

三能级激光系统中的非平衡定态问题

李 国 平

(上海师范学院物理系)

提要: 本文首先将激光系统的能量、熵作为主要参量, 考察在有外界影响时的变化过程及耗散性质。然后引入线性唯象律并利用最小熵产生原理, 定性说明受激辐射、吸收与腔内光子数密度之间的关系, 寻求激光在与外部有熵流、能流交换下处于稳定工作态的热力学依据。

Non-equilibrium steady state in three-energy-level laser system

Li Guoping

(Department of Physics, Shanghai Teachers College)

Abstract: Taking energy and entropy as the main parameters, the changing process and dissipative properties of a laser system both with and without outside influence are considered. With the help of the principle of minimum entropy production, we introduce the phenomenological linear law to explain quantitatively the relations among the stimulated radiation, the stimulated absorption and the photon number density inside the cavity and to seek the thermodynamic criterion of the steady state of a laser under entropy and energy flux exchange with the environment.

采取各种手段把能量加入激光系统, 获得稳定的激光输出, 可以认为, 这是一个趋向平衡有序态的过程, 并且是建立在与外界有能流、熵流交换的基础之上的。此时, 整个系统所处的是与新的有序结构相联系的非平衡定态。由此, 激光的某些性质可望得到热力学的解释。

因为不失普遍性, 我们拟从三能级激光系统入手, 考察一些同样适合于多能级系统的性质。

设各能级上的工作粒子数为 N_0 、 N_1 、 N_2 , 不同能级间辐射光子数为 n_{01} 、 n_{02} 、 n_{12} , 则系统总能量:

$$E = \sum_{i=0}^2 N_i \varepsilon_i + \sum_{ij} n_{ji} (\varepsilon_j - \varepsilon_i) \quad (i, j=0, 1, 2)$$

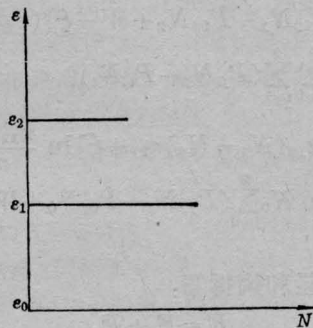


图 1

认为工作粒子与光子分别服从 Maxwell 分布和 Bose 分布, 系统熵:

$$S = -k \sum_{i=0}^2 N_i \ln N_i + k \sum_{ji} [(n_{ji} + 1) \ln (n_{ji} + 1) - n_{ji} \ln n_{ji}]$$

收稿日期: 1980年11月17日。

上述两个主要参量的时变率:

$$\begin{aligned}\dot{E} &= \sum_{i=0}^2 \dot{N}_i \varepsilon_i + \sum_{i,j=0}^2 \dot{n}_{ij} (\varepsilon_j - \varepsilon_i) \\ &= \sum_{i=0}^2 \dot{N}_i \varepsilon_i + \dot{n}_{21} (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \\ \dot{S} &= -k \sum_{i=0}^2 \dot{N}_i \ln N_i + k \dot{n}_{21} \ln \frac{n_{21} + 1}{n_{21}}\end{aligned}$$

我们写出三能级系统的速率方程

$$\begin{aligned}\because \dot{N}_i &= \sum_j (P_{ji} N_j - p_{ij} N_i) \\ \therefore \dot{N}_0 &= \sum_j (P_{j0} N_j - P_{0j} N_0) - W \\ \dot{N}_1 &= \sum_{j \neq 2} (P_{j1} N_j - P_{1j} N_1) \\ &\quad + (P_{21} N_2 - P_{12} N_1) \\ &\quad + a_{12} n_{12} (N_2 - N_1) \\ \dot{N}_2 &= \sum_{j \neq 1} (P_{j2} N_j - P_{2j} N_2) \\ &\quad + (P_{12} N_1 - P_{21} N_2) \\ &\quad + a_{12} n_{21} (N_1 - N_2) + W \\ \dot{n}_{21} &= a_{12} n_{21} (N_2 - N_1) - \xi\end{aligned}$$

其中, W 是泵浦抽运功率; ξ 为损耗, P_{ij} , a_{ij} 分别是自发和受激跃迁几率。将上面代入 \dot{E} 、 \dot{S} 中, 得:

$$\left. \begin{aligned}\dot{E} &= \sum_{j=0}^2 \sum_{i=1}^2 (P_{ji} N_j - P_{ij} N_i) \varepsilon_i \\ &\quad + \sum_{j=0}^2 (P_{j0} N_j - P_{0j} N_0) \varepsilon_0 - W \varepsilon_0 \\ &\quad + [P_{12} N_1 - P_{21} N_2 + W - \xi] (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \\ \dot{S} &= -k \sum_{j=0}^2 \sum_{i=1}^2 (P_{ji} N_j - P_{ij} N_i) \\ &\quad - k [a_{12} (N_1 - N_2) n_{21} + \xi] \ln \frac{n_{12} + 1}{n_{12}} \\ &\quad - k \ln N_0 \sum_{j=0}^2 (P_{j0} N_j - P_{0j} N_0 - W)\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

可以把能量和熵拆写:

$$E = E_i + E_e$$

$$S = S_i + S_e$$

$$\text{亦即: } dE = dE_i + dE_e$$

$$dS = dS_i + dS_e$$

整个系统稳定工作时: $\dot{S} = 0$, $\dot{E} = 0$ 。由 (1) 式得:

$$W = \sum_{j=0}^2 (P_{j0} N_j - P_{0j} N_0),$$

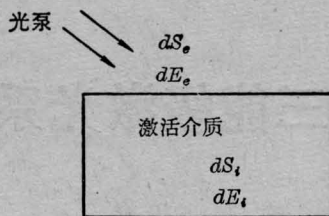


图 2

$$\xi = a_{12} n_{21} (N_2 - N_1).$$

一般 $P_{j0} \approx P_{0j}$, 而粒子数反转时 $N_i \neq N_j$, 所以 $W \neq 0$, $\xi \neq 0$ 。说明激光系统是处于外界影响下达到了另外意义下的平衡, 这就是非平衡定态。

其次, 令 $\xi = 0$, $W = 0$, 从 (1) 式又得:

$$\begin{aligned}\dot{E} = \dot{E}_i &= \sum_{j=0}^2 \sum_{i=0}^2 (P_{ji} N_j - P_{ij} N_i) \varepsilon_i \\ &\quad + [P_{12} N_1 - P_{21} N_2] (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \\ &\approx (P_{12} N_1 - P_{21} N_2) (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) < 0 \\ \dot{S} = \dot{S}_i &= -k \sum_{ji} (P_{ji} N_j - P_{ij} N_i) \\ &\quad - k (a_{12} n_{21}) (N_1 - N_2) \ln \frac{n_{12} + 1}{n_{12}} \\ &\approx -k a_{12} n_{21} (N_1 - N_2) \ln \frac{n_{12} + 1}{n_{12}} > 0\end{aligned}$$

因为能变和熵变主要发生在 ε_2 、 ε_1 之间, 故略去了第一项。通常还有 $P_{ij} \approx P_{ji}$ 粒子数反转 $N_2 > N_1$, 推得 $\dot{E}_i < 0$, $\dot{S}_i > 0$, 稳定时 $dS = 0$, $dE = 0$, 故又得:

$$dE_e > 0, \quad dS_e < 0$$

这个事实进一步说明: 激光系统是从外界光泵获取能量同时向外界放出熵流来维持本身稳定态的, 这也正是一般耗散结构的特点之一。

进一步, 我们引入线性唯象律假设以及 Onsager 倒易关系, 从 $\dot{S} > 0$ 的表示式中建立一些广义的“力”“通量”, 定性研究它们之间的“干涉”效应。为简明起见, 只考虑 \dot{S} 中求和式中的一, 令

$$\dot{S} = J_i x_i + J_{21} x_{21}$$

$$\text{其中 } J_i = \dot{N}_i, \quad J_{21} = \dot{n}_{21},$$

$$\text{相应 } x_i = -k \ln N_i, \quad x_{21} = k \ln \frac{n_{21} + 1}{n_{21}},$$

线性唯象律假设

$$\begin{cases} J_i = L_{11}x_i + L_{12}x_{21} \\ J_{21} = L_{21}x_i + L_{22}x_{21} \end{cases}$$

其中 L_{ij} 为常数, 满足 Onsuger 关系 $L_{ij} = L_{ji}$ 。

我们试图这样理解: 作用于“光子流”的“力”对“粒子流”亦有作用。同样作用于“粒子流”的“力”也对“光子流”有影响, 这是激光系统内部复杂作用的体现。其实, 亦是 Einstein 受激吸收、辐射的几率中已提及的思想。

从线性唯象律中我们还能看到, 非平衡定态时, 熵产生 \dot{S}_i 最小, 其条件就是某个“流” $J_i = 0$ 或 $\frac{\partial \dot{S}_i}{\partial x_i} = 0$ 。这两个条件完全等效, 这里不作普遍证明, 只看一个例子:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{S}_i}{\partial x_{12}} &= \frac{\partial}{\partial x_{12}} [J_{12}x_{21} + x_i(L_{11}x_i + L_{12}x_{21})] \\ &= \frac{\partial}{\partial x_{12}} [L_{21}x_i x_{21} + x_i^2 L_{11} + L_{22}x_{21}^2 \\ &\quad + L_{12}x_i x_{21}] = 2L_{12}x_i + 2L_{22}x_{21} \\ &= 2J_{12} = 0 \end{aligned}$$

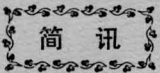
亦即 $J_{12} = 0$, 上面利用了 $L_{21} = L_{12}$ 关系。

所以说, 激光系统处在非平衡定态时具有 \dot{S}_i 取极值的性质, 而 \dot{S}_i 是正定的二次型, 故这是极小值。此外, 理论上可以证明

$$\frac{d}{dt} \dot{S}_i < 0,$$

由此我们又可看到, 激光系统达到新的有序态时还具有相对稳定性。不可逆过程始终在 \dot{S}_i 最小, 即按混乱度变化最小的形式进行。当有光泵等因素影响或出现内部涨落时 $\dot{S}_i \uparrow$, 但其内部会有一作用自动调节使 $\dot{S}_i \downarrow$, 也许这正是激光系统稳定工作的热力学依据。

综上所述, 把激光看作一个热力学耗散系统, 便能从热力学统计力学角度加以讨论。这是布鲁塞耳学派 I. Prigogien 预言过的, 并且可以相信, 激光的许多重要性质的揭示和发现, 将有赖于这方面进一步的尝试。



简 讯

四频环形激光陀螺原理样机 通过技术鉴定

由中国计量科学研究院、清华大学和苏州第一光学仪器厂联合研制的四频环形激光陀螺原理样机已于 1981 年 3 月 19 日通过技术鉴定。

激光陀螺以高精度环形激光器作为传感器, 与以往的各种机电陀螺有着根本不同的原理。它的特点是无高速转子, 系全固态结构, 因而耐冲击抗加速度性能好, 无需模数转换直接数字输出。有宽广的测量范围, 极好的线性度, 启动迅速, 成本低等, 是现代捷联式惯性导航系统的理想元件。

本样机在主要技术指标上, 达到了国内的先进水平。

漂移率均方差 σ 值:

(1), 一小时内为 0.07~0.11 度/小时 (10 秒取样);

(2), 五小时内为 0.14 度/小时 (10 秒取样)。

所研制的四频环形激光器用于精密测角时的测角重复精度: 在 36 度/秒的转速下对 0~360° 范围内每隔 36° 测角 10 次, 测量平均值的重复性优于 0.3"。

目前, 我们研制的四频环形激光陀螺仍属原理样机, 还需在结构尺寸、抗外界干扰, 有关环境试验、缩短启动时间等方面做大量的工作。

(联合研制组供稿)