

光学系统的衍射积分及其应用

范 滇 元

(中国科学院上海光机所)

提要: 对复杂光学系统证明了光线矩阵元表达的衍射积分是旁轴波动方程的准确解。将其应用于高斯光束和谐振腔模式的研究,取得若干新的结果。

Diffraction integration of optical systems and its applications

Fan Dianyuan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: It is proved in a complicated optical system that the diffraction integration in terms of ray matrix element is the right solution for paraxial equation. This is used to investigate Gaussian beam and resonator modes and some new results have been obtained.

一、光学系统的衍射积分

这里所说的光学系统不仅包含常规光学元件,而且还有折射率和增益二次型分布的介质,透过率为高斯函数的“高斯光阑”以及反射率为高斯函数的“高斯反射镜”等。对于这种系统,经典的菲涅耳衍射公式不能直接应用。但是,按照 Collins^[1]的方法能够导出一个普遍适用的

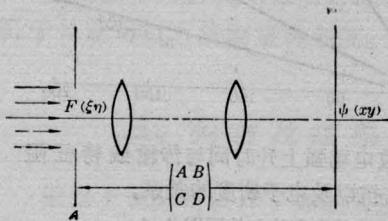


图1 光束通过光学系统的衍射

衍射积分。如图1,当衍射空间包含光学系统时,我们仍然确认惠更斯二次子波的概念是正确的,只是子波的形式不再是均匀球面波,而应修改为: $E_0 e^{jk_0 \Phi(\xi, \eta; x, y)}$ 。 Φ 是从场源点 (ξ, η) 到观察点 (x, y) 的程函, E_0 是幅度, k_0 是真空中波数。衍射场 $\psi(x, y)$ 则是所有子波迭加的结果:

$$\psi(x, y) = \iint_{\Sigma} F(\xi, \eta) \cdot E_0 e^{jk_0 \Phi(\xi, \eta; x, y)} d\xi d\eta.$$

严格说来 E_0 、 Φ 满足广义程函方程^[2],但在几何光学近似下可以很大的简化并求出解析解:

$$\Phi(\xi, \eta; x, y) = S_0 + \frac{1}{2B} [A(\xi^2 + \eta^2) - 2(\xi x + \eta y) + D(x^2 + y^2)], \quad E_0 = -j/\lambda_0 B.$$

式中 $ABCD$ 是传输系统的总光线矩阵元, S_0 是沿中心轴的光程。所以衍射积分具有下述形式:

收稿日期: 1979年5月14日。

$$\psi(xy) = -\frac{j}{\lambda_0 B} e^{jk_0 s_0} \iint_{\mathcal{A}} F(\xi\eta) e^{\frac{jk_0}{2B} [A(\xi^2 + \eta^2) - 2(\xi x + \eta y) + D(x^2 + y^2)]} d\xi d\eta. \quad (1)$$

在轴对称系统中化为:

$$\psi(r) = -j \frac{2\sigma\tau}{\lambda_0 B} e^{jk_0 (s_0 + \frac{\tau}{2B} r^2)} \int_0^\infty F(\rho) e^{\frac{jk_0 A}{2B} \rho^2} J_0(k_0 \rho r / B) \rho d\rho. \quad (1)'$$

下面将证明, 上述衍射积分是旁轴波动方程的准确解, 而且可推广到 $ABCD$ 是复数的情况, 因而普遍适用于复杂光学系统。

首先考虑介质连续分布的情况。典型代表是“复数类透镜介质”, 它的折射率和增益(或损耗)均为二次型分布, 并由下列复折射率描述:

$$n = n_0 - \frac{n_2}{2} r^2.$$

此时, 光线矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{\frac{n_2}{n_0}} Z & \frac{1}{\sqrt{n_0 n_2}} \sin\sqrt{\frac{n_2}{n_0}} Z \\ -\sqrt{n_0 n_2} \sin\sqrt{\frac{n_2}{n_0}} Z & \cos\sqrt{\frac{n_2}{n_0}} Z \end{pmatrix}, \quad (2)$$

将它代入衍射积分, 不难验证(1)'式恰好是下列波动方程的积分解:

$$\nabla_1^2 \psi + 2jk_0 n_0 \frac{\partial \psi}{\partial Z} - k_0^2 n_0 n_2 r^2 \psi = 0.$$

均匀介质中的菲涅耳近场衍射是这里的特例。

对包含离散光学元件的系统, 情况要复杂一些。由于存在介质分界面, 对波动方程来讲需要分区考虑边界条件问题。但是, 对积分表达式(1)来讲, 已隐含了场分量连续性的要求, 边界条件将自动满足。下面以包含单个离散元件的系统为例进行讨论。

元件的边界条件就是它的透过率, 我们假定为:

$$T(xy) = e^{-jk_0(x^2 + y^2)/2F},$$

其中 F 可以是实数、虚数和复数, 分别对应于薄透镜、高斯光阑和高斯反射镜。它离入射面的距离为 d_1 , 离观察面 d_2 , 如图 2。

从入射面到元件前表面以及从后表面到观察面都是自由空间, 前已证明波动方程的积分解为:

$$\psi_1(x_1 y_1) = -\frac{j}{\lambda_0 d_1} \iint_{\mathcal{A}} \psi_0(\xi\eta) e^{\frac{jk_0}{2d_1} [(\xi^2 + \eta^2) - 2(\xi x_1 + \eta y_1) + (x_1^2 + y_1^2)]} d\xi d\eta,$$

$$\psi_2(xy) = -\frac{j}{\lambda_0 d_2} \iint_{\mathcal{B}} \psi'_1(x_1 y_1) e^{\frac{jk_0}{2d_2} [(x_1^2 + y_1^2) - 2(x_1 x + y_1 y) + (x^2 + y^2)]} dx_1 dy_1,$$

考虑到 $\psi'_1(x_1 y_1) = T(x_1 y_1) \cdot \psi_1(x_1 y_1)$, 可得到衍射场 ψ_2 和入射场 ψ_0 之间的直接关系:

$$\begin{aligned} \psi_2(xy) = & \left(\frac{-j}{\lambda_0}\right)^2 \frac{1}{d_1 d_2} \iint_{\mathcal{A}} \iint_{\mathcal{B}} \exp jk_0 \left[\left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} - \frac{1}{F}\right) \frac{x_1^2 + y_1^2}{2} - \left(\frac{\xi}{d_1} + \frac{\sigma}{d_2}\right) x_1 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\eta}{d_1} + \frac{y}{d_2}\right) y_1 \right] \psi_0(\xi\eta) e^{\frac{jk_0}{2d_1} (\xi^2 + \eta^2) + \frac{jk_0}{2d_2} (x^2 + y^2)} d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3)$$

当元件的孔径 \mathcal{B} 对光束不构成有效光阑时, 可认为积分限扩展到无穷。利用泊松公式求得:

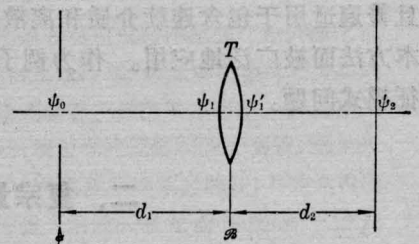


图 2 包含单个元件的光学系统

$$\iint_{\Sigma} (\dots) dx_1 dy_1 = \frac{j\lambda_0 d_1 d_2}{d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}} \exp \left\{ \frac{-jk_0}{2 \left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right)} \left[\frac{d_2}{d_1} (\xi^2 + \eta^2) + 2(\xi x + \eta y) + \frac{d_1}{d_2} (x^2 + y^2) \right] \right\},$$

代入(3)式,并将结果写成(1)的形式,我们发现对应的系数为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - d_2/F & d_1 + d_2 - d_1 d_2/F \\ -1/F & 1 - d_1/F \end{pmatrix} \quad (4)$$

恰好是从入射面到观察面的总光线矩阵。这个结论容易推广到包含多个离散元件的系统。

注意到矩阵(4)可分解成三个矩阵的乘积,其中元件本身的贡献为:

$$\begin{pmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/F & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

对于薄透镜, $F=f$, (5)化为通常的透镜矩阵;对于高斯光阑,

$$T(xy) = e^{-(x^2+y^2)/a^2}, \quad F = j \frac{k_0 a^2}{2};$$

对于高斯反射镜,

$$T(xy) = e^{+jk_0(x^2+y^2)/R} e^{-(x^2+y^2)/b^2}, \quad \frac{1}{F} = -\frac{2}{R} - j \frac{2}{k_0 b^2},$$

R 是曲率半径(凸面迎光时为正), a 、 b 是正实数。相应的矩阵表达式和文献[3~5]的结果一致。但是,他们导出和使用这个矩阵的范围限于零阶高斯光束,准确地说,仅对 q 参数的变化起作用。我们这里则是普遍适用的,对光束的函数形式未加限制。元件对光束的影响将通过衍射积分全面地反映出来。这一区别后面还将具体讨论。

综上所述,我们证明了用复数矩阵元表达的衍射积分满足波动方程和相应的边界条件,并且普遍适用于包含连续介质和离散元件的旁轴光学系统。因而可作为分析激光传输问题的基本方法而被广泛地应用。作为例子,下面具体讨论复杂系统中高斯光束的传输和谐振腔的本征模式问题。

二、复宗量高斯光束及广义 ABCD 定律

高斯光束理论对于激光研究起过很大的推动作用。但是,对于前面所说的包含各种类型介质的复杂光学系统,还没有一个满意的统一理论。已有的结果(如文献4~11)大多只适用于各自特定的传输介质或低阶模式,而且处理方法和表达形式也各不相同。本文从矩阵元表达的衍射积分出发,以统一的形式,导出了普遍适用的复宗量高斯模及其传输定律。

为简明起见,考虑轴对称情况。衍射积分(1)'中的入射场函数取下列形式:

$$F(r) = \frac{1}{W_1} L_p(2r^2/W_1^2) e^{jk_0 r^2/2q_1}$$

W_1 是一常数,代表初始光斑半径, q_1 是和 W_1 相关的复曲率半径,即 $1/q_1 = 1/R_1 + j2/RW_1^2$, $L_p(x)$ 是 p 阶拉盖尔多项式。经光学系统传输后,输出场函数为:

$$\psi(r) = -j \frac{2\pi}{\lambda B} e^{jk_0 \frac{D}{2B} r^2} \int_0^\infty \frac{1}{W_1} L_p(2\rho^2/W_1^2) e^{jk_0 \rho^2/2q_1} \cdot e^{jk_0 \frac{A}{2B} \rho^2} J_0(k_0 \rho r/B) \rho d\rho.$$

作变数变换, 令:

$$\xi^2 = 2\rho^2/W_1^2, \quad a^2 = -j \frac{kW_1^2}{2B} (A+B/q_1), \quad b^2 = kW_1/\sqrt{2} B, \quad (6)$$

上式化为:

$$\psi(r) = -j \frac{\pi W_1}{\lambda B} e^{jk \frac{D}{2B} r^2} \int_0^\infty e^{-a^2 \xi^2/2} L_p(\xi^2) J_0(\xi r b) \xi d\xi.$$

为计算式中积分, 我们将 $L_p(\xi^2)$ 展开为 $L_m(a^2 \xi^2)$ 的级数和:

$$L_p(\xi^2) = \sum_{m=0}^p \frac{p!}{(p-m)! m!} \left(\frac{1}{a^2}\right)^p (a^2-1)^{p-m} L_m(a^2 \xi^2), \quad (7)$$

再利用拉盖尔多项式 $L_m(a^2 \xi^2)$ 的贝塞尔变换^[12]:

$$\int_0^\infty e^{-a^2 \xi^2/2} L_m(a^2 \xi^2) J_0(\xi r b) \xi d\xi = \frac{(-1)^m}{a^2} e^{-r^2 b^2/2a^2} L_m(b^2 r^2/a^2), \quad (8)$$

就可得出积分结果。利用(7)式的逆变换, 可进一步把积分结果写成紧凑的解析形式:

$$\int_0^\infty e^{-a^2 \xi^2/2} L_p(\xi^2) J_0(\xi r b) \xi d\xi = \frac{1}{a^2} \left(1 - \frac{2}{a^2}\right)^p L_p\left(-b^2 r^2/a^2 \left(1 - \frac{2}{a^2}\right)\right) e^{-b^2 r^2/2a^2} \quad (9)$$

将 a, b 表达式代入, 得最后结果:

$$\psi(r) = \frac{1}{W_1(A+B/q_1)} L_p(2r^2/W_1^2(A+B/q_1)(A+B/q_1^*)) \left[\frac{A+B/q_1^*}{A+B/q_1}\right]^p e^{jkr^2/2q_2} \quad (10)$$

式中 $1/q_2 = (C+D/q_1)/(A+B/q_1)$ 。这就是复宗量高斯模, 文献中已有的结果均作为特殊情况包括在内。例如:

$ABCD$ 均为实数时, (10)式简化为熟知的实宗量高斯模:

$$\psi(r) = \frac{1}{W_2} L_p(2r^2/W_2^2) e^{-j(2p+1)Ar_0(A+B/q_1)} e^{jkr^2/2q_2}.$$

对复数类透镜介质, (10)式和文献[9]用分离变量法得到的解一致。而且得出了[9]中复系数 $a(Z)$ 、 $P(Z)$ 的解析表达式。文献[13]提出的“广义高斯光束”实质上是本文的复宗量模在自由空间的另一种表达形式。

对高斯光阑及反射镜, q 参数和文献[3~5, 10]的一致。但(10)式还能进一步确定任何高阶模的幅度和位相。

下面对复宗量高斯光束的性质作几点讨论。首先, 它是复杂传输系统的本征模。因为它在传输过程中只有系数 $ABCD$ 发生变化, 函数形状保持不变。但是通常的实宗量高斯光束仅在 $ABCD$ 是实数的系统中才具有这个性质。在一般情况下不能保持为本征模。为了更清楚的说明这一点, 我们利用(7)式, 将 $L_p(2r^2/W_1^2(A+B/q_1)(A+B/q_1^*))$ 展开为实宗量拉盖尔多项式 $L_p(2r^2/W_2^2)$ 的级数和。(10)式化为下述等价的形式:

$$\psi_p(r) = e^{jkr^2/2q_2} \sum_{m=0}^p a_m \cdot \frac{1}{W_2} L_m(2r^2/W_2^2) \quad (11)$$

式中

$$a_m = \frac{p!}{(p-m)! m!} \left[\frac{W_2}{W_1(A+B/q_1)}\right]^{2m+1} \left[\left(\frac{A+B/q_1^*}{A+B/q_1}\right) - \left(\frac{W_2}{W_1(A+B/q_1)}\right)^2\right]^{p-m}.$$

由此可见, 当 $ABCD$ 为复数时, p 阶实宗量模在传输过程中要激发起一系列阶数不大于 p 的杂模, 因而场函数的形状将发生显著的变化。但是, 有两点例外。第一, 指数项上的 q 参数不

论何种情况,都服从相同的 $ABCD$ 定律;第二,对 $p=0$ 的基模,不论何种情况都保持为本征解。这就是某些高斯光束理论只适用于零阶模,而不适用于高阶模的根本原因。如文献[3~5, 8~10, 14]等,尽管研究了增益不均匀性、高斯光阑和高斯反射镜,但只考虑了它们对 q 的影响,没有认识到它们还会使高阶模不再是本征解,从而 q 不再能全面地反映场函数的全部特征。

从上面的讨论可以看到关于 q 的 $ABCD$ 定律已不能完善地描述复宗量高斯模的传输规律,还需要考虑幅度因子和拉盖尔多项式的宗量如何变化。假定在传输系统的截面 1 和 2 处场函数分别为:

$$\begin{aligned}\psi_{p_1} &= S_1 L_p(\alpha_1^2 r^2) e^{jkr^2/2q_1}, \\ \psi_{p_2} &= S_2 L_p(\alpha_2^2 r^2) e^{jkr^2/2q_2}.\end{aligned}$$

那么,可以证明有下列关系:

$$\begin{cases} 1/q_2 = (C + D/q_1) / (A + B/q_1), \\ \alpha_2^2 = jk\alpha_1^2 / (A + B/q_1) [jk(A + B/q_1) + 2B\alpha_1^2], \\ S_2 = \frac{1}{(A + B/q_1)} \left[1 + \frac{2B\alpha_1^2}{jk(A + B/q_1)} \right]^p \cdot S_1 \end{cases} \quad (12)$$

其中 $ABCD$ 是从 1 面到 2 面的光线矩阵元。(12)式就是广义的 $ABCD$ 定律。

最后,我们指出复宗量高斯模象实宗量模一样也构成正交完备系,两者都可以作为正交展开的基底函数。因而,可根据具体问题的方便任选一种。显然,存在增益不均匀介质和光阑时,复宗量模较为方便和简洁。文献[13]就是一个例证。

对直角坐标情况,重复上面的推导可得下列复宗量厄米-高斯模的表达式:

$$\psi_{mn}(xy) = \psi_m(x)\psi_n(y), \quad (13)$$

其中,

$$\begin{aligned}\psi_m(x) &= [1/W_1(A + B/q_1)]^{1/2} H_m(\sqrt{2} x/W_1 \sqrt{(A + B/q_1)(A + B/q_1^*)}) \\ &\times \left[\frac{A + B/q_1^*}{A + B/q_1} \right]^{m/2} e^{jkx^2/2q_1},\end{aligned}$$

$\psi_n(y)$ 具有相似形式。

三、谐振腔模式的普遍解

谐振腔的模式理论中,以非稳腔的几何理论和稳定腔的高斯模理论最为通行。但它们都有一定的局限性,特别是不能很好地解决腔镜或选模小孔引起的有限孔径效应,也不适用于存在增益不均匀介质和高斯光阑的情况。由于本文第一部分证明了矩阵元表达的衍射积分适用于相当普遍的传输系统,所以自然会想到是否能用来处理谐振腔问题。研究表明,用这种方法能够获得本征模的普遍解析解。它以统一的形式描述稳定腔、非稳腔和包含各种介质的复杂腔的本征模式。由于包含高斯光阑的腔可看作是小孔选模腔的一级近似,因而还能用来计算选模能力,并进而研究最佳选模条件。

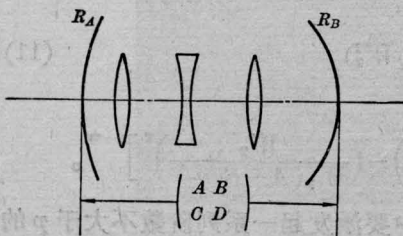


图 3 包含复杂光学系统的谐振腔

考虑一个一般的轴对称腔,如图 3。

本征模满足下列积分方程:

$$\gamma \psi_A(r) = -j \frac{2\pi}{\lambda B} e^{jk \frac{D}{2B} r^2} \int_0^\infty \psi_A(\rho) e^{jk \frac{A}{2B} \rho^2} J_0(k\rho r/B) \rho d\rho, \quad (14)$$

其中 $ABCD$ 是循环一周的光线矩阵元: ($A_0 B_0 C_0 D_0$ 是腔内元件的单程矩阵元)

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_0 & B_0 \\ C_0 & A_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_B & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/R_A & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

γ 是本征值。和以往理论不同处在于允许 $ABCD$ 为复数。

为了求解积分方程(14), 我们取下列形式的复宗量高斯模作为试探解:

$$\psi = L_p(\alpha^2 r^2) e^{jkr^2/2q},$$

代入方程(14)右方, 按广义 $ABCD$ 定律(12), 得循环一周的场:

$$\psi' = S' L_p(\alpha'^2 r^2) e^{jkr^2/2q'}.$$

式中,

$$1/q' = (C + D/q) / (A + B/q),$$

$$\alpha'^2 = jk\alpha^2 / (A + B/q) [jk(A + B/q) + 2B\alpha^2],$$

$$S' = \frac{1}{(A + B/q)} \left[1 + \frac{2B\alpha^2}{jk(A + B/q)} \right]^p.$$

根据自洽条件, ψ' 应是 ψ 的重现, 即:

$$\gamma \psi = \psi',$$

因而下列关系必须被满足:

$$q' = q, \quad \alpha'^2 = \alpha^2, \quad \gamma = S.$$

由此可得:

$$\begin{cases} \alpha^2 = jk [1 - (A + B/q)^2] / 2B(A + B/q), \\ 1/q = \frac{D - A}{2B} \pm \frac{1}{B} \sqrt{\left(\frac{D + A}{2}\right)^2 - 1}, \\ \gamma = \left[\frac{D + A}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{D + A}{2}\right)^2 - 1} \right]^{2p+1}. \end{cases} \quad (16)$$

这样, 我们就得到了方程(14)的解析解:

$$\psi_p = L_p \left(jk r^2 \frac{1 - (A + B/q)^2}{2B(A + B/q)} \right) e^{jkr^2/2q} = L_p \left(\mp jk r^2 \cdot \frac{1}{B} \sqrt{\left(\frac{D + A}{2}\right)^2 - 1} \right) e^{jkr^2/2q}. \quad (17)$$

上列各式中的正负号根据 $I_m\{1/q\} > 0$ 的要求来选取。(16) 和 (17) 式构成了谐振腔模式的完整解答。

(17) 式也可以用实宗量拉盖尔函数的级数和来表示:

$$\psi_p(r) = e^{jkr^2/2q} \cdot \sum_{m=0}^p b_m L_m(2r^2/W^2) \quad (18)$$

$$b_m = \frac{p!}{(p-m)! m!} \left[\frac{(A + B/q)(A + B/q^*) - 1}{1 - (A + B/q)} \right]^{p-m}$$

W 和 q 相联系:

$$1/q = 1/R + j^2/kW^2.$$

在直角坐标系中, 重复上面的推导, 我们得到用复宗量厄米函数表达的本征解:

$$\psi_{mn}(xy) = H_m(\alpha x) H_n(\alpha y) e^{jk(x^2 + y^2)/2q} \quad (19)$$

$$\gamma_{mn} = [1/(A+B/q)]^{m+n+1} = \left[\frac{D+A}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{D+A}{2}\right)^2 - 1} \right]^{m+n+1} \quad (19)'$$

上述结果适用于相当普遍的一类谐振腔,腔内允许存在共轴光学元件、折射率和增益二次型分布的不均匀介质、高斯光阑和高斯反射镜等。所得解析解不仅概括了文献中已经有的许多结果,而且可解决若干新的问题。下面作几点具体的讨论。

1. 通常所说的稳定腔和非稳腔都只是上述普遍腔的特殊情况,它们的本征模式都可以从上面的公式统一地推演出来。例如:

对理想的稳定腔, $ABCD$ 都是实数,且 $|A+D| < 2$ 。此时,

$$1/q = \frac{D-A}{2B} \pm j \frac{1}{B} \sqrt{1 - \left(\frac{D+A}{2}\right)^2},$$

$$\frac{2}{kW^2} = + \frac{1}{B} \sqrt{1 - \left(\frac{D+A}{2}\right)^2}。$$

由(16), (17)式得:

本征模式:

$$\psi_p(r) = L_p(2r^2/W^2) e^{jkr^2/2q},$$

本征值:

$$\gamma_p = e^{-j(2p+1)Arq} (A+B/q)。$$

这是早已熟知的结果。

对理想的非稳腔, $ABCD$ 也是实数,但 $|A+D| > 2$ 。这时

$$1/q = 1/R = \frac{D-A}{2B} \pm \frac{1}{B} \sqrt{\left(\frac{D+A}{2}\right)^2 - 1}$$

是纯实数。所以零阶模为:

$$\psi_0(r) = e^{jkr^2/2R}。$$

这是一个振幅均匀的球面波,它的波面曲率半径循环一周后保持不变,而场的幅度变化 γ 倍。 γ 是本征值,亦为纯实数:

$$\gamma_0 = 1/M,$$

$$M = A + B/q_1 = \frac{A+D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - 1}$$

恰好是非稳腔的放大倍数。至于 $p > 0$ 的高阶模,由于 $\gamma_p = (1/M)^{2p+1}$,因而损耗很大,实际上不能存在。

2. 对于具有高斯反射镜的谐振腔,从(19)式出发并利用矩阵表达式(5)及厄米多项式的展开式,可以证明和文献[11]的结果完全一致。但本文的推导过程和表达形式要简洁得多,而且适用于腔内存在增益不均匀介质和高斯光阑的情况。

3. 当 $ABCD$ 为复数时,通常的稳定腔和非稳腔理论不再适用。从上面导出的普遍公式看出,不论腔的几何参量取什么数值, $1/q$ 恒为复数,本征模一般都是拉盖尔-高斯函数的复线性组合。因此就无所谓“稳定腔”和“非稳腔”了,两者的明确界限消失。这种腔的模式一般说来既不是通常非稳腔的模式——因为强度分布是不均匀的;也不是通常稳定腔的模式——因为等相面不是球面。本征值是模数小于1的复数,因而损耗比稳定腔大比非稳腔小。对于这种腔,正如文献[10, 14, 15]等所指出的那样,用模的微扰稳定性(Stability)来描述腔的性质比原来的“稳定”(Stable)和“非稳定”(unstable)更为合理。

4. 包含高斯光阑的腔不仅在实用上是一种模选择性较好的腔,而且在理论上也有较大的

意义。因为一个实际的谐振腔通光口径总是有限的,并且往往包含选模小孔。迄今为止,对这种腔除了数值解外,还没有满意的解析结果。然而高斯光阑可以近似地描述有限孔径效应,而且已经导出了解析解,因此所得结果能够用来定量地分析这类实际的谐振腔,得出用其它方法不能得到的结果。例如,我们对共焦腔和非稳腔求出了选模能力随小孔孔径和纵向位置变化的关系,以及小孔对基模光斑尺寸和波面曲率的影响等。

本文的工作表明把光线矩阵的概念引入衍射积分后,复杂系统中激光传输问题就归结为对 $ABCD$ 和复多项式的简单代数运算。这种方法既适用于连续分布的介质也适用于离散元件。可以预期将有更广泛的用途。

参 考 文 献

- [1] S. A. Collins; *JOSA*, **60** (1970), 1168.
- [2] M. Born, E. Wolf; "Principles of Optics" 2nd Edition (1964).
- [3] J. A. Arnaud; *Proc. IEEE*, **62** (1974), 1561.
- [4] L. W. Casperson, S.D. Lunnam; *Appl. Opt.*, **14** (1975), 1193.
- [5] A. Yariv, P. Yeh; *Opt. Commun.*, **13** (1975), 370.
- [6] H. Kogelnik, T. Li; *Appl. Opt.*, **5** (1966), 1550.
- [7] H. Kogelnik; *BSTJ*, **44** (1965), 455.
- [8] H. Kogelnik; *Appl. Opt.*, **4** (1965), 1562.
- [9] L. W. Casperson; *JOSA*, **66** (1976), 1373.
- [10] U. Ganiel *et al.*; *Opt. Commun.*, **14** (1975), 290.
- [11] U. Ganiel, A. Hardy; *Appl. Opt.*, **15** (1976), 2145.
- [12] F. Oberhettinger; "Tables of Bessel Transforms" (1972), § 1. 7.
- [13] R. Pratasi, L. Ronchi; *JOSA*, **67** (1977), 1274.
- [14] U. Ganiel, Y. Silberberg; *Appl. Opt.*, **14** (1975), 307.
- [15] L. W. Casperson, U. Ganiel; *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-13** (1977), 58.