对快门 Q 开关调 Q 的分析

朱 振 和

（中国科学院物理研究所）

提要：已证实快门式 Q 开关必须采用两倍或四倍加速装置，腔内光束有一微小摆动。解释了产生多脉冲的机理。用计算机进行了典型情况下的计算。证明快门式 Q 开关的性能可以得到改进，方法是在有一定折射率的气体的封闭室内放置棱镜。

Analysis on Q-switching by a shutter Q-switch

Zhu Zhenhe

(Institute of Physics, Academia Sinica)

Abstract: It is proved that the employment of two-fold or four-fold speed-up device is necessary for a shutter Q-switch and there is a slight flicker of the laser beam in the cavity. The mechanism of multi-pul ses generation is explained. The numerical calculation for typical cases is completed with a computer. It is proved that the performance of the shutter Q-switch will be improved by placing the prism in a closed cell with gas of suitable refractive index.

在文献[1]和文献[2]中描述了快门 Q 开关调 Q 的基本原理及其优点，然而有些问题尚未阐述清楚，本文将对这些问题作分析。

一、加速装置的必要性及光束的微小摆动

在文献[1]中给出开关时间 τ 的表达式为：

$$\tau=d/4\pi nL \tag{1}$$

式中 d 为通光孔径，L 为转镜到固定棱镜的距离，n（转/秒）为转镜的等效转速。此式只适用于采用二倍加速或四倍加速装置的快门式 Q 开关。如果不采用加速装置（图 1(*a*)），那么开关时间 τ 与棱镜转动中心的位置有关。如果转动中心在棱镜表面（图 1(*b*)），则开关时间 τ 为：

$$\tau_1=d/4\pi n\frac{h}{n_1} \tag{2}$$

式中 h 为棱镜高度，n_1 为棱镜材料的折射率。如果转动中心在棱镜中心（图 1(*c*)），则 τ 为：

$$\tau_2=d/4\pi n\left(\frac{h}{n_1}-\frac{h}{2}\right) \tag{3}$$

将(2)或(3)式与(1)式比较，由于 h 比 L 小一、两个数量级，因此 τ 就要增大两个数量级左右，所以不采用加速装置的快门式 Q 开关是无法正常工作的。

在采用了加速装置以后，严格说来光束

收稿日期：1980 年 6 月 11 日。

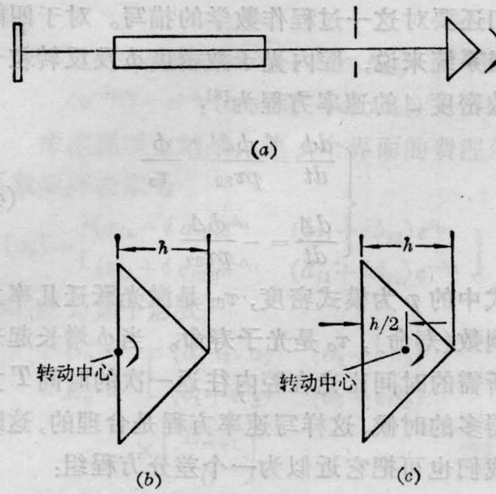


图 1

(a) 不采用加速装置的快门式 Q 开关激光器示意图;
(b) 转动中心在棱镜表面; (c) 转动中心在棱镜中心

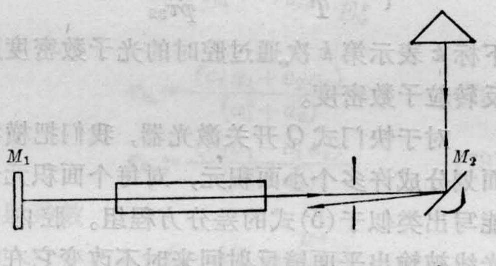


图 2 采用二倍加速装置的快门式 Q 开关激光器示意图

不是沿原方向反射回来的，我们以采用二倍加速装置的激光器(图 2)为例来说明这个问题。沿某一方向向右传播的光线被转镜 M_2 反射，然后被棱镜反射回来，光线再次到达 M_2 时，M_2 已经转过了一个小角度，所以光线被 M_2 反射而向左传播时就不再沿着原来的方向了。既然如此，快门式 Q 开关能否很好地工作呢？我们必须仔细考察光线在腔内是怎样来回反射的。如图 3 所示，在光线从 M_2 镜到固定棱镜往返一次的时间内 M_2 镜偏转了 $\Delta\theta_1$ 角，因此光线从 M_2 镜反射回去时偏转了 $2\Delta\theta_1$ 角(图 3(b))。光线被另一端的 M_1 镜反射回来时偏转角变为 $-2\Delta\theta_1$ (图 3(c))。光线再到达 M_2 时，M_2 偏转了 $\Delta\theta_1+\Delta\theta_2$ 角。光线再从棱镜反射回来时，M_2 偏转了 $2\Delta\theta_1+\Delta\theta_2$ 角(图 3(d))，这时光线就沿

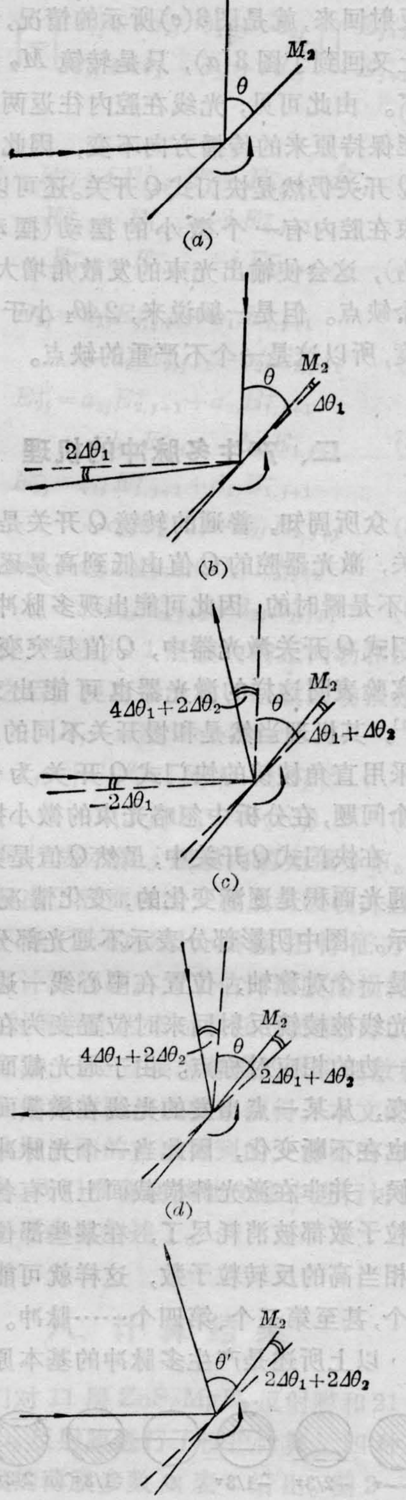


图 3 光线在腔内来回反射的情况

着原来的方向反射回去了。光线再次被 M_1 镜反射回来，就是图3(e)所示的情况，这时实际上又回到了图3(a)，只是转镜 M_2 的位置变了。由此可见，光线在腔内往返两次以后仍能保持原来的传播方向不变，因此这样一个Q开关仍然是快门式Q开关。还可以知道，光束在腔内有一个微小的摆动(摆动角为 $2\Delta\theta_1$)，这会使输出光束的发散角增大，这是一个缺点。但是一般说来，$2\Delta\theta_1$ 小于0.1毫弧度，所以这是一个不严重的缺点。

二、产生多脉冲的机理

众所周知，普通的转镜Q开关是一种慢开关，激光器腔的Q值由低到高是逐渐变化的，不是瞬时的，因此可能出现多脉冲[3]。在快门式Q开关激光器中，Q值是突变的，可是实验表明这样的激光器也可能出现多脉冲[1]，其机理当然是和慢开关不同的。我们以采用直角棱镜的快门式Q开关为例分析这个问题，在分析中忽略光束的微小摆动。

在快门式Q开关中，虽然Q值是突变的，但通光面积是逐渐变化的，变化情况如图4所示。图中阴影部分表示不通光部分，中心线是一个对称轴，位置在中心线一边某一点的光线被棱镜反射回来时位置变为在中心线另一边的相应对称点。由于通光截面在不断改变，从某一点出发的光线在横截面上的位置也在不断变化，因此当一个光脉冲形成的时候，并非在激光棒横截面上所有各处的反转粒子数都被消耗尽了，在某些部位还保持着相当高的反转粒子数，这样就可能产生第二个，甚至第三个、第四个……脉冲。

以上所述是产生多脉冲的基本原理，我

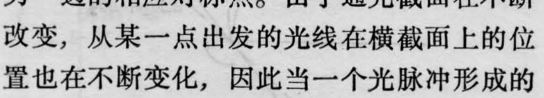


图4　不同时刻的通光截面
(阴影部分表示不通光部分)

们还要对这一过程作数学的描写。对于四能级系统来说，腔内光子数密度 ϕ 及反转粒子数密度 Δ 的速率方程为[3]：

$$\begin{cases} \dfrac{d\phi}{dt}=\dfrac{\phi\Delta}{p\tau_{32}}-\dfrac{\phi}{\tau_c} \\ \dfrac{d\Delta}{dt}=-\dfrac{\phi\Delta}{p\tau_{32}} \end{cases} \tag{4}$$

式中的 p 为模式密度，τ_{32} 是激光跃迁几率之倒数(寿命)，τ_c 是光子寿命。当 ϕ 增长起来所需的时间比光在腔内往返一次的时间 T 大得多的时候，这样写速率方程是合理的，这时我们也可把它近似为一个差分方程组：

$$\begin{cases} \dfrac{\phi_{k+1}-\phi_k}{T}=\dfrac{\phi_k\Delta_k}{p\tau_{32}}-\dfrac{\phi_k}{\tau_c} \\ \dfrac{\Delta_{k+1}-\Delta_k}{T}=-\dfrac{\phi_k\Delta_k}{p\tau_{32}} \end{cases} \tag{5}$$

下标 k 表示第 k 次通过腔时的光子数密度及反转粒子数密度。

对于快门式Q开关激光器，我们把横截面划分成许多个小面积元，对每个面积元也能写出类似于(5)式的差分方程组。腔内的光线被输出平面镜反射回来时不改变它在横截面上的位置，被棱镜反射回来时位置要改变，这相当于光在腔内每往返一次改变一次位置。如图5所示，设有一个面积元 $\Delta x\Delta y$，它的坐标是 (x, y)，该面积元中的光束在腔内往返一次以后位置变为 (x, y')。设在该时

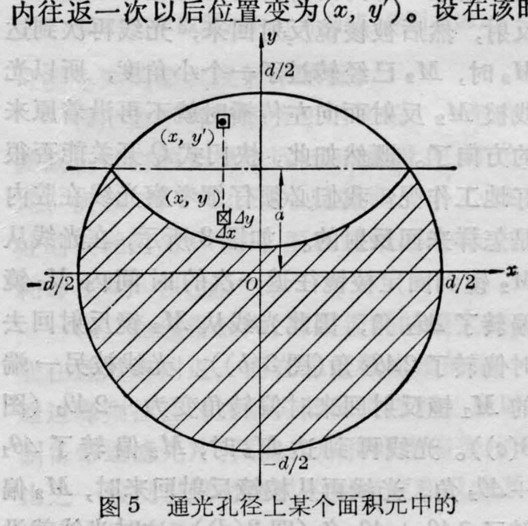


图5　通光孔径上某个面积元中的光束位置变化的示意图

刻的对称中心线表达式为 $y=a$，则

$$y'=2a-y \tag{6}$$

取中心线通过原点的时刻为 $t=0$，并规定这次通过腔的 $k=0$，则中心线位置随时间而移动的规律为:

$$a=\frac{d}{2}\cdot\frac{t}{\tau}=\frac{d}{2}\cdot\frac{kT}{\tau} \tag{7}$$

代入(6)式，得到:

$$y'=k\cdot\frac{T}{\tau}d-y \tag{8}$$

我们写出对各个面积元的差分方程组:

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\phi_{k+1}(x,\ y')-\phi_k(x,\ y)}{T}\\&\quad=\frac{\phi_k(x,\ y)\Delta_k(x,\ y)}{p\tau_{32}}-\frac{\phi_k(x,\ y)}{\tau_c}\\&\frac{\Delta_{k+1}(x,\ y)-\Delta_k(x,\ y)}{T}\\&\quad=-\frac{\phi_k(x,\ y)\Delta_k(x,\ y)}{p\tau_{32}}\end{aligned}\right. \tag{9}$$

$$\Big(-\frac{d}{2}\leqslant x\leqslant\frac{d}{2},\quad -\frac{d}{2}\leqslant y\leqslant\frac{d}{2},$$
$$-\frac{d}{2}\leqslant y'\leqslant\frac{d}{2},\quad x^2+y^2\leqslant\left(\frac{d}{2}\right)^2,$$
$$x^2+y'^2\leqslant\left(\frac{d}{2}\right)^2\Big)$$

y' 和 y 的关系由(8)式给出。对这样的方程求解析解是很困难的，我们用计算机来求它的数值解。

设反转粒子数阈值为 Δ_{th}，很容易推导出:

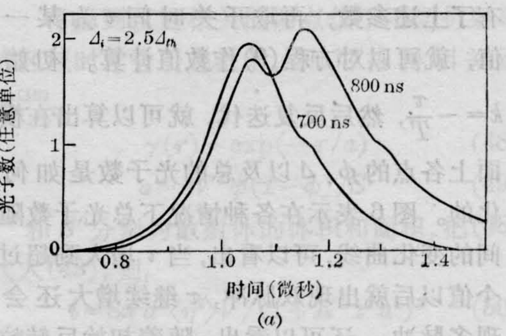
$$\Delta_{th}=p\tau_{32}/\tau_c \tag{10}$$

假定在通光孔径内各处的初始反转粒子数都是 Δ_i[注]，Δ_i 取为 $2.5\Delta_{th}$，$3\Delta_{th}$，$4\Delta_{th}$ 等等。再取 $T=10^{-8}$ 秒，$\tau_c=5\times10^{-8}$ 秒。根据开关未打开时的光子数平衡方程来估计初始光子密度 ϕ_i[3]，

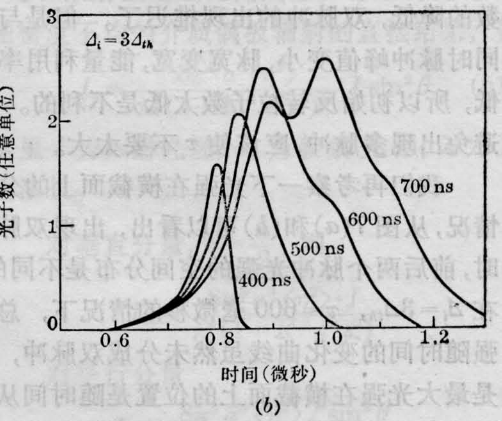
$$-\frac{\phi_i}{\tau_H}+\frac{\phi_i\Delta_i}{p\tau_{32}}+\frac{\Delta_i}{\tau_{32}}\cdot\frac{\Omega}{4\pi}=0 \tag{11}$$

式中 τ_H 为高损耗状态下的光子寿命，$\tau_H\approx10^{-8}$ 秒，Ω 为腔端面所张的立体角，$\frac{\Omega}{4\pi}\approx2\times10^{-6}$，$\tau_{32}\approx0.7\times10^{-3}$ 秒，可以得出:

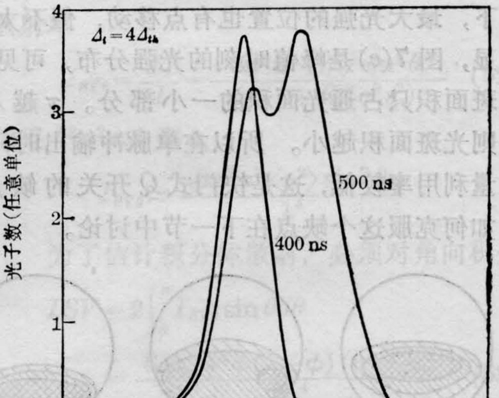
$$\phi_i\approx5\times10^{-11}\Delta_i \tag{12}$$



(a)



(b)



(c)

图6　光子数随时间变化的曲线

(a) $\Delta_i=2.5\Delta_{th}$；(b) $\Delta_i=3\Delta_{th}$；(c) $\Delta_i=4\Delta_{th}$。曲线上标出的是开关时间 τ。三张图的光子数单位是相同的

[注] 实际情况可能不是如此，但是如果在激光器腔内加光阑，使通光孔径 d 小于激光棒直径 D，那么令 Δ_i 处处相等能够大致符合实际情况。

有了上述参数，再取开关时间 τ 为某一数值，就可以对方程(9)作数值计算。初始的 $k=-\frac{\tau}{T}$，然后反复迭代，就可以算出在横截面上各点的 ϕ、Δ 以及总的光子数是如何变化的。图6表示在各种情况下总光子数随时间的变化曲线，可以看出，当 τ 增大到超过某个值以后就出现双脉冲，τ 继续增大还会出现多脉冲。还可以看出，随着初始反转粒子数的降低，双脉冲的出现推迟了。但是与此同时脉冲峰值变小，脉宽变宽，能量利用率降低，所以初始反转粒子数太低是不利的。为避免出现多脉冲，应该使 τ 不要太大。

我们再考察一下光强在横截面上的分布情况，从图7(a)和(b)可以看出，出现双脉冲时，前后两个脉冲光强的空间分布是不同的。在 $\Delta_i=3\Delta_{th}$，$\tau=600$ 毫微秒的情况下，总光强随时间的变化曲线虽然未分成双脉冲，但是最大光强在横截面上的位置是随时间从中间向两边移动的。在 $\tau=500$ 毫微秒的情况下，最大光强的位置也有点移动，但不太明显，图7(c)是峰值时刻的光强分布，可见光斑面积只占通光面积的一小部分。τ 越小，则光斑面积越小。所以在单脉冲输出时，能量利用率较低，这是快门式 Q 开关的缺点。如何克服这个缺点在下一节中讨论。

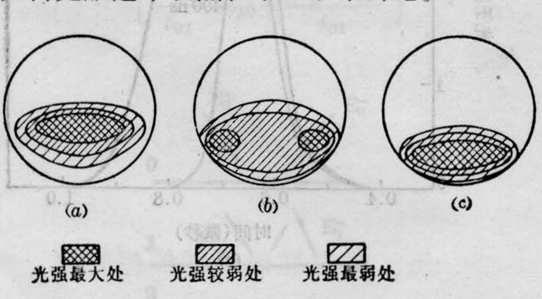


图7 光强分布示意图

(a) $\Delta_i=3\Delta_{th}$，$\tau=700$ 毫微秒，第一个脉冲峰的时刻；
(b) $\Delta_i=3\Delta_{th}$，$\tau=700$ 毫微秒，第二个峰的时刻；
(c) $\Delta_i=3\Delta_{th}$，$\tau=500$ 毫微秒，峰值时刻

图8表示在前后两个脉冲的最大光强点周围的反转粒子数随时间变化的曲线，两条曲线分别与光子数曲线上的两个峰相对应。

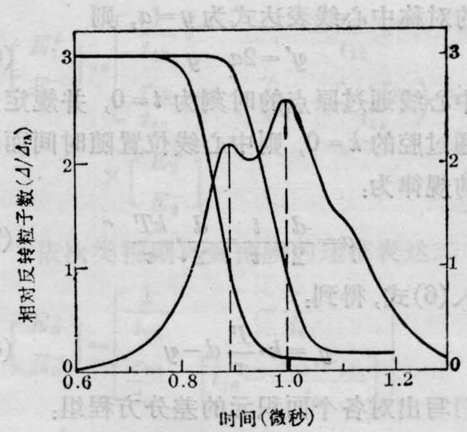


图8 两个不同位置(相应于两个脉冲的最大光强位置)上反转粒子数随时间变化的曲线

$\Delta_i=3\Delta_{th}$，$\tau=700$ 毫微秒

这个图正说明了本节开始时所述的多脉冲形成机理。

三、快门式 Q 开关的改进

在文献[2]中已说明了将直角棱镜装在充有合适的气体的小盒子中能改进快门式 Q 开关，现在对作了改进的情况进行计算。设全反射的临界角为 $\bar{\theta}_i$，则

$$\sin\bar{\theta}_i=n_{12}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{1}{n_{21}} \tag{13}$$

其中 n_1 为棱镜材料的折射率，n_2 为气体的折射率。设入射角偏离临界角一个小角度 $\delta\theta$，就有一部分光透射过去，我们有：

$$\theta_i=\bar{\theta}_i-\delta\theta \tag{14}$$

$$\theta_t=\frac{\pi}{2}-\delta\theta' \tag{15}$$

当 $\delta\theta$ 很小时，可导出如下近似式：

$$\delta\theta'\approx\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{n_{21}^2-1}\cdot\delta\theta \tag{16}$$

假定入射光是平行偏振的，则反射率为[4]：

$$R_{\parallel}=\frac{\tan^2(\theta_i-\theta_t)}{\tan^2(\theta_i+\theta_t)} \tag{17}$$

(17)式对 $\delta\theta'$ 作级数展开可导出以下近似公式：

$$R_{\parallel}\approx 1-\frac{4n_{21}^2}{\sqrt{n_{21}^2-1}}\delta\theta'+\frac{8n_{21}^4}{n_{21}^2-1}(\delta\theta')^2$$
$$\approx 1-\frac{4n_{21}^2}{\sqrt[4]{n_{21}^2-1}}\sqrt{2\delta\theta}+\frac{16n_{21}^4}{\sqrt{n_{21}^2-1}}\delta\theta \tag{18}$$

由于 $\overline{\theta}_i$ 很接近于 $\frac{\pi}{4}$，所以(18)式又可近似为：

$$R_{\parallel}\approx 1-8\sqrt{2\delta\theta}+64\delta\theta \tag{19}$$

我们仍取上一节中给出的参数，取 $\varDelta_i=3\varDelta_{th}$，$\tau$ 取作 1000 毫微秒。假定在 $t=\pm\tau$ 时刻，入射角为 $\theta_i=\frac{\pi}{4}-0.006$ 弧度，临界角取作 $\overline{\theta}_i=\frac{\pi}{4}-0.003$ 弧度($\approx 44°50'$)。于是在 $-\frac{1}{2}\tau\leqslant t\leqslant\frac{1}{2}\tau$ 这段时间内发生全反射，(9)式中的 $\tau_c=5\times10^{-8}$ 秒。在这段时间以外，τ_c 是变化的，我们有公式[3]：

$$\frac{\tau_c}{T}=\frac{1}{\sigma_D+\ln\frac{1}{R_1R_2}}$$
$$=\frac{1}{\sigma_D-\ln R_1-\ln R_2} \tag{20}$$

其中 R_1、R_2 是两端镜子的反射率，σ_D 是损耗系数。全反射时 $\tau_c=5\times10^{-8}$ 秒，因此 $\sigma_D-\ln R_1=0.2$，R_2 由(19)式给出，所以

$$\frac{T}{\tau_c}=0.2-\ln(1-8\sqrt{2\delta\theta}+64\delta\theta) \tag{21}$$

$$\delta\theta=\begin{cases}0.006\left(-\frac{1}{2}\tau-t\right) & \left(t<-\frac{1}{2}\tau\right)\\ 0.006\left(t-\frac{1}{2}\tau\right) & \left(t>\frac{1}{2}\tau\right)\end{cases} \tag{22}$$

知道了 τ_c 的变化规律，我们就可以对(9)式作数值计算，结果如图 9 和图 10 所示。图 9 是总光子数随时间的变化曲线，在图中也画出了对于未改进的 Q 开关的曲线，以便比较。可以看出，在改进以前是多脉冲输出，改进以后为单脉冲输出。图 10 是光强在横截面上的分布图，可见光斑面积占了通光面积的大部分，与未改进时单脉冲输出情况下的图 7(c)相比，光斑面积大了很多。如果使 τ 比 1000 毫微秒稍大一些，而发生全反射的

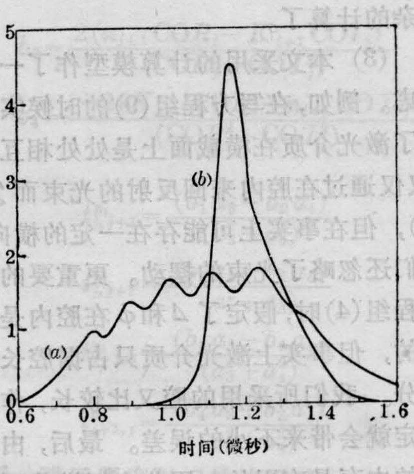


图 9 光子数随时间变化的曲线

$\varDelta_i=3\varDelta_{th}$，$\tau=1000$ 毫微秒。曲线(a)为未加改进的情况，曲线(b)为改进以后的情况

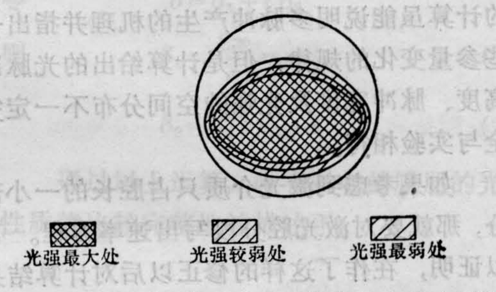


图 10 对 Q 开关作改进以后的光强分布示意图

$\varDelta_i=3\varDelta_{th}$，$\tau=1000$ 毫微秒

时间仍保持在 -500 毫微秒 $\leqslant t\leqslant 500$ 毫微秒这段时间内，那么算出的结果将更好一些。所以快门式 Q 开关在改进以后能量利用率大大提高，输出峰功率也增加了，基本上克服了上一节中所说的缺点。

四、讨论

(1) 如果改变各参数的值，计算结果的具体数值会有所不同，但变化趋势还是一样的。

(2) 如果考虑光束的摆动，这种摆动产生的影响是与激光棒在腔内的位置有关的，这时需要对激光腔分段写出速率方程，计算变得非常复杂。由于摆动是很小的，因此可以猜测摆动的影响不会很大，所以不作这种

复杂的计算了。

(3) 本文采用的计算模型作了一些近似考虑。例如,在写方程组(9)的时候实际上假定了激光介质在横截面上是处处相互独立的(仅仅通过在腔内来回反射的光束而发生联系),但在事实上可能存在一定的横向关联。我们还忽略了光束的摆动。更重要的是在写方程组(4)时,假定了Δ和ϕ在腔内是均匀分布的,但事实上激光介质只占据腔长的一小部分。我们所采用的腔又比较长,作这样的假定就会带来不小的误差。最后,由于计算机的内存是有限的,因此在把横截面分成小面积元时不可能分得非常细,这样在某些情况下会产生计算误差。由于上述原因,我们的计算虽能说明多脉冲产生的机理并指出一些参量变化的规律,但是计算给出的光脉冲高度、脉冲宽度及光强的空间分布不一定完全与实验相符。

如果考虑到激光介质只占腔长的一小部分,那就要对激光腔分段写出速率方程。可以证明,在作了这样的修正以后对计算结果的主要影响是使反转粒子数密度Δ下降得更快。在图6中,在出现双脉冲或多脉冲时,第二个脉冲大于第一个脉冲,这是因为在出现第一个脉冲时横截面上大部分区域的反转粒子数没有耗尽。如果在作了上述修正以后再计算的话,由于Δ下降得更快,在形成第一个脉冲时会消耗掉更多的反转粒子数,第一个脉冲就变大了。而输出总能量在初始反转粒子数不变的条件下是不变的,第一个脉冲变大了,第二个脉冲就变小。同样道理,第三个脉冲会变得更小。这样第一个脉冲的高度可能反而比第二个脉冲大好几倍,这就与文献[1]的实验结果"第一个脉冲要比第二个脉冲大10倍左右"大体相符了。

参 考 文 献

[1] 吴瑞昆,刘 晔;《激光》, 1978, **5**, No. 4, 3.

[2] 朱振和;《激光》, 1979, **6**, No. 8, 61.

[3] "固体激光导论"编写组;"固体激光导论"(1975), 329—347.

[4] M. Born, E. Wolf; "Principles of Optics" 2nd ed. (1964), 42.