上更详尽地研究了多层膜的标量散射问题。Ebert^[10]等人运用 Parteus 表面散射理论也建立了多层介质膜的表面散射体系。Elson^[11]用一级微扰的方法处理了薄膜表面散射理论。接着他把这种模型推广到多层膜中,研究了薄膜散射的角分布问题^[12,13]。Armen^[14]和 Bennett^[15]等针对 $\frac{\lambda}{4}$ 堆薄膜的特点,研究了中心波长区光学薄膜的损耗。有关薄膜的体散射,见到的工作不多。Guenther^[6]等人用 Debye^[16,17]模型对介质膜的体散射进行了计算,并与实验结果进行了比较。

我们利用矩阵法对多层介质膜的吸收、散射作了较详细的分析计算。与前面工作相比有以下特点:

1. 把吸收、表面散射、体散射三个因素溶入一个体系中一起考虑。较全面地考虑了薄膜损耗的各个因素。

2. 从 Beckman 表面散射模型出发,建立了粗糙表面的反射。透射系数和费涅尔系数矩阵的递推关系,运算过程不作更多的限制。原则上可以处理任何波长、任何薄膜体系的散射问题。

3. 在计算过程中,我们不仅考虑了薄膜表面粗糙度对界面反射系数的影响,而且考虑了由此引起的厚度起伏对位相的影响。

4. 在处理表面散射时,我们考虑了相关项。这样在反射系数的模量中加入了相关项的效应。但在考虑反射系数的位相时,我们把反射系数视为一体统一考虑。这对非常粗糙的表面来说由于散射光的非相干性可能引起较大的误差,但是当表面粗糙度比波长小很多时引起的误差是不大的。

5. 在处理体散射时,我们从 Debye^[16,17]电子密度起伏的模型出发,建立了体散射与填充密度以及体散射与薄膜微观柱体中心和孔洞中心平均距离之间的关系。从而在体散

射量和薄膜微观物理量之间建立了定量的关系。

二、薄膜的吸收

从光的电磁理论出发,光吸收主要是由导电系数引起的。当介质的导电系数不为0时,介质的折射率不是实数而变为复数。即

$$\hat{n} = n - ik \quad (1)$$

式中 \hat{n} 为复折射率; n 为折射率; k 为消光系数。

由于消光系数的存在,光在通过电介质时,将把光能转变成热能而损耗。在分析光学薄膜的光学性质时,计算公式也进行相应的修正。

1. 折射角

设入射介质消光系数为零,由折射定律

$$\cos \hat{\theta}_j = \text{COR}_j + i \text{COI}_j \quad (2)$$

则有

$$\text{COR}_j = \sqrt{\frac{b_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{b_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_3}{2}\right)^2}} \quad (3)$$

$$\text{COI}_j = b_3 / \left(2\sqrt{\frac{b_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{b_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{b_3}{2}\right)^2}}\right) \quad (4)$$

式中

$$b_2 = 1 - \frac{(n_j^2 - k_j^2) \sin^2 \theta_0}{[(n_j^2 - k_j^2)^2 + 4n_j^2 k_j^2]} \quad (5)$$

$$b_3 = \frac{2n_j k_j \sin^2 \theta_0}{[(n_j^2 - k_j^2)^2 + 4n_j^2 k_j^2]} \quad (6)$$

2. 等效导纳

令

$$\eta_p = \eta_{np} + i \eta_{kp}$$

则

$$\eta_{np} = \frac{(n \cdot \text{COR} - K \text{COI})}{(\text{COR}^2 + \text{COI}^2)} \quad (7)$$

$$\eta_{kp} = -\frac{(n \cdot \text{COI} + k \cdot \text{COR})}{(\text{COR}^2 + \text{COI}^2)} \quad (8)$$

令

$$\eta_s = \eta_{ns} + i \eta_{ks}$$

则

$$\eta_{ns} = n \cdot \text{COR} + k \cdot \text{COI} \quad (9)$$

$$\eta_{ks} = n \cdot \text{COI} - k \cdot \text{COR} \quad (10)$$

3. 反射系数和透射系数

对于 $j, j+1$ 界面

s 分量:

$$\text{令 } r_{j,j+1}^s = r_{j,j+1}^{s_1} + i r_{j,j+1}^{s_2}$$

又令

$$a_1 = \eta_{nsj} - \eta_{nsj+1} \quad a_2 = \eta_{ksj} - \eta_{ksj+1}$$

$$a_3 = \eta_{nsj} + \eta_{nsj+1} \quad a_4 = \eta_{ksj} + \eta_{ksj+1}$$

则

$$r_{j,j+1}^{s_1} = \frac{(a_1 a_3 + a_2 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (11)$$

$$r_{j,j+1}^{s_2} = \frac{(a_2 a_3 - a_1 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (12)$$

令
则

$$r_{j+1,j}^s = r_{j+1,j}^{s_1} + i r_{j+1,j}^{s_2}$$

$$r_{j+1,j}^{s_1} = -r_{j,j+1}^{s_1} \quad (13)$$

$$r_{j+1,j}^{s_2} = -r_{j,j+1}^{s_2} \quad (14)$$

令

$$t_{j,j+1}^s = t_{j,j+1}^{s_1} + i t_{j,j+1}^{s_2}$$

$$t_{j+1,j}^s = t_{j+1,j}^{s_1} + i t_{j+1,j}^{s_2}$$

则

$$t_{j,j+1}^{s_1} = \frac{2(\eta_{nsj} \cdot a_3 + \eta_{ksj} \cdot a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (15)$$

$$t_{j,j+1}^{s_2} = \frac{2(-\eta_{ksj} \cdot a_3 + \eta_{nsj} \cdot a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (16)$$

$$t_{j+1,j}^{s_1} = \frac{2(\eta_{nsj+1} \cdot a_3 + \eta_{ksj+1} \cdot a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (17)$$

$$t_{j+1,j}^{s_2} = \frac{2(-\eta_{ksj+1} \cdot a_3 + \eta_{nsj+1} \cdot a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (18)$$

p 分量:

$$\text{令 } a_1 = \eta_{npj} - \eta_{npj+1} \quad a_2 = \eta_{kpj} - \eta_{kpj+1}$$

$$a_3 = \eta_{npj} + \eta_{npj+1} \quad a_4 = \eta_{kpj} + \eta_{kpj+1}$$

又令

$$r_{j,j+1}^p = r_{j,j+1}^{p_1} + i r_{j,j+1}^{p_2}$$

$$r_{j+1,j}^p = r_{j+1,j}^{p_1} + i r_{j+1,j}^{p_2}$$

$$t_{j,j+1}^p = t_{j,j+1}^{p_1} + i t_{j,j+1}^{p_2}$$

$$t_{j+1,j}^p = t_{j+1,j}^{p_1} + i t_{j+1,j}^{p_2}$$

则

$$r_{j,j+1}^{p_1} = \frac{(a_1 a_3 + a_2 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (19)$$

$$r_{j,j+1}^{p_2} = \frac{(a_2 a_3 - a_1 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (20)$$

令

$$b_1 = \frac{2(n_j \text{COR}_{j+1} - K_j \text{COI}_{j+1})}{(\text{COR}_{j+1}^2 + \text{COI}_{j+1}^2)}$$

$$b_2 = \frac{-2(K_j \text{COR}_{j+1} + n_j \text{COI}_{j+1})}{(\text{COR}_{j+1}^2 + \text{COI}_{j+1}^2)}$$

$$b_3 = \frac{2(n_{j+1} \text{COR}_j - K_{j+1} \text{COI}_j)}{(\text{COR}_j^2 + \text{COI}_j^2)}$$

$$b_4 = \frac{-2(K_{j+1} \text{COR}_j + n_{j+1} \text{COI}_j)}{(\text{COR}_j^2 + \text{COI}_j^2)}$$

则

$$t_{j,j+1}^{p_1} = \frac{(b_1 a_3 - b_2 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (21)$$

$$t_{j,j+1}^{p_2} = \frac{(b_2 a_3 + b_1 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (22)$$

$$t_{j+1,j}^{p_1} = \frac{(b_3 a_3 - b_4 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (23)$$

$$t_{j+1,j}^{p_2} = \frac{(b_4 a_3 + b_3 a_4)}{(a_3^2 + a_4^2)} \quad (24)$$

4. 膜层厚度引起的位相差

$$\text{由 } \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{n}d \cos(\hat{\theta})$$

令

$$\delta = \delta_1 + i \delta_2$$

则

$$\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} \cdot d \quad (25)$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ks} \cdot d \quad (26)$$

通过以上运算, 带有吸收的膜层的光学性质就比较完整地描述了。

三、薄膜的表面散射

有关光在粗糙表面散射问题 Beckmann^[5] 早就专门进行过论述。这里引用他的一些主要结果, 从我们的实际情况出发, 个别地方做一些修改和补充。

光从任意界面的散射问题, 可以用光的衍射理论求解。设 P 点为距离散射表面为 R_0 的空间某一点。则在 P 点的散射场强^[5]

$$E_2(P) = \frac{iK e^{iKR_0}}{4\pi R_0} \int_{-L}^L (\alpha\rho' - b) e^{i v_x x + i v_z z} dx \quad (27)$$

这里

$$\alpha = (1-r) \sin \theta_1 + (1+r) \sin \theta_2;$$

$$b = (1+r) \cos \theta_2 - (1-r) \cos \theta_1;$$

$\rho = \rho(x)$ 为表面起伏的高度; L 为散射表面长度;

$$v_x = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_1 - \sin \theta_2);$$

$$v_x = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2);$$

r 是界面的反射系数; λ 是介质中的波长; θ_2 是散射角; ρ' 为 ρ 对 x 的导数。

设 E_{20} 是光滑表面在 P 点的散射场强,

令

$$\rho = \frac{E_2}{E_{20}}$$

则

$$\rho = \frac{1}{4L \cos \theta_1 r} \int_{-L}^L (a\rho' - b) e^{iv_x x + iv_z \rho} dx \quad (28)$$

如果薄膜表面的粗糙度是随机的, 并且遵守正则分布定律, 则 ρ 应该被它的平均值 $\langle \rho \rangle$ 代替。

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{4L \cos \theta_1 r} \int_{-L}^L (a \langle \rho' \rangle \langle b \rangle) \times \langle e^{i v_x x + i v_z \rho} \rangle dx \quad (29)$$

对正则分布 $\langle \rho' \rangle = 0$, $\langle e^{i v_x \rho} \rangle = e^{-v_x^2 \sigma^2}$,

则

$$\langle \rho \rangle = \frac{b e^{-\frac{1}{2} v_z^2 \sigma^2}}{4L \cos \theta_1 r} \int_{-L}^L e^{i v_x x} dx \quad (30)$$

σ 为表面均方粗糙度。

对光滑表面 $\theta_1 = \theta_2$, 则

$$\langle \rho \rangle = \frac{\sin v_x L}{v_x L} = \sin c(v_x L) \quad (31)$$

由

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \left\langle \frac{E_2^2}{E_{20}^2} \right\rangle$$

为成正比于平场散射功率的量, 则

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \frac{b^2}{16L^2 \cos^2 \theta_1 r^2} \times \int_{-L}^L \int_{-L}^L e^{i v_x (x_1 - x_2)} \langle e^{i v_z (z_1 - z_2)} \rangle dx_1 dx_2 \quad (32)$$

考虑到表面粗糙颗粒之间的相关性,

$$C(\tau) = e^{-\tau^2/T^2}$$

为表面相关函数。这里 $\tau = x_1 - x_2$; T 为粗糙颗粒之间的平均距离, 称为相关长度, 则

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \frac{b^2}{16L \cos^2 \theta_1 r^2} \times \int_{-L}^L e^{i v_x \tau} e^{[-\frac{1}{2} \sigma^2 (1-C)]} d\tau$$

把 $\langle e^{i v_x (z_1 - z_2)} \rangle$ 展为级数, 则

$$(33)$$

$$\langle \rho \rho^* \rangle = e^{-g} \left[\sin c(v_x L) + \frac{\sqrt{\pi} b^2 T}{16L \cos^2 \theta_1 r^2} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-v_x^2 T^2 / 4m} \right] \quad (34)$$

这里 $g = v_x^2 \sigma^2$ 。

令 $\langle \rho \rho^* \rangle = \langle \rho \rangle \langle \rho^* \rangle + D \langle \rho \rangle$

则

$$D \langle \rho \rangle = e^{-g} \frac{\sqrt{\pi} b^2 T}{16L \cos^2 \theta_1 r^2} \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-v_x^2 T^2 / 4m} \quad (35)$$

$D \langle \rho \rangle$ 正比于漫散射功率

当 $\theta_1 = \theta_2$ 时, $\sin c(v_x L) \rightarrow 1$, $v_x = 0$

$$b = 2 \cos \theta_1 r$$

则

$$\langle \rho \rho^* \rangle_{\theta_1 = \theta_2} = e^{-g} \left(1 + \frac{\sqrt{\pi} T}{4L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} \right) \quad (36)$$

由

$$r = \frac{E_{20}}{E_1}$$

为光滑表面的反射系数, 则 $r_g = r |\rho|$ 为粗糙表面的反射系数。

则

$$r_g = r \sqrt{e^{-g} \left(1 + \frac{\sqrt{\pi} T}{4L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} \right)} \quad (37)$$

类似的过程可以求出透过系数,

$$\text{令 } g_1 = v_{z1}^2 \sigma^2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_j \cos \theta_j + n_{j+1} \cos \theta_{j+1})$$

则

$$t_g = t \sqrt{e^{-g_1} \left(1 + \frac{\sqrt{\pi} T}{4L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_1^m}{m! \sqrt{m}} \right)} \quad (38)$$

这里 λ_0 为真空波长; t 为光滑表面透射系数。

四、光学薄膜的体散射

光学薄膜的体散射引起薄膜内部的光损耗, 就其在光学薄膜中所起的作用来讲与薄膜的吸收系数类似, 只是对光的界面反射的

贡献与吸收系数不同。

在固体内部之所以会产生体散射，主要由于固体材料折射率起伏和局部的密度起伏。薄膜具有不规则的柱状结构，在它的内部包含有大大小小的孔洞。在柱体内部薄膜折射率等于材料折射率，而孔洞的折射率在1~1.33之间。薄膜的这种结构特性，引起了薄膜内部的体散射。

由光学经典理论可知，折射率起伏所导致的散射强度^[16]

$$i = \iint \langle \eta_A \eta_B \rangle_{AV} \exp(i K s r) d\tau_B d\tau_A \quad (39)$$

这里 η_A 、 η_B 分别为相距为 r 的 A 、 B 两点处的折射率起伏； $\langle \rangle_{AV}$ 表示空间平均；

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

$$s = S_0 - S_1 = 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (40)$$

θ 为散射角。

设 $\gamma(r)$ 为 A 、 B 两点的相关函数，则有^[16]

$$\gamma(r) \langle \eta^2 \rangle_{AV} = \langle \eta_A \eta_B \rangle_{AV} \quad (41)$$

$\langle \eta^2 \rangle$ 为局部起伏平方的平均值。

(41) 代入 (39) 则

$$i = V \langle \eta^2 \rangle \int \gamma(r) \exp(i K s r) d\tau \quad (42)$$

V 为总的散射体积。

当 $\gamma(r)$ 仅与 r 的值有关而与方向无关时，则

$$\begin{aligned} i &= 4\pi V \langle \eta^2 \rangle \int \gamma(r) \frac{\sin K s r}{K s r} dr \\ &= 4\pi V \langle \eta^2 \rangle \int \gamma(r) \sin C(K s r) dr \quad (43) \end{aligned}$$

对于具有柱状结构的薄膜，设薄膜内孔的体积为 ϕ 成分，薄膜材料的介电常数为 ϵ_1 ，孔洞的介电常数为 ϵ_0 。则

$$\bar{\epsilon} = (1 - \phi) \epsilon_1 + \phi \epsilon_0 \quad (44)$$

$$\eta_1 = \epsilon_1 - \bar{\epsilon} = \phi(\epsilon_1 - \epsilon_0) \quad (45)$$

$$\eta_2 = \epsilon_0 - \bar{\epsilon} = (1 - \phi)(\epsilon_0 - \epsilon_1) \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \langle \eta^2 \rangle &= \phi \eta_2^2 + (1 - \phi) \eta_1^2 \\ &= \phi(1 - \phi)(\epsilon_1 - \epsilon_0)^2 \quad (47) \end{aligned}$$

考虑到仅当相关的两点位于不同折射率的区域时才会引起散射，则可推得相关函数^[16]。

$$\gamma(r) = \exp(-r/a) \quad (48)$$

$$a = 4V' \phi(1 - \phi) / S' \quad (49)$$

V' 和 S' 分别为散射体的体积和面积，把 (48) 代入 (43)，则：

$$i = 8\pi a^3 \langle \eta^2 \rangle V / (1 + K^2 s^2 a^2)^2 \quad (50)$$

i 是和散射强度成比例的量。考虑到光散射是密度不均匀介质偶极辐射的直接结果，则

$$I_s = \frac{8\pi^3 a^3 \langle \eta^2 \rangle}{\lambda^4 (1 + K^2 a^2 s^2)^2} I \sin^2 \theta \quad (51)$$

这里 I 为入射光强； I_s 为散射光强； λ 为真空波长。

对垂直分量， $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，则

$$I_{ss} = \frac{8\pi^3 a^3 \langle \eta^2 \rangle \cdot I}{\lambda^4 (1 + K^2 a^2 s^2)}$$

对平行分量

$$I_{sp} = \frac{8\pi^3 a^3 \langle \eta^2 \rangle I \sin^2 \theta}{\lambda^4 (1 + K^2 a^2 s^2)}$$

散射率

$$I_{sv\theta} = \frac{I_s}{I} = \frac{8\pi^3 a^3 \langle \eta^2 \rangle \sin^2 \theta}{\lambda^4 (1 + K^2 a^2 s^2)} \quad (52)$$

如果 $k^2 a^2 \ll 1$ 那么

$$I_{sv\theta} \approx \frac{8\pi^3 a^3 \langle \eta^2 \rangle \sin^2 \theta}{\lambda^4}$$

为了估计积分体散射，必须对角向积分

$$\begin{aligned} ISV &= 2 \int_0^\pi I_{sv\theta} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{64\pi^3 a^3 \phi(1 - \phi)(n^2 - n_0^2)}{3\lambda^4} \quad (53) \end{aligned}$$

五、考虑散射后的位相厚度

方程 (25)、(26) 给出吸收薄膜的位相厚度，对于表面起伏为 $z(x)$ 的膜层，其厚度为

$$d = d_0 + z(x) \quad (54)$$

$z(x)$ 为遵守正则分布的随机函数。

考虑到由 (53) 给出的体吸收系数，则薄膜总的位相厚度为

$$\delta_{\text{总}} = \frac{2\pi}{\lambda} (\hat{n} - i \text{ISV}) \cdot (d_0 + z(x)) \quad (55)$$

令 $\delta_{\text{总}} = \delta_{\text{总}1} + i \delta_{\text{总}2}$

$$\delta_{\text{总}1} = \frac{2\pi}{\lambda} [n d_0 + n z(x)] \quad (56)$$

$$\delta_{\text{总}2} = - \left[\frac{2\pi}{\lambda} (k + \text{ISV}) d_0 + (k + \text{ISV}) z(x) \right] \quad (57)$$

当 k 和 ISV 都不是很大时, 略掉二级小量, 则

$$\delta_{\text{总}2} = - \frac{2\pi}{\lambda} (k + \text{ISV}) d_0 \quad (58)$$

六、多层介质膜的递推矩阵

由图 1 所示的膜系, 对 0、1 界面有方程

$$\begin{cases} E_0^- = r_{01} E_0^+ + t_{10} E_1^- \\ E_1^+ = t_{01} E_0^+ + r_{10} E_1^- \end{cases} \quad (59)$$

解方程 (59) 则有

$$E_0^+ = \frac{1}{t_{01}} [E_1^+ - r_{10} E_1^-] \quad (60)$$

$$E_0^- = \frac{r_{01}}{t_{01}} E_1^+ + \left[t_{10} - \frac{r_{10} \cdot r_{01}}{t_{01}} \right] E_1^- \quad (61)$$

写成矩阵形式, 则有

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{01}} & -\frac{r_{10}}{t_{01}} \\ \frac{r_{01}}{t_{01}} & t_{10} - \frac{r_{10} \cdot r_{01}}{t_{01}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} \quad (62)$$

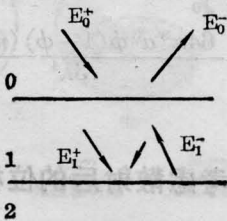


图 1

对 1、2 界面

$$\begin{cases} E_1^- e^{-i\delta_1} = E_1^+ e^{i\delta_1} \cdot r_{12} + t_{21} E_2^- \\ E_2^+ = E_1^+ e^{i\delta_1} \cdot t_{12} + r_{21} E_2^- \end{cases} \quad (63)$$

解 (62) 则得矩阵表达式

$$\begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{12}} e^{-i\delta_1} & -\frac{r_{21}}{t_{12}} e^{-i\delta_1} \\ \frac{r_{12}}{t_{12}} e^{i\delta_1} & \left(t_{21} - \frac{r_{12} \cdot r_{21}}{t_{12}} \right) e^{i\delta_1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{bmatrix} \quad (64)$$

依次类推则得到薄膜的递推表达式

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{01}} & -\frac{r_{10}}{t_{01}} \\ \frac{r_{01}}{t_{01}} & \left[t_{10} - \frac{r_{10} \cdot r_{01}}{t_{01}} \right] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{12}} e^{-i\delta_1} & -\frac{r_{21}}{t_{12}} e^{-i\delta_1} \\ \frac{r_{12}}{t_{12}} e^{i\delta_1} & \left(t_{21} - \frac{r_{12} \cdot r_{21}}{t_{12}} \right) e^{i\delta_1} \end{bmatrix} \times \dots \times \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{j,j+1}} e^{-i\delta_j} & -\frac{r_{j+1,j}}{t_{j,j+1}} e^{-i\delta_j} \\ \frac{r_{j,j+1}}{t_{j,j+1}} e^{i\delta_j} & \left[t_{j+1,j} - \frac{r_{j,j+1} \cdot r_{j+1,j}}{t_{j,j+1}} \right] e^{i\delta_j} \end{bmatrix} \times \dots \begin{bmatrix} E_{m+1}^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (65)$$

在不考虑薄膜的散射时, 方程 (65) 化简为普通的形式

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = \frac{1}{\prod_{j=1}^m t_j} \begin{bmatrix} 1 & r_0 \\ r_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{-i\delta_1} & r_1 e^{-i\delta_1} \\ r_1 e^{i\delta_1} & e^{i\delta_1} \end{bmatrix} \times \dots \begin{bmatrix} e^{-i\delta_j} & r_j e^{-i\delta_j} \\ r_j e^{i\delta_j} & e^{i\delta_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{m+1}^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

考虑到膜层厚度随机起伏的性质, 方程 (65) 中的 $e^{i\delta_j}$ 和 $e^{-i\delta_j}$ 必须为 $\langle e^{i\delta_j} \rangle$ 和 $\langle e^{-i\delta_j} \rangle$ 所代替。

对方程 (57)、(58) 求平均, 则

$$\langle e^{i\delta_j} \rangle = e^{\left[\frac{2\pi}{\lambda} (\eta_{ks} + \text{ISV}) d_0 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} \sigma \right)^2 \right]} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} d_0} \quad (67)$$

$$\langle e^{-i\delta_j} \rangle = e^{\left[-\frac{2\pi}{\lambda} (\eta_{ks} + \text{ISV}) d_0 + \left(\frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} \sigma \right)^2 \right]} \times e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} d_0} \quad (68)$$

$$\text{令 } \frac{2\pi}{\lambda} [(\eta_{ks} + \text{ISV}) d_0 - \frac{2\pi}{\lambda} (\eta_{ns} \sigma)^2] = \delta_{11}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \eta_{ns} d_0 = \delta_{22}$$

则

$$\langle e^{i\delta_j} \rangle = e^{\delta_{22}} (\cos \delta_{22} + i \sin \delta_{22}) \quad (69)$$

$$\langle e^{-i\delta_j} \rangle = e^{-\delta_{22}} (\cos \delta_{22} - i \sin \delta_{22}) \quad (70)$$

考虑到以上结果, 第 j 个界面的费涅尔系数矩阵表示为

$$[a_j] = \begin{bmatrix} (a_{j1} - i a_{j2}) e^{\delta_{22}} & (b_{j1} + i b_{j2}) e^{\delta_{22}} \\ (c_{j1} + i c_{j2}) e^{-\delta_{22}} & (d_{j1} + i d_{j2}) e^{-\delta_{22}} \end{bmatrix}$$

(65) 变为如下形式

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_1 + i a_2) & (b_1 + i b_2) \\ (c_1 + i c_2) & (d_1 + i d_2) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{m+1}^+ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (71)$$

按照一般定义, 整个膜系的反射系数

$$r_a = r_{a_1} + i r_{a_2} = \frac{E_0^-}{E_0^+}$$

则

$$r_{a_1} = \frac{(c_1 a_1 + c_2 a_2)}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (72)$$

$$r_{a_2} = \frac{(c_2 a_1 - c_1 a_2)}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (73)$$

透射系数

$$t_a = t_{a_1} + i t_{a_2} = \frac{E_{m+1}^+}{E_0^+}$$

$$t_{a_1} = \frac{a_1}{a_1^2 + a_2^2} \quad (74)$$

$$t_{a_2} = \frac{-a_2}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (75)$$

$$R = |r_{a_1}|^2 + |r_{a_2}|^2 \quad (76)$$

$$T = |t_{a_1}|^2 + |t_{a_2}|^2 \quad (77)$$

七、光在光学薄膜内部的分布和薄膜损耗的计算

由公式 (76)、(77) 计算出带有各种损耗的多层膜的反射率和透过率之后, 可以很容易求得薄膜的总损耗。但是不能给出各种损耗因素对总损耗的贡献和他们之间的影响。为了对薄膜损耗进行分析, 必须在考虑到各种损耗因素同时作用的情况下, 求出各个因素各自的贡献。

由多层薄膜的矩阵表达式 (65) 我们可以

反推回多层膜内部的场分布

$$\begin{bmatrix} E_j^+ \\ E_j^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1j} + i a_{2j} & b_{1j} + i b_{2j} \\ c_{1j} + i c_{1j} & d_{1j} + i d_{2j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j+1}^+ \\ E_{j+1}^- \end{bmatrix} \quad (78)$$

令

$$E_j^+ = E_{1j}^+ + i E_{1j}^-, \quad E_j^- = E_{1j}^- + i E_{1j}^+$$

$$E_{j+1}^+ = E_{1,j+1}^+ + i E_{2,j+1}^+,$$

$$E_{j+1}^- = E_{1,j+1}^- + i E_{2,j+1}^-$$

则

$$E_{1j}^+ = a_{1j} E_{1,j+1}^+ + b_{1j} E_{1,j+1}^- - a_{2j} E_{2,j+1}^+ - b_{2j} E_{2,j+1}^- \quad (79)$$

$$E_{2j}^+ = a_{1j} E_{2,j+1}^+ + a_{2j} E_{1,j+1}^+ + b_{1j} E_{2,j+1}^- + b_{2j} E_{1,j+1}^- \quad (80)$$

$$E_{1j}^- = c_{1j} E_{1,j+1}^+ + d_{1j} E_{1,j+1}^- - c_{2j} E_{2,j+1}^+ - d_{2j} E_{2,j+1}^- \quad (81)$$

$$E_{2j}^- = c_{1j} E_{2,j+1}^+ + C_{2j} E_{1,j+1}^+ + d_{1j} E_{2,j+1}^- + d_{2j} E_{1,j+1}^- \quad (82)$$

这样, 当第 $j+1$ 层膜内的正向场和反向场确定之后, 便可求出第 j 层膜的场强分布

$$E_j = E_j^+ e^{-i\delta_j} + E_j^- e^{i\delta_j}$$

$$I_j \propto |E_j|^2 = |E_j^+|^2 + |E_j^-|^2 + 2 |E_j^+| |E_j^-| \cos(2\delta_j) \quad (83)$$

$I_j = n_j |E_j|^2$ 表示第 j 层膜内的光强分布。至此我们解决了表面粗糙, 膜层有吸收并且填充密度不等于 1 的多层介质膜在特征方向上的全部计算问题。为了估计薄膜的损耗和吸收、散射等各个因素对损耗的贡献, 可以采用两种方法, 一是直接求薄膜的吸收和散射; 二是与理想的薄膜相比较来获得。本文的主要结果是用后面的方法得到的, 前面的方法比较复杂, 我们准备在其他文章中进行讨论, 这里就不更多地叙述了。

八、计算结果

我们对 11 层 ZnS/MgF₂ 反射膜和 21 层 TiO₂/SiO₂ 反射膜进行了模拟计算。四种材料所形成的薄膜参数由表 1 给出。图 2~图 5 给出计算结果。

由计算结果可以看出, 对一般介质膜来

说，薄膜的损耗主要来自表面散射。在长波处体散射比较小，随着波长的短移，体散射迅速增加。除此之外，薄膜的损耗还有如下几个特点：

(1) 由于薄膜的散射损耗随波长的短移而增加，所以对一般反射膜来讲，波长越短，

表 1

薄膜材料	n	k	p	$L(\text{Å})$	$\sigma(\text{Å})$	$TT(\text{Å})$
ZnS	2.3	1×10^{-4}	0.95	300	10	500
MgF ₂	1.38	1×10^{-5}	0.9	300	10	500
TiO ₂	2.3	1×10^{-4}	0.9	600	10	500
SiO ₂	1.46	1×10^{-5}	0.95	200	5	100

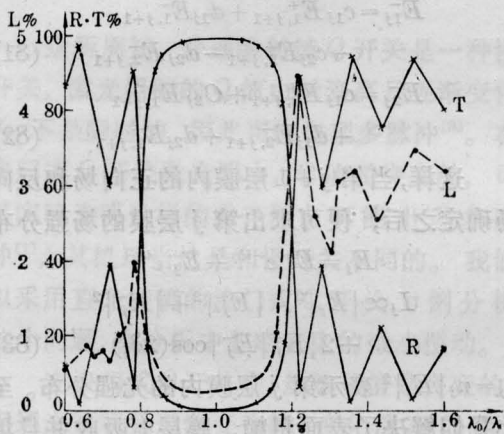


图2 同时考虑吸收、表面散射和体散射的情况下，11层ZnS/MgF₂反射膜的反射率、透过率和吸收率

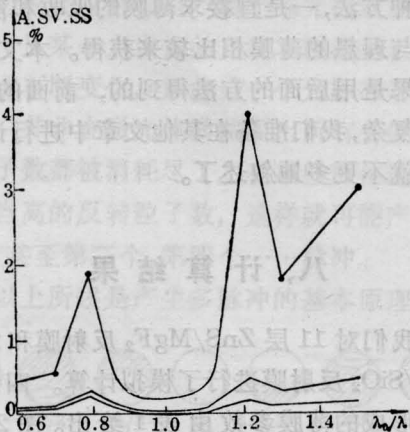


图3 11层ZnS/MgF₂反射膜的吸收(下)、表面散射(上)和体散射(中)损耗计算曲线(分别考虑)

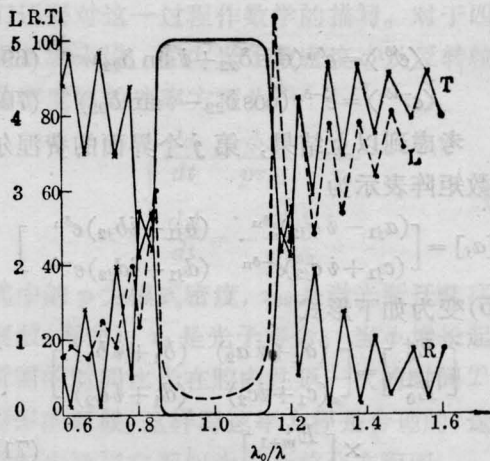


图4 同时考虑吸收、表面散射和体散射的情况下，21层TiO₂/SiO₂反射膜的反射率、透过率和损耗率的计算结果

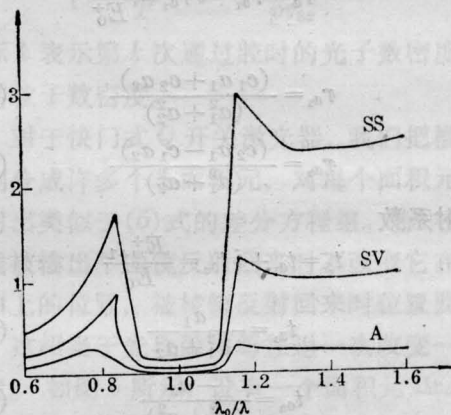


图5 21层TiO₂/SiO₂反射膜的吸收、表面散射和体散射损耗计算曲线(分别考虑)

可能达到的最大反射率越低。

(2) 由于薄膜场分布的影响，一般介质膜截止带内的光损耗远低于通带内的光损耗。例如，对TiO₂/SiO₂反射膜，中心波长处的损耗约为0.2%，而在通带区内最大损耗却在5%以上。

(3) 在通带区内，薄膜损耗的极大值，一般在透过峰附近，而在靠近截止带的第一个透过峰则往往对应最大的薄膜损耗。所以在制备带通滤光片、截止滤光片和薄膜偏振片时，比之一般反射膜对薄膜的粗糙度和吸收系数有更高的要求。

(4) 同时考虑表面散射、体散射和光吸收时计算的薄膜总损耗低于分别考虑三种因素时所得到的损耗之和。这主要有两个原因,其一,几种因素同时考虑,场在薄膜内的大小分布与只考虑单一因素时不同。一般来讲,一种因素对另一种因素的作用起抑制作用;其二,在考虑计算模型时,表面粗糙度引起的位相起伏与吸收和体散射的作用相反,计算结果是自然的。

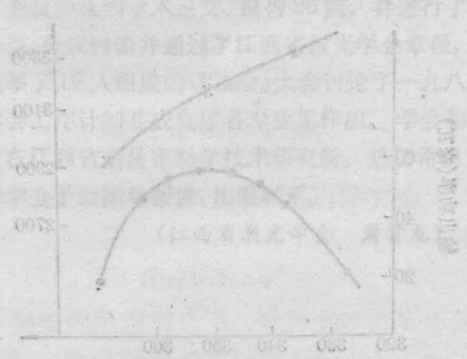
以上给出的结果仅是在假定条件下的模拟结果,对我们的模型正确性的进一步验证,需要对薄膜的微观物理量和薄膜的光学性质做精密测量。同时就工作本身来说,对三种损耗因素同时存在的条件下,薄膜内部的动力学过程和它们相互之间的作用也还缺乏精确的分析。这一些都要求我们今后要做更深入更细致的工作。

参 考 文 献

[1] Розенберг Г. В.; Оптика тонкоослойных покрытий М. ФМ 1958.
 [2] R. A. Hoffman; *Appl. Opt.*, 1973, **13**, No. 5, 1405.

[3] A. Temhle; *Appl. Phys. Lett.*, 1979, **34**, No. 6, 677~679.
 [4] Von de Hulst, H. C.; *Light Scattering by Small Particles*, N. Y. John Wiley and Sons, 1957.
 [5] P. Beckmann, A. Spizzichizo; *The Scattering of Electromagnetic Wave From Rough Surface*, London Pergamon, 1963.
 [6] K. H. Guenther *et al.*; *Thin Solid Films*, 1976, **34**, 363~367.
 [7] J. M. Eastman; *Optical Coatings Applications and Utilization*, Palos Verdes Estates, 1975, p43.
 [8] J. M. Eastman; *Physics of Thin Films*, 1978, **10**, 167.
 [9] C. K. Carniglia; *Optical Engineering*, 1979, **18**, No. 2, 104.
 [10] J. Ebert *et al.*; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 6, 818.
 [11] J. M. Elson; *App. Opt.*, 1977, **16**, No. 11, 2872.
 [12] J. M. Elson; *JOSA*, 1979, **69**, No. 1, 48.
 [13] J. M. Elson *et al.*; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 5, 669.
 [14] O. Arnorn; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 8, 2147.
 [15] H. E. Bennett, D. K. Barge; *JOSA*, 1980, **70**, No. 3, 268.
 [16] P. Debye *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1957, **28**, No. 6, 678.
 [17] P. Debye, A. M. Bueche; *J. Appl. Phys.*, 1949, **20**, No. 6, 518.

图 1 透射率 T 随入射角 θ 变化的曲线



(C) 透射率 T