科学札记

不稳定腔主模的形成过程

Abstract: The process of forming fundametal mode in an unstable resonator is disscussed in terms of geometric optics and the time expression for the process is deduced. The expression is useful in obtaining output of diffraction-limited angle for a laser of high gain and short inversion life time.

高增益短反转寿命激光器，如 N_2 分子、准分子激光器，一般都具有很大的光束发散角。原因很简单，因为它们多数工作在稳定腔状态下，甚至还采用超辐射输出，N_2 分子激光器就是如此。由于稳定腔的选择性损耗小，腔内建立起主模要经过几百次以上的往返传输。从光束发散角来说，腔的作用就是一个空间滤波器，经过多次过滤，才能选出低发散角的主模。正如[1]中计算所指出的，F-P 腔选出低次模需要经过三百次以上往返。这样在稳定腔内实现主模运转大约需要微秒量级的时间，这对反转寿命只有几个毫微秒的激活介质来说，不足以选出主模，因此输出发散角很大。

然而，正如[1]中指出的，主模建立时间和选择性损耗大小有密切关系，损耗越大建立时间就越短。我们知道，不稳定腔有很大的几何损耗，可以期望用不稳定腔能大大减小形成主模的时间。这对高增益短反转寿命激光器获得小发散角输出是很适合的。实验也证实得到了很好的结果[2,3]。

一、不稳定腔结构和参数间关系

以对称双凸腔为例来进行讨论。其结构如图1所示。镜子曲率半径为 r，间距为 d。参数间有如下关系：

$$g=1+\frac{d}{r}=\frac{m^2+1}{2m} \qquad (1)$$

$$r_0=\frac{\sqrt{g^2-1}+1-g}{2(g-1)} \qquad (2)$$

$$m=g+\sqrt{g^2-1} \qquad (3)$$

$$M=m^2 \qquad (4)$$

m 为单程放大率，M 为往返一次放大率，r_0 为无量纲的量。r_0d 是不稳定腔本征模的曲率半径。

二、不稳定腔模的形成过程

激光腔模起始于自发发射的受激放大。由任一发光中心发射的光波应为发散波型，它在双凸型不稳定腔内往返传输与放大后，仍应保持为发散的球面波。不稳定腔的结构特点决定了它建立起主模不需要几次往返就可以了。这点和稳定腔有很大的不同，也是易于实现单模工作的原因。下面推导腔模形成过程和哪些参数有关。

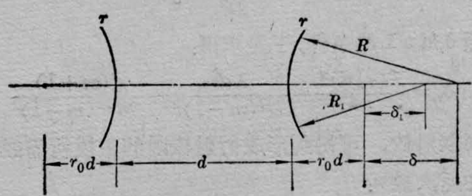

图1 双凸对称不稳定腔结构

不稳定腔本征模是球面波，自然设想它是由各种曲率半径的球面波发展而来的。曲率半径为 R，曲率中心在轴上的球面波，经过腔内一次往返产生曲率半径为 R_1 的球面波。应用成象公式：

$$R_1=\frac{AR+B}{CR+D} \qquad (5)$$

式中 A、B、C、D 为系统的矩阵元。双凸腔的矩阵为：

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2g-1 & 2gd \\ 4g(g-1)/d & 4g^2-2g-1 \end{pmatrix}$$

设球面波半径 $R_1=r_0d+\delta_1$，$R=r_0d+\delta$，而且 r_0d 满足本征方程：

$$C(r_0d)^2+(D-A)(r_0d)-B=0 \qquad (6)$$

因此，(5)式改写成：

$$r_0d+\delta_1=\frac{A(r_0d+\delta)+B}{C(r_0d+\delta)+D}$$

展开该式并利用公式(6)，可以得出：

$$\delta_1=\frac{A-C(r_0d)}{A(r_0d)+D+C\delta} \qquad (7)$$

代入矩阵元，利用(1)、(2)、(3)、(4)式，可以求得几

次往返后的 δ_n:

$$\delta_n=\frac{\delta}{M^{2n}\left[1+\sum_{n=1}^{n}M^{-2n}(m^2+1)(m-1)^2\delta/d\right]} \tag{8}$$

因为 $M>1$, 求和的等比级数是收敛的,收敛到

$$\frac{1}{M^2-1}。$$

这样(8)式可化简成:

$$\delta_n=\frac{\delta}{M^{2n}[1+\delta/d(m-1)/(m+1)]} \tag{8'}$$

δ 表示初始球面波和本征球面波的差值, δ_n 为经过 n 次往返后产生的差值。初始最大球面波的半径这样决定,对口径为 D 的镜子的张角 D/R' 等于同样口径镜子的衍射极限角 λ/D, 即

$$D/R'=\frac{\lambda}{D},$$

故而可以取 $\delta\sim R'=D^2/\lambda$。对 δ_n 也取衍射极限所允许的长度,

$$\delta_n=\frac{\lambda(r_0 d)^2}{D^2}。$$

按照 $\delta/d\gg1$ 的条件,于是求得:

$$\delta_n=\frac{\lambda(r_0d)^2}{D^2}=\frac{\lambda d^2}{D^2(m-1)^2}=\frac{d(m+1)}{M^{2n}(m-1)}$$

移项取对数, 可得到形成衍射极限的主模所需经过的往返次数 n:

$$n=\frac{\ln\left[\frac{D^2}{\lambda d}(M+1)\right]}{2\ln M}=\frac{\ln[N(M+1)]}{2\ln M} \tag{9}$$

显然,建立主模所需要的时间为:

$$t_c=\frac{2d}{c}n=\frac{d\ln[N(M+1)]}{c\ln M} \tag{10}$$

它仅是腔的费涅耳数 N 和放大率 M 的函数。为了得到主模输出,高能态粒子反转寿命 τ 要大于 t_c 值, τ 与 t_c 的差是纯主模振荡时间。

对气体激光器来说,由于介质光学质量很好,则采用共焦不稳定腔是很有利的。输出平行光束,使用很方便;能充分利用激活介质体积,效率比较高。上面的讨论很易推广到正分支共焦腔。它的矩阵元是:

$$\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/M & (M+1)d\\ 0 & M\end{pmatrix}$$

进行运算后得出:

$$\delta_n=\delta/M^{2n}。$$

同理取 $\qquad \delta=\dfrac{D^2}{\lambda}, \qquad \delta_n=\dfrac{\lambda f_1^2}{D^2},$

f_1 是凹面镜的焦距,则得到:

$$M^n=\frac{D^2}{\lambda f_1}, \quad 或 \quad n=\frac{\ln(D^2/\lambda f_1)}{\ln M} \tag{11}$$

形成主模所需时间为:

$$t_c=\frac{2d}{C}\frac{\ln(D^2/\lambda f_1)}{\ln M} \tag{12}$$

同样,形成主模时间 t_c 越小,在粒子反转时间 τ 内,主模振荡时间就越长,光束质量就越好。

对处在轴外的球面波, 利用负透镜总是成缩小象这一特点,也就是垂向放大率为 $1/M$, 距光轴最远的发光点就是激光介质口径 D, n 次往返后也靠近轴,

$$\delta_n=\frac{D}{M^n},$$

δ_n 也取衍射极限尺寸,即

$$\delta_n=\frac{\lambda f_1}{D}=\frac{D}{M^n}。$$

同样得出 $\qquad n=\dfrac{\ln(D^2/\lambda f_1)}{\ln M}。$

由上可知, 不稳定腔中形成主模所需的时间和腔长、放大倍率 M 及费涅耳数有关。合理地选择这些参数, 可以得到所要求的 t_c 值。这对高增益短反转寿命的激光器设计是很有帮助的。

以 N_2 分子激光器为例,高能态粒子的反转寿命是很短的, 以超辐射形式工作时脉宽约十几个毫微秒。采用稳定腔,按[1]中的计算形成主模需要微秒量级。当采用正分支共焦腔时, 形成主模时间大为缩短。如果取腔长为 50 厘米,则腔参数有:

$$R_1=\frac{2M}{M-1}d, \quad R_2=\frac{-2}{M-1}d, \quad M=|R_1/R_2|$$

得出 $f_1=52.5$ 厘米, 取 $D^2=2\times0.3$ 厘米^2, $\lambda=3371$ 埃, 对 $M=20$, 求出 $n\approx2$, $t_c=6\times10^{-9}$ 秒。如取 $M=100$, 求得 $n=1.3$, $t_c=4\times10^{-9}$ 秒。由于 N_2 分子激光器有很高的增益, M 取 100 是允许的, 这样在 4 毫微秒内就形成主模。在 [3] 中采用高放大倍率共焦不稳定腔,实现了衍射极限输出。显而易见, 这种方法可以推广到准分子、金属蒸气等短反转寿命的激光器中去, 获得高度空间相干的光束。这对各方面的应用有十分重要的意义。

参 考 文 献

[1] A. G. Fox, T. Li; *Bell. Syst. Tech. J.*, 1961, **40**, 453.

[2] T. T. McKee *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **30**, 278.

[3] G. C. Thqmas *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **30**, 633.

(中国科学院上海光机所 张贵芬

1980 年 8 月 7 日收稿)