用计算全息方法制作的空间滤波器

叶权书　高文琦　何永蓉

（南京大学物理系）

提要：本文介绍几种用计算全息方法制作的空间滤波器，这些空间滤波器用作图象的反差倒转和微分处理，文中讨论了它们的特性并附实验结果。

Fabrication of spatial filter by method of computing holography

Ye Quanshu　Gao Wenqi　He Yunrong

(*Department of Physics, Nanjing University*)

Abstract: In this article several kinds of spatial filters fabricated by the method of computer hologram are introduced. These spatial filters are used in contrast inversion and differential processing of image. Their characteristics are discussed with additive experimental results.

空间滤波器是光信息处理的关键元件，制作空间滤波器有许多方法[1]，其中计算全息方法[2]因其灵活性强而具有特别的地位，下面介绍我们用计算全息方法制作的几种空间滤波器。

一、基本原理

光信息处理的目的就是对输入图象 $f(x, y)$ 进行各种预定的处理。这种处理的步骤可用下式表示

$$F'(f_x, f_y)=F(f_x, f_y)\cdot H(f_x, f_y) \quad (1)$$

式中 $F(f_x, f_y)$ 为光处理器输入图象 $f(x, y)$ 的空间频谱，$F'(f_x, f_y)$ 为光处理器输出图象的空间频谱，$H(f_x, f_y)$ 为光处理器的滤波函数，视所需处理的类型而定，在光处理器中是预先作好的。f_x、f_y 为空间频率。

通常不是已知 $H(f_x, f_y)$，而是已知脉冲响应 $h(x'', y'')$，这时只要对 $h(x'', y'')$ 取样，用计算机即可算出其频谱 $H(f_x, f_y)$，根据滤波函数 $H(f_x, f_y)$ 就可以用计算全息方法制作空间滤波器，这种灵活性使计算全息方法比其他方法优越。我们制作空间滤波器采用的是二元计算全息中的迂回位相法[3]，现简单介绍如下。

$H(f_x, f_y)$ 一般是复函数，由计算机算得的 H 值，不但有振幅而且有位相，各 H 值可用对应该 H 值位置处的开孔表示，开孔的大小正比于振幅，开孔的位置由位相决定。在衍射光栅中二相邻狭缝到衍射一级象的光程差为一个波长(λ)，在迂回位相法中，也采用了同样的概念。不同的是，首先将滤波平面分成很多小单元，每二个小单元对一级衍射象来讲其间光程差为一个波长(λ)，位相差为 2π，见图1。如 A、B 为二小单元的边缘，A、B 二点到一级衍射象的光程差为 λ，位相差为 2π。至于小单元中间的点 C 与 B 点到

收稿日期：1979年7月30日。

一级象的光程差为 $CB\cdot(\lambda/AB)$，位相差为 $2\pi\cdot(CB/AB)$。所以对一级衍射象而言，每一小单元中各点相应有从 0 到 2π 的不同位相，所以移动开口在小单元的位置就相当有不同的位相。

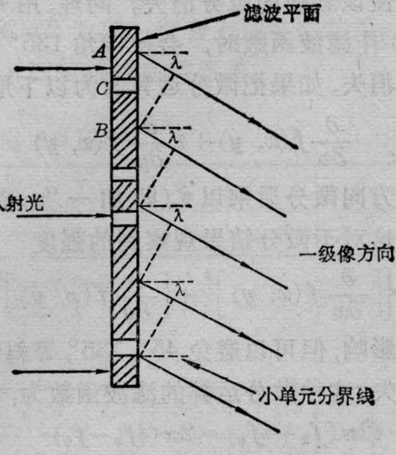


图 1

二、几种具体的滤波器

1. 图象的反差倒转

所谓反差倒转，即黑白图象的黑(暗)的部分变白(亮)，白(亮)的部分变黑(暗)。如果把图象的黑白部分用二元 (0 表示暗，1 表示亮) 编码，见图 2，那么只要对图象作如下处理——整个图象加一 (-1) 的振幅 (见图 3)，从强度看整个图象就反差倒转了，见图 4，5 (图 4 对应于图 2，图 5 对应于图 3)。

图 2

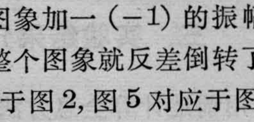


图 3

图 4

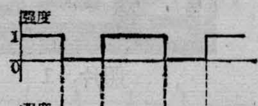
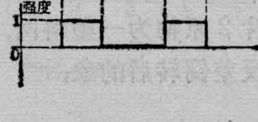


图 5



由于 (-1) 的傅氏变换为负 δ 函数，即

$$(-1)\overset{F.T.}{\sqsupset}-\delta(f_x,\ f_y)=\delta(f_x,\ f_y)e^{i\pi} \tag{2}$$

在频域内相当于加一 $\delta(f_x,\ f_y)e^{i\pi}$ 形式的频谱，也就是在点 $(f_x=0,\ f_y=0)$ 处加一个位相为 π 的亮点。

也可这样看：由于 $F(f_x,\ f_y)$ 是图象 $f(x,\ y)$ 的傅氏变换，

$$F(f_x,\ f_y)=\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,\ y)e^{i2\pi(f_x x+f_y y)}dx\,dy \tag{3}$$

未处理前频率平面原点 $(f_x=0,\ f_y=0)$ 处的值 $F(0,\ 0)$ 等于原来图象 $f(x,\ y)$ 的平均值

$$F(0,\ 0)=\iint_{-\infty}^{\infty} f(x,\ y)dx\,dy \tag{4}$$

特别是当图象 $f(x,\ y)$ 为实函数时，$F(0,\ 0)$ 即图象各点振幅的平均值 (相当于直流成份)，处理后频率平面原点处振幅 $F(0,\ 0)$ 应等于反转后图象振幅 (原来图象全面加“-1”) 的平均值，它肯定是一负值。

国内有些光学教科书认为把频率平面原点处振幅降为零(所谓去零级)即可达到反差倒转的目的。实际上这样作只相当于去直流成份(如图 6)，并未真正使反差倒转。

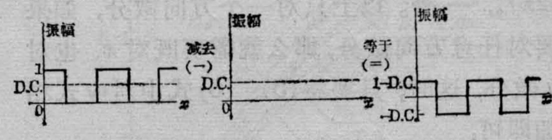


图 6

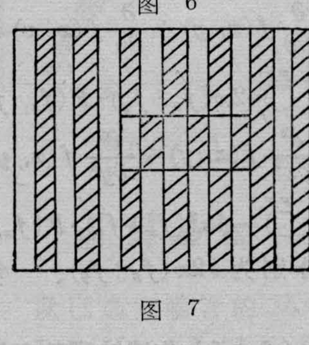


图 7

我们的方法是在频率平面原点处开一小方孔，用迂回位相法使其具有 π 的位相，也就

是使其错位半个小单元间距(如图7)。显然，如果不错位，此计算全息图相当于一正常光栅，在衍射一级处所成象并未受到处理，错位后出现位相为 π，振幅与开孔大小成正比的零频(直流成份)，从而达到反差倒转的目的。

2. 图象的微分运算

如果图象 $f(x, y)$ 的频谱为 $F(f_x, f_y)$，那么对图象进行 x 方向或 y 方向的一次微分后的频谱即为“$i2\pi f_x F(f_x, f_y)$”或“$i2\pi f_y F(f_x, f_y)$”，用公式表示，即

$$f(x, y) \overset{F.T.}{\supset} F(f_x, f_y)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \overset{F.T.}{\supset} i2\pi f_x \cdot F(f_x, f_y)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \overset{F.T.}{\supset} i2\pi f_y \cdot F(f_y, f_x)$$

同理，对 x 方向或 y 方向的二次微分后的频谱即为“$-4\pi^2 f_x^2 F(f_x, f_y)$”或“$-4\pi^2 f_y^2 F(f_x, f_y)$”，用公式表示，即

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) \overset{F.T.}{\supset} (i2\pi f_x)^2 F(f_x, f_y) \\ &= -4\pi^2 f_x^2 F(f_x, f_y) \\ &\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y) \overset{F.T.}{\supset} (i2\pi f_y)^2 F(f_x, f_y) \\ &= -4\pi^2 f_y^2 F(f_x, f_y) \end{aligned} \qquad (6)$$

与(1)式比较，可见滤波函数分别为：$i2\pi f_x$，$i2\pi f_y$，… 等。以上只对一个方向微分，如果要对任意方向微分，那么就需要既对 x，也对 y 微分，这时，只要将(5)、(6)式中对应式相加即可：

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) + \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \\ &\overset{F.T.}{\supset} i2\pi (f_x + f_y) \cdot F(f_x, f_y) \\ &\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y) \\ &\overset{F.T.}{\supset} -4\pi^2 (f_x^2 + f_y^2) \cdot F(f_x, f_y) \end{aligned} \qquad (7)$$

滤波函数分别为 $i2\pi(f_x+f_y)$、$-4\pi^2(f_x^2+f_y^2)$。

用 $i2\pi(f_x+f_y)$ 作滤波函数会使图象中倾角 45° 的斜线微分消失，例如图8中，有一倾角为 45° 的明暗分界线，在此斜线上

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) > 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) < 0,$$

因此有可能使

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) + \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = 0$$

从而使该斜线的微分消失。同理，用 $i2\pi(f_x - f_y)$ 作滤波函数时，会使倾角 135° 斜线的微分消失，如果把微分运算改为以下形式：

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) + i\frac{\partial}{\partial y} f(x, y)$$

即 y 方向微分后乘以 i（即加一“$\pi/2$”的位相)，这对于微分结果观察到的强度

$$\left\{\left[\frac{\partial}{\partial x} f(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial y} f(x, y)\right]^2\right\}$$

并无影响，但可以避免 45°、135° 等斜线的微分消失，这种微分运算的滤波函数为：

$$i2\pi(f_x + if_y) = 2\pi(if_x - f_y) \qquad (8)$$ [4]。

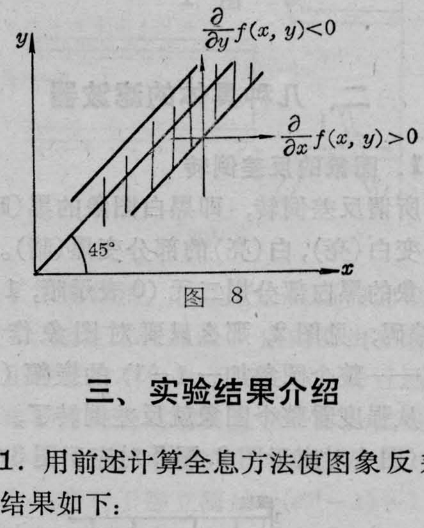
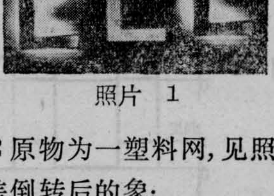


图 8

三、实验结果介绍

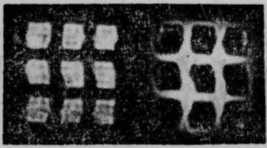
1. 用前述计算全息方法使图象反差倒转的结果如下：

照片1原物为字母“C”，照片中的中间象即原物的象，旁边两个象即处理后(反差倒转)的 ±1 级象；



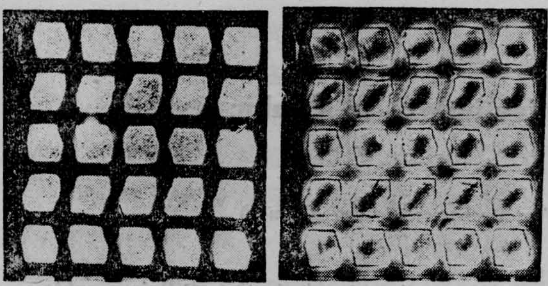
照片 1

照片2原物为一塑料网，见照片左面，右面即为反差倒转后的象；



照片 2

照片 3 为去零级（直流成份）的照片，左面为一塑料网格，右面为去零级的照片。此组照片经常出现在各类教科书中。与照片 2 相比，去零级和反差倒转是明显不同的。



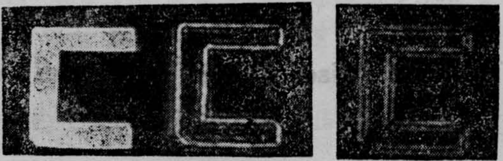
(a)　　(b)

照片 3

2．照片 4 为沿 x 方向一次微分所得结果，照片中部为未微分的“C”字，两边为“C”沿 x 方向一次微分的结果。

3．照片 5 为同时沿 x、y 方向微分所得结果，照片最左面为原物“C”，中间为采用 (8) 式滤波函数的一次微分结果，右边为二次微分结果，滤波函数采用与 (7) 式相似的形式，注意 45°、135° 斜线消失情况。在实验中，经过适当的数据处理，使制成的滤波器能一次完成二种微分处理，即一级象进行一次二维微分，二级象进行二次二维微分。

照片 4



照片 5

参 考 文 献

[1] J. Goodman; Introduction to Fourier Optics (McGraw-Hill, New York 1968).

[2] B. R. Brown, A. W. Lohmann; *Appl. Opt.*, 1966, **5**, 967.

[3] A. W. Lohmann, D. P. Paris; *Appl. Opt.*, 1968, **7**, 651.

[4] E. R. Reinhardt, W. H. Bloss; *Opt. Eng.*, 1978, **17**, 69.