

# 高功率脉冲激光时间特性的解析描述

杨涵倩 曲志敏

(上海激光技术研究所)

刘颂豪 赫光生

(中国科学院上海光机所)

**提要:** 本文推广了 Wagner 和 Lengyel 的研究<sup>[1]</sup>, 求得了高功率脉冲激光时间参量的解, 给出了脉冲建立时间的数学关系式, 并提出激活截面对脉冲建立时间、单脉冲条件和脉宽的影响。

## Analytical description of temporal characteristics for powerful laser pulses

Yang Hanchien Qu Zhimin

(Shanghai Institute of Laser Technology)

Liu Shonghao He Guangsheng

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

**Abstract:** The solution of temporal parameters for powerful laser pulses is obtained by extending Wagner and Lengyel's investigation. The expression for the forming time of pulse is given. It is presented that the forming time of pulse, single pulse condition and pulse duration are affected by the cross section of the active medium.

高功率脉冲激光的时间参量是描述激光振荡过程中各物理量在时间上变化的主要参变量<sup>[1]</sup>。其中脉冲建立时间  $T_r$  又是一个重要物理量<sup>[2,3]</sup>, 以往确定  $T_r$  时用了几种估算方法<sup>[3,4]</sup>, 而一般只是给出计算机的数值解<sup>[1,5]</sup>。近几年的文章采用了各种方法来解析描述光脉冲的建立过程<sup>[6,7]</sup>。本文采用了不同的方法, 把问题归结为时间参量的求解, 获得了更为精确的结果。本文的推导方法和结果也适用于弛豫振荡过程中单个脉冲的分析。

## 一、振荡过程时间特性的解

### 1. 时间参量的解

为了描述脉冲建立过程, 文献[1]把脉冲分成  $A$ 、 $B$  和  $C$  三个区域。在  $B$  区, 脉冲时间参量的形式解为

$$t' = \int_{z_1}^z \frac{dz}{F(z)} \quad (1)$$

被积函数为

收稿日期: 1980年5月14日。

$$F(z) = e^{-z_i} - e^{-z} + z_i - z_0 \quad (2)$$

符号说明见参考文献[1]。

上式积分初看起来不复杂,但从微积分学的角度看要求得它的原函数的解析形式是不可能的。文献[1]中采用了计算机数值解。但为了寻求各物理量之间在数学上的关系,最好能求得时间参量的近似解析解。我们首先把被积函数进行变量代换,取

$$x = -\ln \frac{n}{n_i} \quad (3)$$

于是得到  $x$  和  $z$  的关系式

$$x = z + x_p, \quad x_p = -z_i,$$

和  $x_1 = 0.01, x_2 = x_f - 0.01$ 。

变量代换后  $B$  区 ( $x_1 < x < x_2$ ) 的时间参量形式解为

$$t' = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{F(x)} \quad (4)$$

被积函数为

$$F(x) = \frac{1}{n_p} [n_i - n_p x - n_p \exp(-x + x_p)] \quad (5)$$

(5)式中指数项的物理意义非常明确,它表征了系统的一个物理参量——粒子数反转密度  $n$ 。我们将指数项按幂级数展开,这一展开在物理上意味着将粒子数反转密度  $n$  按未受扰动时的稳态值展开,然后保留前三项,来求得二级近似解析解。

计算后得到  $B$  区时间参量的近似解析表达式为

$$t' - t_p = -\frac{1}{b} \ln \left| \frac{(x - x_p) - b}{(x - x_p) + b} \right|, \quad (6)$$

其中因子  $b = \left[ 2 \left( a + \ln \frac{n_p}{n_i} \right) \right]^{1/2}$

和因子  $a = \frac{n_i}{n_p} - 1$ 。

## 2. 脉冲建立时间的求解

现在定义开关打开后光子数密度从初始值  $\varphi_i$  到峰值  $\varphi_p$  这一段时间为脉冲建立时间

$$T_r = T_1 - t'_1 = \frac{1}{a} \ln \left( 1 + \frac{n_i - n_p}{200 \varphi_i} \right) + \frac{1}{b} \ln \left| \frac{(0.01 - x_p) - b}{(0.01 + x_p) + b} \right| \quad (7)$$

为了使上述计算足够精确,我们改变一下积分区间,取  $x_1 = 0.1, x_2 = x_f - 0.1$ , 这样  $B$  区区间的缩小提高了  $T_r$  值的精度。和上述方法相仿,计算后可得到脉冲建立时间为

$$T_r = T'_1 - t_1 = \frac{1}{a} \ln \left( 1 + \frac{n_i - n_p}{200 \varphi_i} \right) + \frac{1}{b} \ln \left| \frac{(0.1 - x_p) - b}{(0.1 - x_p) + b} \right| \quad (8)$$

其中  $T'_1$  对应于积分区间  $[0, 0.1]$  的时间间隔,  $t_1$  对应于积分区间  $[x_p, 0.1]$  的时间间隔。

同样,可以定义光子数密度从  $\varphi_p$  到终止值这段时间为脉冲衰减时间

$$T_f = t_2 - T'_2 = -\frac{1}{b} \ln \left| \frac{x_f - x_p - 0.1 - b}{x_f - x_p - 0.1 + b} \right| + \frac{1}{C} \ln \left[ 1 + \frac{n_p - n_f}{20 \varphi_i} \right] \quad (9)$$

其中  $T'_2$  对应于积分区间  $[x_f, x_f - 0.1]$  的时间间隔,  $t_2$  对应于积分区间  $[x_p, x_f - 0.1]$  的时间间隔。因子  $C = 1 - \frac{n_f}{n_p}$ 。

表1列出的结果表明,当  $n_i/n_p \leq 11$  时,按(8)式计算得的  $T_r$  值与计算机结果相比误差小于5%。

表1  $T_r$  值与计算机结果比较

$n_i/n_p$	1.221	1.492	2.014	3.004	4.953	6.050	9.025	11.023
$T_r$ 计算机解	99.4	47.8	24.6	13.1	6.96	5.54	3.59	2.92
$T_r$ 按(8)式计算值	98.1	47.5	24.3	12.8	6.71	5.32	3.43	2.78

注:  $T_r$  值均以  $T$  为单位。

## 二、单脉冲条件及分析

### 1. 单脉冲条件的建立

根据文献[2]和上节(8)式可以确定单脉冲条件为

$$\frac{1}{a} \ln \left( 1 + \frac{n_i - n_p}{200 \varphi_i} \right) + \frac{1}{b} \ln \left| \frac{(0.1 - x_p) - b}{(0.1 - x_p) + b} \right| \geq t'_s \quad (10)$$

这里开关时间  $t'_s$  以  $T$  为单位量度。

上式表明要获得单脉冲输出就必须调整脉冲建立时间  $T_r$  或开关时间  $t'_s$ , 最好把这两个时间调整接近相等。由于对数函数关系, 显然  $T_r$  的大小主要决定于因子  $\alpha$  和  $T$ , 也就是取决于初始粒子数反转密度  $n_i$ 、阈值粒子数反转密度  $n_p$ 、腔长  $L$  和损耗系数  $r$ 。但鉴于要获得最大的能量输出, 就要求最佳透过率耦合<sup>[6]</sup>, 所以  $T_r$  的大小主要取决于  $n_i$ 、 $n_p$  和  $L$ 。 $n_i$  愈大,  $n_p$  愈低, 或  $L$  愈短,  $T_r$  就愈快。而  $n_i$  和  $n_p$  均是微观量, 由文献[2]方程(1)可知  $n_i$  决定于泵浦功率。所以随泵浦功率的提高,  $T_r$  值减少, 从而易产生多脉冲。

另外, 按照阈值条件,  $n_p$  正比于  $2\pi\tau\Delta\nu$ , 而  $2\pi\tau\Delta\nu$  的值随温度的增加而增加, 所以  $T_r$  随温度的上升而变大。一个器件在室温下能产生单脉冲的话, 那么在低温下就容易产生低功率的多脉冲。这和实验结果相一致<sup>[8]</sup>。又因为阈值  $n_p$  正比于激活截面  $S$ , 所以随激活截面的增加,  $T_r$  越大, 就愈容易获得单脉冲。

## 2. 单峰和多峰区域的获得

假如, 我们以初始粒子数反转密度  $n_i$  为纵坐标, 以开关时间  $t'_s$  为横坐标作图 1, 根据(10)式和阈值条件就可以获得 I、II 和 III 三个区域, 第 I、II 区域的边界就是静态阈值, 而第 II、III 区域的边界就是按(10)式的等号作出的曲线, 这样在第 I 区域中由于初始反转粒子数密度太低, 无脉冲输出, 而第

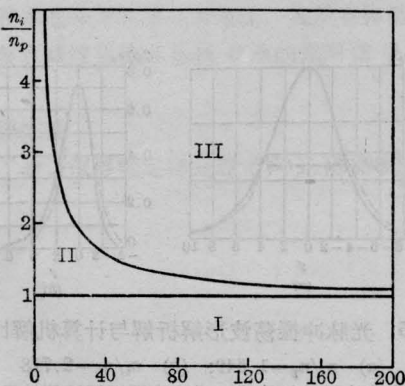


图 1 单峰和多峰运转区域图

II 区域是单脉冲输出区域, 第 III 区域是多脉冲输出区域。

另外, 还可以用腔长  $L$  为纵坐标, 以  $1/t'_s$  为横坐标作出不同泵浦水平下的单峰和多峰区域 ( $1/t'_s$  是以  $C \cdot r \times 10^{-3}$  为单位量度的)。在每条曲线的右上方为单峰区域, 而其左下方为多峰区域。如图 2 所示。

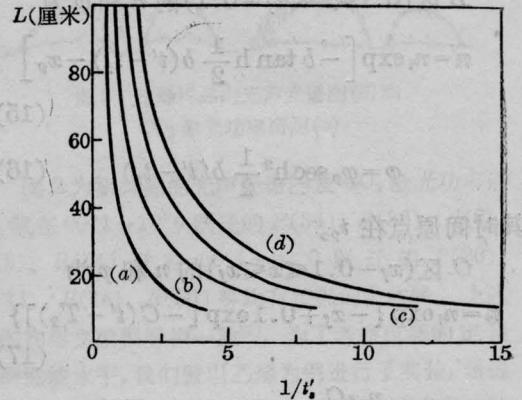


图 2 不同泵浦水平下以腔长  $L$  为变量的单峰和多峰输出区域

a— $n_i/n_p=2.014$ ; b— $n_i/n_p=3.004$ ;  
c— $n_i/n_p=4.055$ ; d— $n_i/n_p=4.953$

从图 2 可以看出, 如果开关时间  $t'_s$  给定, 则为了获得单峰输出, 腔长愈短, 所允许的最大的  $n_i/n_p$  值愈小。腔长愈长, 所允许的最大的  $n_i/n_p$  值愈高。这与实验结果相符<sup>[5]</sup>。

## 三、振荡过程的解析描述

为了求粒子数反转密度  $n$  和光子数密度  $\varphi$  随时间的变化特性, 首先必须求  $n$  和  $\varphi$  跟变量  $x$  的关系。从上节假设(3)和文献[1]方程(11)可以求得  $n$  和  $\varphi$  跟变量  $x$  的关系为

$$n = n_i e^{-x} \quad (11)$$

和

$$\varphi = \frac{n_p}{2} x \quad (12)$$

再根据  $t'$  和  $x$  的关系来求  $n(t')$  和  $\varphi(t')$ ,  $x$  正比于光子数密度  $\varphi(t)$  以时间轴展开的曲线下面所包围的面积, 也就是  $x$  表征了激光能量参量。



下面首先求 A 区 ( $0 \leq x \leq 0.1$ ) 的  $n$  和  $\varphi$  为

$$n = n_i \exp \left[ -\frac{2\varphi_i}{n_p a} \left( \sinh \frac{at'}{2} \right) \left( \exp \frac{1}{2} at' \right) \right] \quad (13)$$

$$\varphi = \varphi_i e^{at'}. \quad (14)$$

取  $t=0$  为时间原点。

B 区 ( $0.1 \leq x \leq x_f - 0.1$ ) 的  $n$  和  $\varphi$  为

$$n = n_i \exp \left[ -b \tanh \frac{1}{2} b(t' - t_p) - x_p \right] \quad (15)$$

$$\varphi = \varphi_p \operatorname{sech}^2 \frac{1}{2} b(t' - t_p) \quad (16)$$

其时间原点在  $t_p$ 。

C 区 ( $x_f - 0.1 \leq x \leq x_f$ ) 的  $n$  和  $\varphi$  为

$$n = n_i \exp \{ -x_f + 0.1 \exp [-C(t' - T_2)] \} \quad (17)$$

$$\varphi = \frac{n_p \cdot C}{20} \exp [-C(t' - T_2)] \quad (18)$$

时间原点为  $x_2$  对应的时间  $t_2$ 。

上述式子表明在 A 区粒子数反转密度  $n$  指数式地下降, 光子数密度  $\varphi$  随时间而指数上升, 所以 A 区是上升区或成长区。B 区是脉冲主峰所在的区域,  $n$  急剧地衰减, 在  $t_p$  点达到  $n_p$ , 光脉冲主峰的时间分布是双曲正割函数的平方型的, 而不是高斯型的。在  $t_p$  点达到峰值  $\varphi_p$ 。在 C 区  $n$  和  $\varphi$  均指数地衰减至终止值。 $n$  和  $\varphi$  时间变化过程的图解描述示于图 3 中。

(16) 式表明脉冲主峰部分的形状是对称的, 由该式可算得脉冲半极大全宽度 (HMF) 为

$$\delta' = \frac{3.53}{b} \quad (19)$$

或

$$\delta = \frac{3.53}{b} T \quad (20)$$

(20) 式表明  $\delta$  取决于  $b$  和  $T$ , 也即取决于  $n_i$ 、 $n_p$ 、 $L$  和  $r$ , 和上节分析方法相同, 可以得出结论: 泵浦功率越高或腔长越短或温度越低, 则脉宽越窄, 反之亦然。其中泵浦功

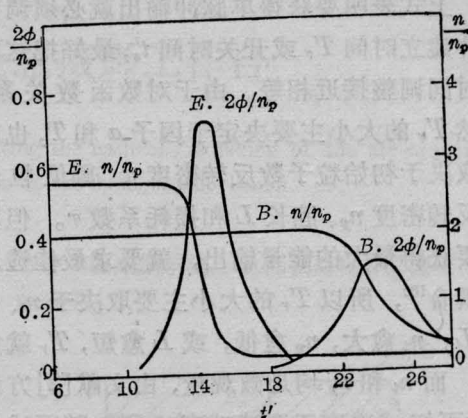


图 3 脉冲振荡过程

$$B - \frac{n_i}{n_p} = 2.014; \quad \frac{2\varphi_p}{n_p} = 0.314$$

$$E - \frac{n_i}{n_p} = 2.718; \quad \frac{2\varphi_p}{n_p} = 0.718$$

$t'$  是以  $T$  为单位量度的

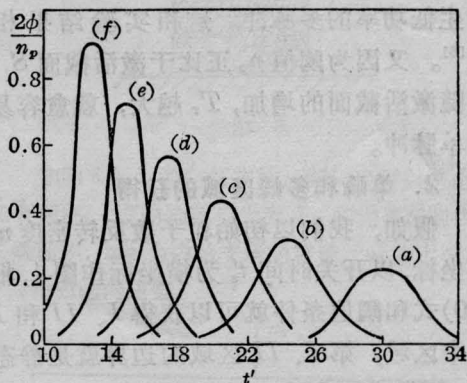


图 4 脉冲宽度变化

$$a - n_i/n_p = 1.822; \quad b - n_i/n_p = 2.014; \quad c - n_i/n_p = 2.226; \quad d - n_i/n_p = 2.460; \quad e - n_i/n_p = 2.718; \quad f - n_i/n_p = 3.004 \quad t' \text{ 以 } T \text{ 为单位}$$

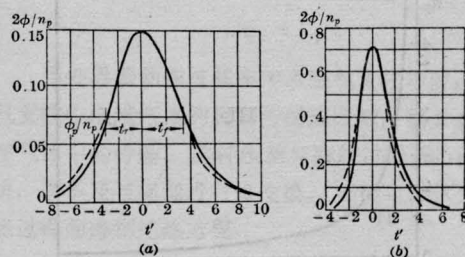


图 5 光脉冲振荡波形解析解与计算机解比较

$$(a) - n_i/n_p = 1.649; \quad (b) - n_i/n_p = 2.718$$

实线为计算机结果; 虚线为解析解计算结果  
 $t'$  是以  $T$  为单位的时间

率及腔长对输出脉宽的影响与实验结果相符<sup>[5]</sup>。同样可以预期激活截面  $S$  对脉宽的影响。 $S$  越大脉宽愈宽。图 4 表示随着  $n_i/n_p$  值的提高脉宽相应变窄。

图 5 表示脉冲波形两种计算结果的比较,在中心区域两者符合很好,只在曲线两翼下方稍有差别。

表 2 列出了脉宽的两种计算结果的比较  
表 2 脉冲宽度两种计算结果比较

$n_i/n_p$	1.221	1.492	2.014	3.004	4.953	6.050	9.025	11.023
$\delta'$ 计算机解	16.4	8.25	4.50	2.70	1.75	1.53	1.23	1.13
$\delta'$ 按(20)式计算	17.1	8.24	4.46	2.63	1.63	1.38	1.04	0.91

较,对于  $\delta'$  值,与计算机解相比在  $n_i/n_p \leq 6$  时其误差小于 10%,在  $n_i/n_p \geq 6$  以及  $n_i/n_p \leq 11$  时其误差在 20% 内,两者基本符合。

### 参 考 文 献

- [1] Wagner W. G., Lengyel B. A.; *JAP*, 1963, **34**, 2040.
- [2] Vuylsteke A. A.; *JAP*, 1963, **34**, 1615.
- [3] 激光物理学编写组;《激光物理学》,1975, 215.
- [4] Dr. Dieter Ross, *Laser Light Amplifiers and Oscillators*, 1969, 340.
- [5] Arecchi F. F. et al.; *Nuovo Cimento*, 1964, **34**, 1458.
- [6] 黄宏嘉;《中国科学》, 1974, **3**, 247.
- [7] 宋铭钊;《激光》, 1978, **5**, No. 5~6, 28.
- [8] Benson R. C., Mirarchi M. R.; *IEEE Trans.*, 1964, **Mil-8**, 13.

(上接第 17 页)

对高能电子束束流密度与放电场强不均匀性施加了一定的限制。

本文完成后看到 W. H. Long, Jr.<sup>[22]</sup> 用与本文不同的方法(微扰法)导出并计算了稳定放电的条件,他的这部分结果与本文部分内容是一致的。

### 参 考 文 献

- [1] D. B. Cohn et al.; *J. Current Laser Abstracts*, 1978, **15**, 22.
- [2] M. Rokni et al.; *IEEE J. Q. E.*, 1978, **QE-14**, 464.
- [3] W. L. Nighan; *IEEE J. Q. E.*, 1978, **QE-14**, 714.
- [4] J. D. Daugherty et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1976, **28**, 581.
- [5] R. T. Brown et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1978, **32**, 730.
- [6] W. B. Lacina et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1978, **32**, 106.
- [7] M. Rokni et al.; *Phys. Rev. A.*, 1977, **16**, 2216.
- [8] D. Ton-That et al.; *Phys. Rev. A.*, 1977, **15**, 517.
- [9] Н. Н. Боголюбов и др.; “Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний”, Государственное издательство Техничко-Теоретической литературы. Москва, 1955.
- [10] W. H. Long, Jr.; *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **31**, 391.
- [11] O. Judd; *J. Appl. Phys.*, 1976, **47**, 5297.
- [12] S. D. Rockwood; *Phys. Rev. A.*, 1973, **8**, 2348.
- [13] L. S. Frost et al.; *Phys. Rev. A*, 1964, **136**, 1539.
- [14] R. J. Hall; *J. Chem. Phys.*, 1978 **68**, 1803.
- [15] J. H. Jacob et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1976, **29**, 467.
- [16] M. Schaper et al.; *Beit. Plas. Phys.*, 1969, **9**, 45
- [17] J. Olmsted III et al.; *J. Chem. Phys.*, 1965, **42** 2321.
- [18] D. Rapp; *J. Chem. Phys.*, 1965, **43**, 1464.
- [19] H. A. Hyman; *Phys. Rev. A.*, 1978, **18**, 441.
- [20] L. Vriens; *Phys. Lett.*, 1964, **8**, 260.
- [21] K. Smith et al.; “Computer Modeling of Gas Lasers”, Plenum Press, New York 1978.
- [22] W. H. Long, Jr.; *J. Appl. Phys.*, 1979, **50**, 168.