

各向异性激光晶体的热-光性能

林福成 张珊珊

(中国科学院上海光机所)

提要: 研究了热导率各向异性的激光晶体棒的温度分布和热流方向, 得到椭圆的等温线和非径向流动的热量。指出在某个方向上激光棒的横向热导率是各向同性的。用简单的模型分析了 $YAlO_3$ 激光晶体棒的热双折射现象。对于 c 轴棒得到正交偏光的干涉条纹是两组双曲线。对于 b 轴棒是椭圆。理论能满意地解释所观察到的现象。

Thermo-optic properties of anisotropic laser crystals

Lin Fucheng Zhang Shanshan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Temperature distribution and thermal flow direction of the laser crystal rod of anisotropic thermal conductivity was studied. Elliptical isothermal contours and thermal energy of non-radial flow were obtained. It is pointed out that the transverse thermal conductivity is isotropic on a certain direction of laser rod. A simple model was used to analyse the phenomenon of thermally induced birefringence of $YAlO_3$ laser crystal rod. Interference pattern of cross polarization for c -axis $YAlO_3$ are two sets of hyperbolas, and for b -axis $YAlO_3$ ellipse. The observed results can be explained satisfactorily by theory.

晶体激光器的特点之一, 就是可以在很高的平均输入功率之下工作。这时, 泵浦功率引起的热效应, 将对激光性能有严重的影响。对于立方晶系的 YAG 晶体, 已有不少工作^[1]。对于对称性较低的晶系, 问题变得相当复杂。本文首先分析了热导率各向异性的激光棒的温度分布。接着以 YAP 为例, 在简单的模型下分析了热致双折射效应, 说明了观察到的一些实验现象。

一、热导率各向异性激光棒内的温度分布

设激光棒轴向为 z 方向, 横向的热导率主值为 K_x 和 K_y 。由于吸收了泵浦光, 每单位体积产生的热量为 P , 当处于恒稳态时热导方程为

收稿日期: 1980年1月14日。

$$P = -K_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - K_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1)$$

式中 T 为温度, z 方向的热导可以不考虑。

1. 第一类边界条件

当棒被高效率的冷却剂 ($T=0$) 所冷却时, 有

$$T(r=a) = 0 \quad (2)$$

式中 a 为棒的半径, (1) 和 (2) 的解为

$$T = \frac{P}{2(K_x + K_y)} (a^2 - r^2) \quad (3)$$

热流矢量 \mathbf{q} 为

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \left(-K_x \frac{\partial T}{\partial x}, -K_y \frac{\partial T}{\partial y}, 0 \right) \\ &= \frac{P}{(K_x + K_y)} (K_x x, K_y y, 0) \end{aligned} \quad (4)$$

图 1 为 $K_x > K_y$ 时等温线(同心圆)和热流线的分布情况。

2. 第三类边界条件

当冷却剂 ($T=0$) 具有有限的效率时, 有

$$-\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} |_{r=a} = hT |_{r=a}, \quad (5)$$

其中 h 为常数, 与冷却剂的效率(当冷却剂选定之后, 主要与它的流速有关)有关。当 $h \rightarrow \infty$ 时, $T|_{r=a} = 0$, 即化为第一类边界条件。这时, 棒内温度分布为

$$T = A_x x^2 + A_y y^2 + A_0 \quad (6)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A_x &= \frac{-P \left(\frac{ha}{2} + K_x \right)}{\left\{ 2 \left[K_x \left(\frac{ha}{2} + K_y \right) + K_y \left(\frac{ha}{2} + K_x \right) \right] \right\}} \\ A_y &= \frac{-P \left(\frac{ha}{2} + K_y \right)}{\left\{ 2 \left[K_x \left(\frac{ha}{2} + K_y \right) + K_y \left(\frac{ha}{2} + K_x \right) \right] \right\}} \\ A_0 &= \frac{aP \left(\frac{ha}{2} + K_x \right) \left(\frac{ha}{2} + K_y \right)}{h \left[K_x \left(\frac{ha}{2} + K_y \right) + K_y \left(\frac{ha}{2} + K_x \right) \right]} \end{aligned} \right\} (7)$$

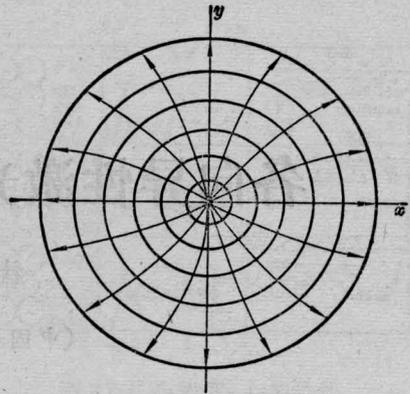


图 1 $K_x > K_y$ 时的等温线和热流线

A_0 代表棒中心的温度。(7) 式中的各量随 h 的变化见图 2。由图 2(a) 可见, 当 $h \rightarrow \infty$ 时, $|A_x|$ 和 $|A_y|$ 都趋向于 $P/2(K_x + K_y)$, 即 (3) 式的情况。在一般情况下, 等温线是椭圆, 椭圆的长短半轴之比为 (设 $K_x > K_y$)

$$\sqrt{1/A} / \sqrt{1/B} = \left[\left(\frac{ha}{2} + K_x \right) / \left(\frac{ha}{2} + K_y \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

热流矢量 \mathbf{q} 为

$$\mathbf{q} = (2K_x A_x x, 2K_y A_y y, 0) \quad (9)$$

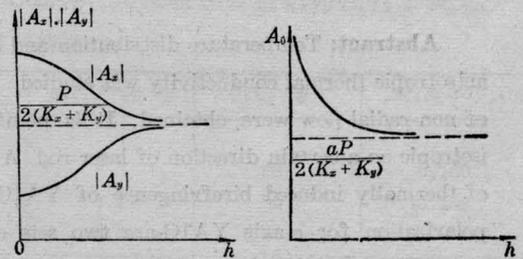


图 2 $|A_x|$, $|A_y|$ 和 A_0 与 h 的关系

图 3 画出了等温线和热流线的分布情况。

3. “热轴”的存在

在一般的情况下, 热导率张量的形式(在主轴坐标系中)为:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_x & \cdot & \cdot \\ \cdot & K_y & \cdot \\ \cdot & \cdot & K_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

设 $K_x > K_y > K_z$, 现在进行坐标变换, 变换的情况见图 4, 这时新的 \mathbf{K}' 为

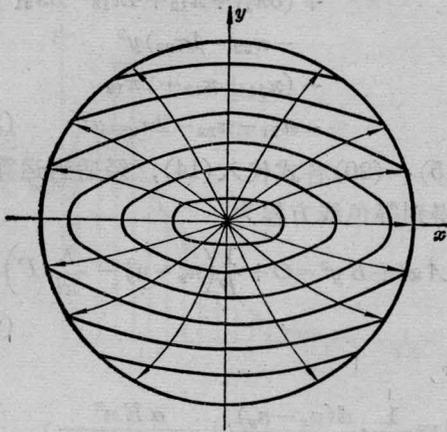


图3 $K_x > K_y$ 的等温线和热流分布
(第三类边界条件)

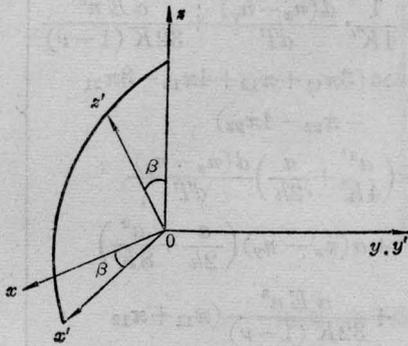


图4 坐标变换

$$K' = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta K_x + \sin^2 \beta K_z & \cos \beta \sin \beta (K_z - K_x) \\ \cos \beta \sin \beta (K_z - K_x) & \sin^2 \beta K_x + \cos^2 \beta K_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

所以

$$\cos^2 \beta K_x + \sin^2 \beta K_z = K_y \quad (12)$$

时, 在 $x'Oy'$ 平面的热导率就是各向同性的了。这和双轴晶体的光轴的性质十分相似, 可称为“热轴”。当然, 这只有激光棒在 z' 方向的尺度比 x' 和 y' 方向的尺度大得多, 不考虑 z' 方向的热导时才正确。

二、YAP 热双折射的简单模型

根据 [2], YAP 晶体的热导率是各向异性的, 其膨胀系数也是各向异性的。各向异性晶体的热应力问题是十分复杂的, 我们简

单地当作各向同性介质来处理, 只引入两个弹性常数: 杨氏模量 E 和泊松比 ν 。最后与实验比较, 可以说明一些问题。

设棒轴沿 z 轴方向, x 偏振 (a 方向) 和 y 偏振 (b 方向) 为主偏振方向, 折射率分别为 n_x 和 n_y , 棒长为 l 。棒放在正交偏振片中间, 起偏器的透光轴与 x 轴成 θ 的角度。整个实验装置如图 5 所示。观察屏上的强度 I 正比于

$$I \propto \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 [\pi(n_x - n_y)l/\lambda] \quad (13)$$

其中 λ 是观察的波长。明暗的条纹只和 $\pi(n_x - n_y)l/\lambda$ 有关, 令它等于 Γ :

$$\begin{aligned} \Gamma &\equiv \pi(n_x - n_y)l/\lambda \\ &= \pi(n_x^0 - n_y^0)l/\lambda + (\pi l/\lambda) \\ &\quad \cdot [d(n_x - n_y)/dT] \cdot \Delta T(r) \\ &\quad + (\pi l/\lambda) \cdot \Delta(n_x - n_y)_\varepsilon \\ &\quad + [\pi(n_x - n_y)/\lambda] \Delta l \end{aligned} \quad (14)$$

上式等号右面第一项表示温度等于冷却剂温度的棒的数值; 第二项是由棒截面温度分布引起的折射率变化的贡献, 其中 $\Delta T(r)$ 由 (7) 式可得

$$\Delta T(r) = P \left[\frac{a^2}{4K} + \frac{a}{2h} - \frac{r^2}{4K} \right] \quad (15)$$

第三项代表热应力双折射的贡献, 其中 ε 代表热应变; 第四项是由于棒伸长的贡献

$$\Delta l = \alpha l P \left(\frac{a}{2h} + \frac{a^2}{8K} \right) \quad (16)$$

其中 α 为膨胀系数, 如上所述, (16) 式是由于假定弹性性能各向同性的结果。实际上由于弹性的各向异性, α 的各向异性, Δl 可能与 (16) 式有较大的偏离, 特别是 Δl 是 r 的函数, 将在 (14) 式中引入误差。我们在室温附近测量了 α 的数值 [3], 虽然与 [2] 比较偏小, 但仍是各向异性的。为检验 (16) 的可靠性, 我们令 He-Ne 激光在棒前端面反射回来后, 投射在数米远的屏上。在 $P=0$ (不加泵浦功率) 时是平面的反射象。加上泵浦功率的一瞬间, 反射光斑的形状有很大的变化, 说明棒端面不是平面, 过了大约一秒钟, 光斑又稳定在原来的形状上, 说明 (16) 式不是 r 的函数

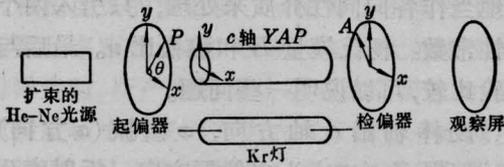


图5 观察 YAP 热致双折射的装置

是可靠的, 至于实际数值的大小和(16)式不同, 只能在(14)中引入一个恒定的误差, 并不影响干涉条纹的形状。

我们最关心的是(14)式的第三项, 即热双折射项。按照最常用的处理方法(例如参见[1]),

$$(n_x - n_y)_s = \left[(n_x^0 - n_y^0) - \frac{n^3}{2} (\Delta B_x - \Delta B_y) \right]_s, \quad (17)$$

其中

$$\Delta B_i = \pi_{ij} \sigma_j \quad (18)$$

主应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \gamma \left[\left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right] \\ \sigma_\phi &= \gamma \left[3 \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right] \\ \sigma_z &= 2\gamma \left[2 \left(\frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right] \\ \gamma &= \frac{\alpha E P a^2}{(1-\nu) \cdot 16K} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

光弹张量 π_{ij} , 按照习惯的约定, 对 YAP 的不为零的分量为

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	•	•	•			
2	•	•	•			
3	•	•	•			
4				•		
5					•	
6						•

由此算出

$$(\Delta B_x - \Delta B_y) = (\gamma/a^2) [(\pi_{11} + 3\pi_{12} + 4\pi_{13} - \pi_{21} - 3\pi_{22} - 4\pi_{23})x^2$$

$$\begin{aligned} &+ (3\pi_{11} + \pi_{12} + 4\pi_{13} - 3\pi_{21} \\ &- \pi_{22} - 4\pi_{23})y^2 \\ &- (\pi_{11} + \pi_{12} + 2\pi_{13} \\ &- \pi_{21} - \pi_{22} - 2\pi_{23})a^2 \end{aligned} \quad (20)$$

把(15)~(20)各式代入(14), 经适当运算之后, 得到等色线方程为

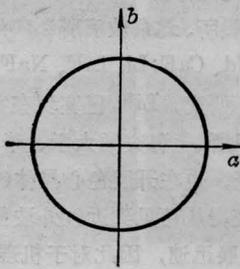
$$Ax^2 + By^2 = C + \frac{1}{P} \left(n_x^0 - n_y^0 - \frac{\lambda}{\pi l} \Gamma \right) \quad (21)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv \frac{1}{4K} \cdot \frac{d(n_x - n_y)}{dT} + \frac{\alpha E n^3}{32K(1-\nu)} \\ &\quad \times (\pi_{11} + 3\pi_{12} + 4\pi_{13} - \pi_{21} \\ &\quad - 3\pi_{22} - 4\pi_{23}) \\ B &\equiv \frac{1}{4K} \cdot \frac{d(n_x - n_y)}{dT} + \frac{\alpha E n^3}{32K(1-\nu)} \\ &\quad \times (3\pi_{11} + \pi_{12} + 4\pi_{13} - 3\pi_{21} \\ &\quad - \pi_{22} - 4\pi_{23}) \\ C &\equiv \left(\frac{a^2}{4K} + \frac{a}{2h} \right) \frac{d(n_x - n_y)}{dT} \\ &\quad + \alpha(n_x - n_y) \left(\frac{a}{2h} + \frac{a^2}{8K} \right) \\ &\quad + \frac{\alpha E n^3}{32K(1-\nu)} (\pi_{11} + \pi_{12} \\ &\quad + 2\pi_{13} - \pi_{21} - \pi_{22} - 2\pi_{23})a^2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

(21)式是一个二次曲线, 实验拍出的干涉花样如图6, 它是两组分别以 a 和 b 轴为对称轴的双曲线, 随着 P 的增加, b 对称轴的双曲线迅速向中心靠近(图6(b)), 接着相交成为两条直线(图6(c)), 接着变为 a 对称的另一组双曲线(图6(d)), 然后向后退去, 新的 b 对称轴的那一组又向中心靠近(图6(e))。

双曲线的出现说明(21)式中 A 和 B 的符号是相反的。当(21)式的右端大于零时为某一组双曲线(若 $A > 0$, 则以 a 轴为对称轴的双曲线), (21)式的右端小于零时为另一组双曲线; 等于零时为两条直线, 它们也是双曲线的渐近线, 斜率分别为 $\pm \sqrt{\frac{A}{B}}$, 对于某一个 Γ , 可以改变泵浦功率(也即 P), 使(21)



(f) 晶轴的方向

图6 c轴棒的正交偏光干涉花样

输入功率 (a) 1.0 千瓦; (b) 1.35 千瓦; (c) 1.5 千瓦;
(d) 1.75 千瓦; (e) 2.15 千瓦

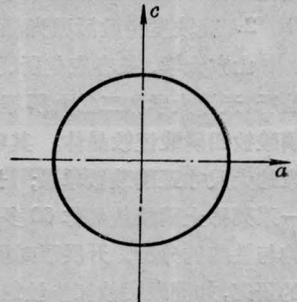
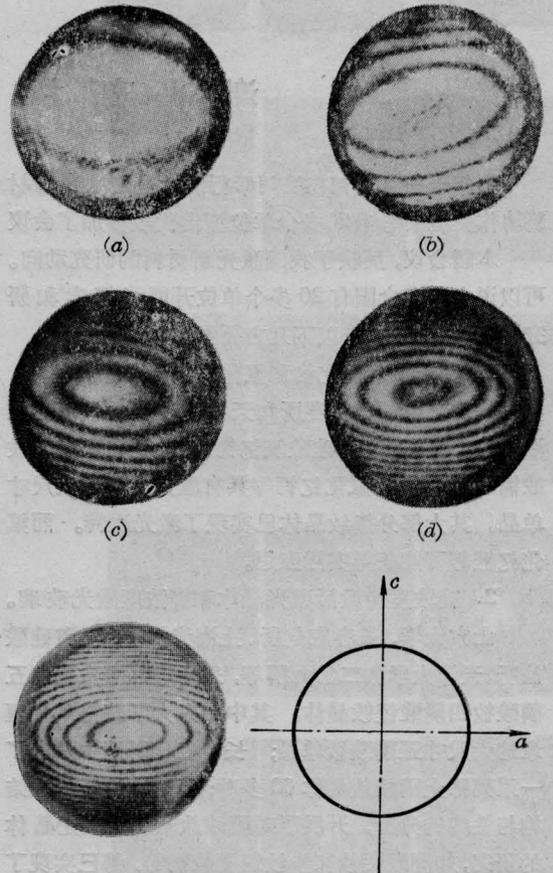
式右端取不同的数值。这就说明了实验观察到的现象。 P 增大时, 向 a 对称轴过渡, 说明 A 和 C 是同号的。

对于 B 轴取向的 YAP 棒, 类似地可以得到等色线的方程为

$$A'x^2 + B'z^2 = C' + \frac{1}{P} \left(n_x - n_z - \frac{\lambda}{\pi l} \Gamma \right) \quad (23)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A' &\equiv \frac{1}{4k} \cdot \frac{d(n_x - n_z)}{dT} + \frac{\alpha E n^3}{32k(1-\nu)} \\ &\quad \cdot (\pi_{11} + 4\pi_{12} + 3\pi_{13} - \pi_{31} \\ &\quad - 4\pi_{32} - 3\pi_{33}) \\ B' &\equiv \frac{1}{4k} \cdot \frac{d(n_x - n_z)}{dT} + \frac{\alpha E n^3}{32k(1-\nu)} \\ &\quad \cdot (3\pi_{11} + 4\pi_{12} + \pi_{13} - 3\pi_{31} \\ &\quad - 4\pi_{32} - \pi_{33}) \\ C' &\equiv \left(\frac{a}{2h} + \frac{a^2}{4k} \right) \frac{d(n_x - n_y)}{dT} \\ &\quad + \alpha(n_x - n_z) \left(\frac{a}{2h} + \frac{a^2}{8k} \right) \\ &\quad + \frac{\alpha E n^3}{32k(1-\nu)} (\pi_{11} + 2\pi_{12} \\ &\quad + \pi_{13} - \pi_{31} - 2\pi_{32} - \pi_{33}) a^2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$



(f) 晶轴的方向

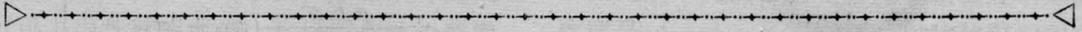
图7 b轴棒的正交偏光干涉花样

输入功率 (a) 0.5 千瓦 (b) 1.0 千瓦 (c) 1.5 千瓦;
(d) 2.0 千瓦 (e) 2.5 千瓦

实验观察到的 b 轴棒正交偏光干涉图形如图 7 所示。等色线是长短轴分别在 a 、 b 轴的椭圆。当 P 增加时, 条纹自中心冒出, 然后向周围扩大。

图 7 的椭圆说明, A' 、 B' 和 C' 是同号的。当 P 增加到 (23) 式右端等于零时, 开始出现条纹, P 再增加时 (23) 式等号右端开始和 A' 、 B' 同号, 出现了椭圆, 椭圆的长短轴之比为

$$(x_{\max}/z_{\max}) = (B'/A')^{1/2} \quad (25)$$



简讯

激光新材料研究动向

去年十一月中旬在厦门举行的“全国激光新材料协作交流会”, 有 20 多个单位派出代表参加了会议。本届会议, 反映了我国激光新材料的研究动向。可以说十年来全国有 20 多个单位开展了探索和研究的工作, 大体沿着以下几方面发展。

1. 稀土掺杂氧化物和氟化物激光晶体。

华北光电所、物理所和天津硅酸盐所等用提拉法生长出氟磷酸钙、硅酸氧钇钙、钼酸钷、钷酸钷、铍酸钷、氟化钷铷、氟化钷钙等具有激光质量的大尺寸单晶。其大部分掺钷晶体已实现了激光运转。而氟化钷铷等可能获得实际应用。

2. 高浓度自激活激光晶体和高浓度激光玻璃。

山东大学、长春应化所、上海光机所、上海硅酸盐所、天津大学和二〇九所等, 采用熔盐法生长出五磷酸钷四磷酸钷晶体。其中山东大学获得 3.7 厘米的大尺寸五磷酸钷单晶; 长春应化所还生长出了一系列稀土磷酸盐晶体 60 多种; 福建物构所通过结构与性能的分析, 开展了对硼酸盐系统的激光晶体的研究, 如硼酸铝钷和掺钷偏硼酸钷等, 都已实现了激光运转。

北京人工晶体研究所研制的五磷酸钷激光玻璃, 已获得 $\phi 20 \times 120$ 毫米的棒, 经测试其激光效率的动静比达 1:1.3 (优于 Nd:YAG 的 1:3), 有可能

由图可知 $|B'| > |A'|$ 。

本所 YAP 晶体组提供了实验所用的 YAP 棒, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] W. Koechner, D. K. Rice; *JOSA*, 1971, **61**, 758; J. D. Foster, L. M. Osterink; *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, 3656; 上海光机所激光晶体组, 《物理学报》, 1977, **26**, 93.
- [2] J. Weber, AD718980.
- [3] J. D. Foster, L. M. Osterink; *Appl. Opt.*, 1968, **7**, 2428.

直接应用于激光测距方面。

3. 色心激光晶体。

物理所、地质所、北京玻璃所和广州电子技术所合作对 $\text{GaF}_2:\text{Nd}$ 、 $\text{CaF}:\text{Li}$ 、 LiF 、 NaF 、 KF 等各种色心晶体进行了研究, LiF 已实现在室温下的激光运转。长春光机所、上海交通大学、华侨大学、四川自贡化工研究所, 也在开展色心晶体的研究。由于色心激光是可获得从可见到近红外波段可调谐的固体激光, 近来发展迅速, 因此对于机理研究、发光稳定性, 低温及室温可调激光器件及应用等一系列问题, 尚待统一规划加强协作与分工。

4. 过渡金属激活离子激光晶体。

这类激活离子能在三种能级模型产生激光, 其中具有电子振动声子边带跃迁的宽带光谱, 显示了引人注目的高功率可调谐的激光特性, 许多单位正在酝酿开展研究工作, 预计近几年将会出现这类材料的晶体生长和可调激光器的基础性研究工作。

与会者一致肯定了我国激光新材料研究工作在材料合成、晶体生长、光谱及物化性能分析、测试、激光性能研究和理论探索方面所做的工作。在发展激光新材料中, 各单位今后将侧重基础研究和工艺技术的提高, 以己之长, 促进协作, 可望获得更新的进展。

(纪 钟)