

Nd:YAG 中热透镜效应与棒轴取向的关系

周良智 张珊珊 张守都

(中国科学院上海光机所)

提要: 我们对几种棒轴方向的热透镜效应进行了计算。由于[001]棒和[211]棒热应变光弹效应引起的折射率变化和折射率主轴与坐标系的夹角有关, 所以这二种方向的双焦距与[111]棒不同, 前者是角度的函数, 后者与角度无关。实验测定了有效热焦距与输入功率的关系, 与理论分析符合较好。

Relation between thermal lens effect and rod-axis orientations in Nd:YAG

Zhou Liangzhi Zhang Shanshan Zhang Shoudu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Thermal lens effect was calculated for several rod-axis orientations. Due to the thermal strain photoelastic effect, there is a change of refractive indices in the [001] and the [211] rods. The change depends on the angles between the main axis of refractive index and the coordinate system. The thermally induced bifocus in these two directions is different from that of [111] rods. The former is a function of the angles, whereas the latter is not dependent on the angles. Relation between effective thermal focal length and input power measured experimentally are in good agreement with theory.

一、理 论

对 Nd:YAG 晶体中的热透镜效应已有不少论述^[1~3]。但是, 所有的理论计算和实验结果都是采用 [111] 棒来完成的。对其它棒轴方向, 这些理论和实验结果并非完全适用。我们在热双折射研究的基础上, 考虑到 YAG 晶体光弹张量的各向异性, 因而折射率主轴不能是轴对称分布的。热双折射依赖于角度, 这是除 [111] 棒以外的其它棒轴的共同特征。由于热双聚焦特性与双折射有关, 可以想象, 这几种方向的焦距也将与 [111] 棒有

所区别。

因为光泵过程和材料的无辐射跃迁都会产生大量的热, 因此产生了径向分布的热梯度, 棒中的温度分布为

$$T(r) = T_0 - \eta P_{in} r^2 / 4K\pi L r_0^2 \quad (1)$$

式中 T_0 是棒中心的温度; η 是热交换系数; P_{in} 是灯的输入功率; K 是热导率; L 是棒长; r_0 是棒的半径。

抛物线型的径向温升, 引起折射率的径向变化为

$$n(r) = n_0 + \Delta n(r)_T + \Delta n(r)_E \quad (2)$$

式中 n_0 是棒中心的折射率; $\Delta n(r)_T$ 和 $\Delta n(r)_E$

收稿日期: 1980年1月22日。

分别是与温度和应力有关的折射率变化。其中

$$\Delta n(r)_T = C \frac{r^2}{r_0^2} = -\frac{\eta P_{in}}{4\pi K L} \frac{\delta n}{\delta T} \frac{r^2}{r_0^2} \quad (3)$$

由(3)式看到,与温度有关的折射率变化和棒轴方向无关,它是输入功率的函数。由应力(通过光弹效应)引起的折射率变化,可由光率体方程导出,它与棒轴方向有关。对[001]棒,光弹效应引起的折射率变化,在主折射率方向分别为

$$\Delta n_\rho(r) = n_0^3 S' \left(Q + C_\rho \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (4)$$

$$\Delta n_\tau(r) = n_0^3 S' \left(Q + C_\tau \frac{r^2}{r_0^2} \right)$$

式中

$$Q = \frac{1}{2} [(1-3\nu)P_{11} + (3-5\nu)P_{12}] \quad (5)$$

$$C_{\rho, \tau} = -[(1-3\nu)P_{11} + (3-5\nu)P_{12}]$$

$$\mp \frac{1}{2} (1+\nu) [(P_{11} - P_{12})^2 \cos^2 2\phi + 4P_{44}^2 \sin^2 2\phi]^{1/2} \quad (6)$$

$$S' = \alpha \eta P_{in} / 16(1-\nu) K \pi L \quad (7)$$

ν 为泊松比。

将(3)、(4)式代入(2)式中,可得到 ρ 、 τ 方向的折射率

$$n_\rho(r) = n_0 + C \frac{r^2}{r_0^2} + n_0^3 S' \left(Q + C_\rho \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (8)$$

$$n_\tau(r) = n_0 + C \frac{r^2}{r_0^2} + n_0^3 S' \left(Q + C_\tau \frac{r^2}{r_0^2} \right)$$

双折射为

$$\begin{aligned} \Delta n_{\rho, \tau}(r) &= \Delta n_\rho(r) - \Delta n_\tau(r) \\ &= n_0^3 S' (C_\rho - C_\tau) \frac{r^2}{r_0^2} \quad (9) \end{aligned}$$

可以看到,光弹效应引起的折射率变化与光的偏振有关,折射率与半径呈抛物线函数关系。光波的主折射方向发生的变化有所不同,表明入射到晶体上的一列光波是聚焦在两个不同的焦点上,这与[111]棒是相同的;不同的是[001]棒的双折射 $\Delta n_{\rho, \tau}(r)$ 通过 C_ρ 和 C_τ 与角度 ϕ (主方向与坐标系的夹角,见图1)有关。因而,由 ρ 、 τ 偏振所产生的焦距(双焦距)也将与角度 ϕ 有关。

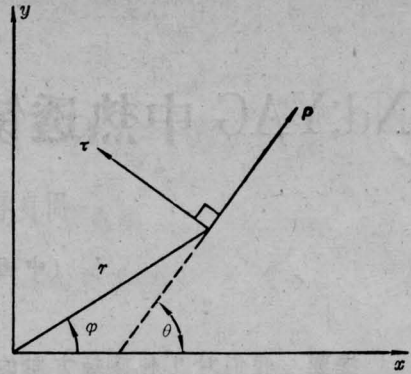


图1 主折射率方向与坐标系的关系

由于YAG晶体的不均匀性,激光棒中的聚焦问题可以作为一类透镜介质来处理^[4]。对一个类透镜介质,近光轴的折射率变化是离光轴距离 r 的二次函数,写为

$$n(r) = n'_0 \left(1 - 2 \frac{r^2}{b^2} \right) \quad (10)$$

式中 $n'_0 = n_0 + C \approx n_0$, b 是表示折射率变化的量。长度为 L 的类透镜介质的焦距为

$$f = b(2n'_0 \sin 2L/b)^{-1} \quad (11)$$

将(8)式和(10)式加以比较得到

$$b^2 = \frac{8K\pi L n_0 r_0^2}{\eta P_{in}} \left[\frac{\delta n}{\delta T} - \frac{n_0^3 \alpha C_{\rho, \tau}}{4(1-\nu)} \right]^{-1} \quad (12)$$

由于 $2L \ll b$, $\sin(2L/b) \approx 2L/b$, 且 $n'_0 \approx n_0$

所以,

$$f = b^2 / 4n_0 L \quad (13)$$

如果忽略棒的端面效应,将(12)式代入(13)式,可以得到与 ρ 、 τ 偏振有关的双焦距

$$f_{\rho, \tau} = \frac{2K\pi r_0^2}{\eta P_{in}} \left[\frac{\delta n}{\delta T} - \frac{n_0^3 \alpha C_{\rho, \tau}}{4(1-\nu)} \right]^{-1} \quad (14)$$

实际测量的有效热焦距的理论值为

$$\begin{aligned} f &= \frac{f_\rho + f_\tau}{2} \\ &= \frac{2K\pi r_0^2}{\eta P_{in}} \left[\frac{\delta n}{\delta T} - \frac{n_0^3 \alpha (C_\rho + C_\tau)}{8(1-\nu)} \right]^{-1} \quad (15) \end{aligned}$$

上式中第一项(折射率温度梯度对热焦距的贡献)与[111]棒相同,第二项(应力的贡献)则与[111]棒不同^[4]。

对一根 $\phi 6.4 \times 114$ 毫米的[001]棒,代入YAG的有关数值,则

$$f = 1.865 \times 10^3 r_0^2 / P_{in} = \frac{1.91}{P_{in}} (m) \quad (16)$$

对[211]棒可进行类似的计算, 它的热透镜效应与[001]略有不同。

[211]棒 ρ 、 τ 方向的折射率变化为

$$\begin{aligned} \Delta n_\rho(r) &\approx n_0^3 S' \left(Q_1 + C_\rho \frac{r^2}{r_0^2} \right) \\ \Delta n_\tau(r) &\approx n_0^3 S' \left(Q_2 + C_\tau \frac{r^2}{r_0^2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} Q_1 &\approx 0.0239; \quad Q_2 \approx 0.0145; \\ C_\rho &\approx -(0.0472 + 0.08 \cos 2\varphi); \\ C_\tau &\approx -(0.0288 - 0.07 \cos 2\varphi) \end{aligned}$$

双折射为

$$\begin{aligned} \Delta n_{\rho, \tau} &= \Delta n_\rho(r) - \Delta n_\tau(r) \\ &= n_0^3 S' \left[(Q_1 - Q_2) + (C_\rho - C_\tau) \frac{r^2}{r_0^2} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

与[001]棒不同, [211]棒的双折射含有常数项。[211]棒的双焦距 $f_{\rho, \tau}$ 和有效热焦距 f 与[001]棒有相同形式, 不同的是 $f_{\rho, \tau}$ 和 f 皆与角度有关。但计算表明, 由于 C_ρ 和 C_τ 中所含角度项符号相反, 总的角度项数值较小, 因而实际测量中可以略去角度项的贡献。

二、实 验

测量有效焦距的实验装置如图 2 所示。

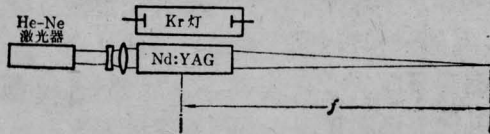


图 2 测量有效热焦距的实验装置

对一根 $\phi 6.4 \times 114$ 毫米的 [001] 棒进行了测试。实验测定的热焦距与输入功率的关系与根据 (16) 式得到的理论值基本相符 (见图 3)。由图 3 可见, 当输入功率较高时, 理论值与实验值符合得更好一些。

对一根 $\phi 5.4 \times 94$ 毫米的 [211] 棒测得的有效热焦距示于图 4。图 4 中的理论值是

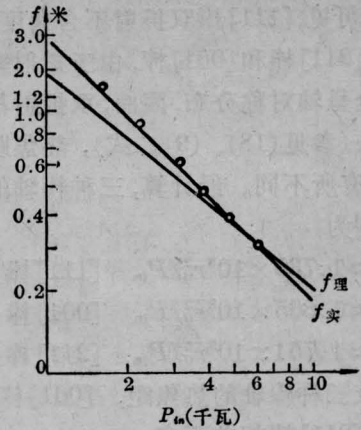


图 3 [001]棒的热焦距
圆圈表示实验值; 直线为理论值

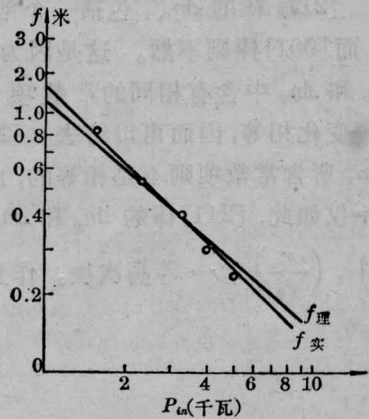


图 4 [211]棒的热焦距
圆圈表示实验值; 直线为理论值

根据公式

$$f \approx 1.75 \times 10^3 r_0^2 / P_{in} \approx \frac{1.28}{P_{in}} (m) \quad (19)$$

来计算的 (忽略端面和角度的影响) 理论值与实验值也是基本符合的。

三、讨 论

1. 由上述分析可以看到, 对 [111] 方向, 由于折射率主轴呈轴对称分布, 主轴方向就是径向分量 r 和切向分量 θ , 双折射与角度无关。由

$$n_{y^*} - n_{x^*} = 4.6 \times 10^{-9} P_{in} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \quad (20)^*$$

* 根据文献 [2], 式中 x^* 、 y^* 即为折射率椭球的径向和切向分量。

(20)式中可见,[111]棒双折射不含角度。项但是,对于[211]棒和[001]棒,由于折射率主轴并非完全呈轴对称分布,因而,双折射都将与角度有关(参见(18)、(9)二式),热焦距亦与[111]棒有所不同。经计算,三种棒轴的有效焦距分别为

$$f \approx 1.735 \times 10^3 r_0^2 / P_{in} \quad [111] \text{ 棒}$$

$$f \approx 1.865 \times 10^3 r_0^2 / P_{in} \quad [001] \text{ 棒}$$

$$f \approx 1.754 \times 10^3 r_0^2 / P_{in} \quad [211] \text{ 棒}$$

比较三种棒轴的热焦距,[001]棒略好,[111]与[211]棒相差不多。

2. [211]棒与[001]棒的热焦距也有所不同。[211]棒的 $\Delta n_{\rho, \tau}$ 包括一个常数项 $Q_1 - Q_2$,而[001]棒则不然。这是因为[001]棒的 Δn_{ρ} 和 Δn_{τ} 中含有相同的常数项 Q ,引起的光程变化相等,因而可以略去。[211]棒 Δn_{ρ} 和 Δn_{τ} 所含常数项则不是相等的,也不能略去。不仅如此,[211]棒的 Δn_{ρ} 和 Δn_{τ} 还含有 $\left(\frac{r}{r_0}\right)^4, \left(\frac{r}{r_0}\right)^6, \dots$ 等高次项。作为类透

镜介质处理,我们略去了高次项(仅取泰勒展开式的前二项),这些高次项将产生象差。

3. 在计算[211]棒的热焦距时,虽然 f 与角度 φ 有关,但实际工作中可以略去角度项的贡献。计算表明,当角度项具有最大值时, $\cos 2\varphi = \pm 1$,所引起的焦距变化在1%以下,这在实际测量中,特别是在较低功率下,由于热焦距腰身较长,很难精确测量的情况下,是完全可以的。

在此对叶碧青同志在实验工作中给予的大力协助和沈霞云同志参加的实验工作表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Foster J. D., Ostering L. M.; *J. Appl. Phys.*, 1970, **41**, 3656~3663.
- [2] Koechner W., Rice D.; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1970, **QE-6**, 557~562.
- [3] Koechner W.; *Appl. Opt.*, 1970, **9**, 2548.
- [4] Kogelnik H.; *Bell. Syst. Tech. J.*, 1965, **44**, 455.