

莫尔变换和位相测量(I)

刘立人 殷耀祖 赵丽英 许臣良

(中国科学院上海光机所)

提要: 根据通讯论和信息编码理论,基于莫尔变换效应,本文提出了两种位相测量方法。第一种是载频干涉法,它有许多不同的应用和优点,如波面的自干涉和互干涉、多重记录、波前剪切、谐波干涉等等;第二种是用白光的(编码板)照相干涉法。它们能用于强变化位相体的测量。

Moire transformation and phase measurement (I)

Liu Liren Yin Yaozhu Zhao Liying Xu Chenliang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: The moire transformation was analysed using communication theory. Based on it, we proposed two new types of phase measurement. The first is a carrier interferometer. It has various applications and advantages, for example, automatic compensation, multiplex recording, shearing of a wavefront, relative compensation of the phase variation in dynamic texts, harmonic interference, etc. The second is a coded mask photographic interferometer using white light. It can be used for measuring strongly varied phase objects.

透明位相体的检验通常有双光束光学干涉仪和全息干涉仪。光学干涉仪能实时观察,但对元件的光学质量要求很高,而全息干涉对光学元件和被测物的光学质量和形状要求不高,信息量大,但干涉图要用衍射再现得到,而且只能测量相对位相变化。这两种方法均不能测量强变化位相体本身的位相变化。

根据通讯论和信息编码理论,基于莫尔效应,本文提出了介于上述两者之间的结合了两者优先的二种新方法。

一种是载频干涉仪,它对光学元件质量和被测物形状要求不高,信息量大,可以多重记录。同时能进行如干涉图的转换,波面自

干涉、剪切干涉、倍频和谐波干涉等。另一种是编码板照相干涉法,可以用白光光源得到强变化位相体的任意形的剪切干涉或双剪切干涉,它们的实验装置简单,可用一般底片,各种操作都可以在一张底片上事后处理得到,直接观察。

基本原理

原理方框图见图1。先设计或用双光束干涉产生一种特定形状和空间载频频率的二维载频图,然后使物体的位相变化以位相调制方式寄调于载频图中,其后用二次曝光的

收稿日期:1979年12月21日。

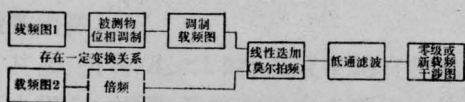


图1 基本原理方框图

方法使调制载频图和原(或另一新的)载频图线性迭加,这时发生拍频现象,产生和频与差频,通过人眼观察的低通滤波则可取出频率低的一项拍频。这是零级或新的载频干涉图。也就是说得到了反映物体位相变化的干涉图。其中拍频现象在光学中就是莫尔效应。

根据被测物体位相对于载频图的位相调制方式不同可分为二种情况,一种是由双光束干涉仪改进而来的载频准全息干涉仪,另一种是用白光照明编码板照相而产生的一般性剪切干涉仪。

作为基础,本文后的附录给出了莫尔变换的数学过程分析。

载频干涉仪

这是一种对于双光束干涉的改进。在双光束干涉中,若有一定夹角(图2)则可得到载频干涉图:

$$A_1 = 1 + \cos[2\pi f_1(x, y) + \phi]$$

ϕ 为物体位相。若再用另一种载频图 F_2 与其迭加(而它仍可由同样的双光束干涉产生,或者人工描制),则可产生各种各样的应用和特性。

(1) 零级补偿

如果采用两次曝光,其中一次插入被测

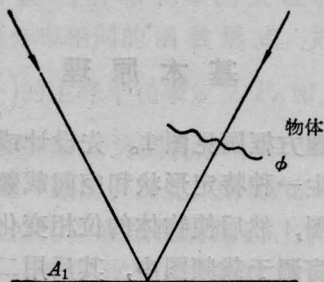
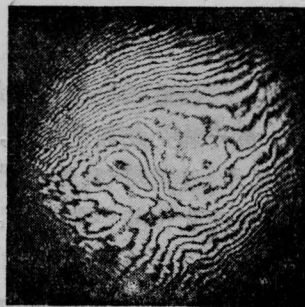


图2 载频干涉仪示意图

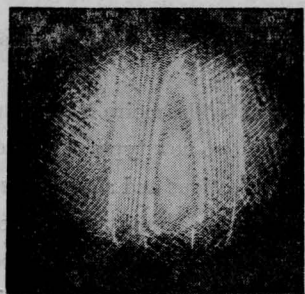
物体,由于 $F_1 = F_2$, 由附录中的(V)式,莫尔干涉图为零级

$$A = 1 + a_0 + a_1 \cos \phi$$

除了在一次曝光中的物体 ϕ 引入外,其它的波差完全给补偿了。显然这可以用于一般干涉仪中,使光学质量极差的仪器得到完美的结果,见图3。



(a) 仪器本身波面干涉图



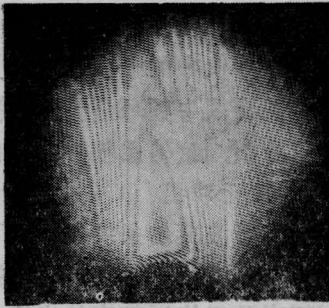
(b) 火焰之干涉图

图3 补偿干涉图

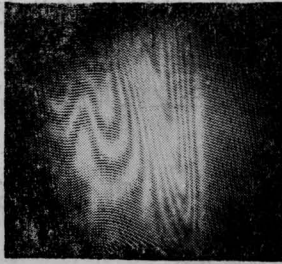
普通干涉仪所不能测定的非规正物体的位相相对变化也可用这种方法,就是先在干涉仪中插入适当的光学元件,用以调整由于物体产生的波前变化而产生的较均匀的载频图,再用上述的两次曝光法可得出相对位相干涉图。

(2) 连续变量测定

对于连续变化的过程,其中每时刻的载频图除了与原载频图比较产生这一瞬时的干涉图外,它们相互间的比较,能产生两者间的位相差干涉图。这样使用比任何干涉法都方便。图4示出火焰变化的情况。这种方法尤其适用于气动测量。



(a) 为两个状态干涉图之一



(b) 为它们之间的相对位相比较

图4 动态干涉图

(3) 多重记录

和全息照相类似，只要改变每一载频图的空间频率或取向，就可以在一张底片上记录多重信息，然后可以逐一用原载频图分离出各自的干涉条纹。

(4) 波面自干涉

用两张相同的载频干涉图迭加在一起就会产生波面自干涉，即这时有：

$$F = [F(x, y) - F(x', y')] + [\phi(x, y) - \phi(x', y')] \quad (1)$$

波面自干涉比较操作方式很多，如局部比较时 $x' = x - x_0$, $y' = y - y_0$ ，旋转对称时 $x' = -x$, $y' = -y$ 。x 轴或 y 轴对称时 $x = x'$, $y' = -y$ ，或 $x' = -x$, $y' = y$ 等等。其中第一项可能产生背景条纹，由表 1 而定。第二项是所需的位相比较项，当有背景条纹时，由(V)式可见，条纹间隔仍然是一个或半个波长，取决于记录干涉图时光束对物体是单通或双通的。这是一种十分简单有效的波面检验法。图 5 是光学平板的局部比较干涉图。

(5) 剪切干涉

对记录同一波面的两张相同的载频调制

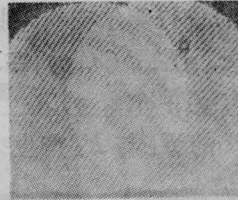


图5 光学平板局部自比较干涉图

干涉图适当地平移，旋转或放大缩小其中一张，相应就能得到横向、周向或径向剪切干涉，因为所得莫尔条纹与位相变化率有关。

横向剪切有：

$$F = [F(x, y) - F(x - x_0, y)] + [\phi(x, y) - \phi(x - x_0, y)] \simeq [F(x - x_0, y) - F(x, y)] + \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta x \right] \quad (2)$$

周向剪切有(极坐标)：

$$F \simeq [F(r, \theta) - F(r, \theta + \Delta\theta)] + \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Delta\theta \quad (3)$$

径向剪切为：

$$F \simeq [F(r, \theta) - F(Mr, \theta)] + \frac{\partial \phi}{\partial r} \Delta r \quad (4)$$

其中 M 为放大倍数， $\Delta r = (1 - M)r$ 。

这也是载频干涉仪多用途的明显表现。图 6 是火焰的横向剪切干涉图。

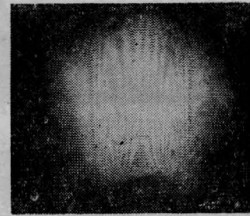


图6 火焰的横向剪切干涉图

(6) 干涉图转换

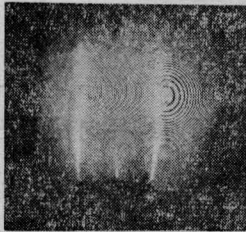
除零级外，一般干涉仪有背景条纹。平面干涉仪为平行直条纹，球面干涉仪为牛顿环。用莫尔变换可以使在一种干涉仪中的物体位相变化转换到另一种中去。若原干涉图为：

$$F_1(x, y) + \phi(x, y)$$

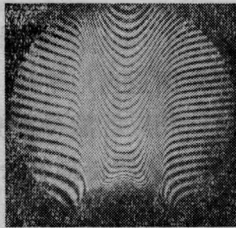
再用 $F_2(x, y)$ 进行莫尔变换, 则

$$F = [F_1(x, y) + \phi(x, y)] \mp F_2(x, y) \\ = F_3(x, y) + \phi(x, y) \quad (5)$$

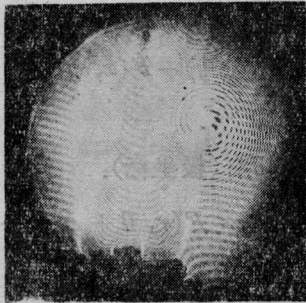
根据表 1 的 F_1 与 F_2 产生 F_3 的关系就



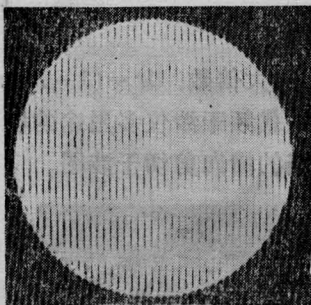
(a) 球面干涉图



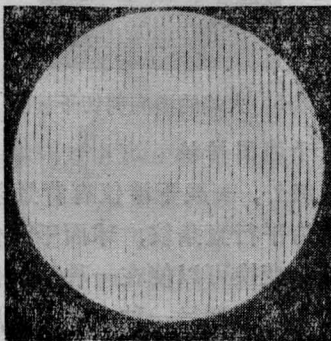
(b) 平面干涉图



(c) 从 (a) 转换为平面干涉图
图 7 火焰的干涉图转换



(a) 基波干涉图



(b) 三倍频干涉图

图 8 谐波干涉图

可以实现所需的转换, 图 7(a)、(b) 分别是火焰在这两种干涉仪中的干涉图。(c) 是由 (a) 的球面干涉图再用牛顿环进行莫尔变换而得到的平面干涉图, 与 (b) 比较是一致的。

(7) 谐波干涉图

利用上节谐波莫尔条纹原理即可得到谐波干涉图, 如图 8 所示平面干涉仪的载频图, 分别用原频率及三倍原频率的光栅来取得干涉图, 在三倍频干涉图中, 条纹变化增大, 提高了测量精度。

本工作得到王之江同志的指导。

附录一: 莫尔变换

1 莫尔变换过程

二维载频图可简单表示为: (以 2 归一化)

$$A = 1 + \cos 2\pi F(x, y) \quad (I)$$

其中 $F(x, y)$ 称载频核。

当 $F(x, y) = n, n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ 时是载频图的最大强度曲线族, 即载频图花样。显然空间频率为:

$$f = \text{grad}[F(x, y)] \quad (II)$$

事实上载频图的位相调制有两种可能, 一种称为相干调制, 即物体位相为 $\phi(x, y)$ 时,

$$A = 1 + \cos[2\pi F(x, y) + \phi(x, y)] \quad (III)$$

另一种为非相干调制, 位相间接调制于位置变化:

$$A = 1 + \cos[2\pi F(x + \Delta x, y + \Delta y)]$$

由台劳公式取一级近似:

$$A = 1 + \cos 2\pi \left[F(x, y) - \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x - \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y \right] \quad (IV)$$

其中位相调制函数为:

$$\Delta x = f_x[\phi(x, y)], \quad \Delta y = f_y[\phi(x, y)]$$

当两张载频图迭加时产生拍频, 若

$$A_1 = 1 + \cos[2\pi F_1(x, y) + \phi_1(x, y)]$$

$$A_2 = 1 + \cos[2\pi F_2(x, y) + \phi_2(x, y)]$$

这时 $\phi_{1,2}$ 为 (III) 和 (IV) 式中的位相调制项。则有:

$$A = A_1 + A_2 = 1 + \cos \left[2\pi \frac{F_1 - F_2}{2} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right] \\ \times \cos \left[2\pi \frac{F_1 + F_2}{2} + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right] \quad (V)$$

其中第一项为差频, 另一为和频。

表 1 常用变换

平行栅和并行栅产生新平行栅	$F_1^q - F_2^q = F^p(T, \theta, n_0)$	$T = \frac{T_1 T_2}{(T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2 \cos(\theta_1 - \theta_2))^{\frac{1}{2}}}$ $\text{ctg } \theta = \frac{T_2 \cos \theta_1 - T_1 \cos \theta_2}{T_2 \sin \theta_1 - T_1 \sin \theta_2}$
平行栅和牛顿环栅产生两个牛顿环	$F_1^q \mp F_2^q = F^n(r_1, x_0, y_0, n_0)$	$r = r_1$ $x_0 = x_0 \pm \frac{\cos \theta r_1^2}{2T}$ $y_0 = y_0 \pm \frac{\sin \theta r_1^2}{2T}$
牛顿环栅和牛顿环栅产生新的牛顿环	$F_1^q \mp F_2^q = F^n(r, x_0, y_0, n_0)$	$r = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2^2 \mp r_1^2}$ $x_0 = \frac{x_0 r_1^2 \mp x_0 r_2^2}{r_2^2 \mp r_1^2}$ $y_0 = \frac{y_0 r_1^2 \mp y_0 r_2^2}{r_2^2 \mp r_1^2}$
两相同的牛顿环栅产生平行栅	$F^n - F^n = F^p(T, \theta, n_0)$	$T = \frac{r^2}{2\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$ $\text{tg } \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

当差频低于载频而和频高于载频时, 通过人眼观察时的自然低通滤波作用, 得到包络差频为:

$$A = 1 + \left| \cos \left[2\pi \frac{F_1 - F_2}{2} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right] \right|$$

由傅里叶分析,

$$A = 1 + \sum_n a_n \cos n[2\pi(F_1 - F_2) + (\phi_1 - \phi_2)]$$

所能观察到的所需的基波为

$$A = 1 + a_0 + a_1 \cos[2\pi(F_1 - F_2) + (\phi_1 - \phi_2)] \quad (\text{VI})$$

而当 $F(x, y) = F_1(x, y) - F_2(x, y) = P$

$$P = m - n$$

表示等差线莫尔条纹, 所以位相差以 $F(x, y)$ 的载频核为位相调制, 当 $F_1 = F_2$ 时得到零级莫尔条纹。

在相反条件下, 可产生和频莫尔条纹:

$$A = 1 + a_0 + a_1 \cos[2\pi(F_1 + F_2) + (\phi_1 + \phi_2)] \quad (\text{VII})$$

总之, 两载频图的差频或和频可用载频核的莫尔变换方程式表达:

$$F(x, y) = F_1(x, y) \mp F_2(x, y)$$

$$P = m \mp n$$

2. 常用变换式

最常用的载频为平行栅和牛顿环。它们之间的变换可以求得。

平行栅的载频方程记作:

$$F^p(T, \theta, n_0) = \frac{x}{T} \cos \theta + \frac{y}{T} \sin \theta + n_0$$

T 为周期, θ 为取向角, n_0 为初相。

牛顿环栅记作:

$$F^n(r_0, x_0, y_0, n_0) = \frac{(x - x_0)^2}{r_0^2} + \frac{(y - y_0)^2}{r_0^2} + n_0$$

x_0, y_0 为中心坐标, r_0 为第一环半径, n_0 为初相。

忽略推导过程, 表 1 中列举了几种变换的数学式和物理意义。可参见 [1]。

3. 谐波莫尔条纹

在式 (I) 中假定了载频图是余弦分布, 所以虽存在一定的调相带宽但没有高次谐波。若控制实验条件, 则可获得非余弦 s 的分布:

$$A = 1 + s[2\pi F_1(x, y) + \phi_1] \quad (\text{VIII})$$

由傅里叶分析可知, 这时产生高次载频图

$$A_n = 1 + s_n \cos n[2\pi F_1(x, y) + \phi_1] \quad (\text{IX})$$

若以接近于 $nF_1(x, y)$ 空频的 $F_2(x, y)$ 作差频, 则可以得到谐波莫尔条纹:

$$F(x, y) = F_2 - nF_1 - n\phi_1 \quad (\text{X})$$

当 $F_2 = nF_1$ 时, 就是零级的 n 次谐波莫尔条纹。

附录二: 有关实验说明

图 3 补偿干涉图, 采用氩-氖激光作光源的 $\phi 30$ 通光口径的台曼干涉仪, 两臂各长 20 厘米。在一臂中插入一块有机玻璃形成 (a) 的波面。然后调节两光束的夹角以形成每毫米 2 条左右的载频条纹。当

有和无火焰时进行两次曝光即得到(b)之补偿火焰干涉图。

图4 动态干涉图。仍用上述台曼干涉仪,载频调在每毫米2条左右。然后对原载频和加入火焰后的两个状态分别照得三张载频图。用原载频图和加入火焰的两张图分别迭加,则得到(a)和(b)的两张火焰干涉图。两张有火焰的载频图迭加则得到它们的相对变化干涉图(c)。

图6 火焰横向剪切干涉图。用上述有火焰时一种状态下的两张相同的载频照片迭加,并相互横向移动0.5毫米而得。

图7 火焰干涉图转换。仍用上述台曼干涉仪。适当调整两光束夹角,则得到(b)的火焰平面干涉图。当一臂中插入焦距约为2米的凹透镜时,则得

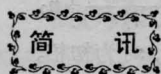
到(a)的火焰球面干涉图。使(a)和无火焰时的牛顿环载频图迭加,并相互上下移动约1毫米,则为(c)之火焰的转换平面干涉图。

图5 光学干板局部自比较干涉图。其中每一个圆是由被测平面 $\phi 200$ 放在平面干涉仪中并调到间隔约5毫米的条纹而得。两张载频图局部迭加则得图5。

图8 谐波干涉图。用频率为图5中的单独载频干涉图的相同和3倍的平行直线光栅与其分别迭加,则得(a)和(b)。

参 考 文 献

[1] G. Oster *et al.*; *JOSA.*, 1964, **54**, 169.



江苏省第一届激光医学交流会在徐州召开

1980年11月25日至28日在徐州召开了江苏省第一届激光医学交流会,参加会议的有江苏省各地医学院、医院、科研生产单位的代表以及来自北京、上海、四川、广东、福建各地的代表共75人。会议收到论文共50篇,其中35篇在大会上进行了宣读,内容有激光的作用机制探讨、全息照相术在医学中的应用、激光的损伤及防护以及激光在针灸、理疗、妇科、耳鼻喉科、眼科、皮肤科、外科等各临床学科的临床应用经验。会议期间还听取了赴美激光医学考察和80年国际激光会议的传达,举行了一次激光医学的科普讲座。

在讨论中,代表们就激光医学的基础研究、防护等问题发表了许多意见,并对今后激光器件的研制、布点和提高激光设备的利用率提出了建议,为如何进一步确定科研方向和开展省内外协作作出了初步规划。

(江苏省激光学会)