

光弹学条纹分离及空间内应力测量

王 润 文

(中国科学院上海光机所)

提 要

本文对光弹学包括干涉光弹及全息光弹的应力分析作了扼要的综合评述。指出等厚性与等差线的全息光弹法分离成功是实验上的一个突破。同时提出了用光学信息处理技术分离等厚线与等差线的新方法。

Seperation of photoelastic fringes and measurement of internal spatial stresses

Wang Runwen

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

A brief review is given on the analysis of photoelastic stress including interferometric and holographic methods. It is pointed out that the successful seperation of isochromic fringes from isopachic ones by using photoelastic method is an experimental breakthrough. A new method is proposed for seperating the isochromic fringes from the isopachic fringes by optical information processing.

一、光弹学与干涉光弹

利用偏振光通过受应力引起的双折射透明模型后出现的干涉条纹的分析来确定模型的应力状况分布是光弹学的根本目的。近百年来尽管光弹学的实验技巧及分析方法有很大的进步和改善,但基本原理没有变化,主要是记录下模型在受载状况下的等倾线与等色线进行分析。

等倾线是指平面偏振光通过受载模型后,模型平面内某微元若其主轴折射率取向

(或主应力取向)与偏振光振动方向一致,光线就会完全通过模型的这个微元,经分析镜(即检偏镜)后,若后者取向与入射偏振光平行,光线亦完全通过,反之取向垂直时就完全截止。因而在屏幕上就可以看到一组亮或暗条纹。显然把改变入射偏振光振动方向所得的等倾线综合起来就可以用图解法求出两组正交的主应力曲线来。

等色线是指偏振光通过厚度为 d 的受载介质后,由于两主轴折射率不同,被分解后的两个互相垂直的偏振光因传播速度不同,射

· 收稿日期: 1979年4月16日。

出后就出现光程差，它亦与光的波长及传播方向有关。再通过分析镜，当光程差为 $m\lambda$ 时两光波就加强为亮线，而程差为 $(m + \frac{1}{2})\lambda$ 时两光波就相消为暗条纹，这些条纹称为等色线。等色线又称为等差线。由等差线图形以及弹性力学的平面应力关系式得^[1,2]：

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\varphi \\ &= \frac{mf}{2d} \sin 2\varphi \\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y &= 0 \\ \sigma_1, \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \\ &\pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

φ 是等倾线的偏振光与 x 轴夹角， X, Y 为模型受力，所以从等倾线与等色线交点就可确定剪切应力 τ_{xy} 的分布，再借边值条件用中间一对偏微分方程可求出 σ_x 及 σ_y 之分布来。然后再用最后一个方程式导出各点之平面应力来。这一分析过程在光弹学上又称为主应力分离过程，它可以用图解法，也可以用解析算法。过程是十分烦琐冗长的。

直至 1964 年 Nisida 及 Saito^[3] 创造了用线偏振光或非偏振光作为马赫干涉仪的光源，两光路之一安置光弹模型，加载后两路光干涉迭加获得了等差线与等厚线相互调制的干涉图案。遗憾的是这两类条纹在一般情况下相互调制成很复杂的图案，难以判读，必须设法分离。

全息照相与光弹学的结合，是光弹学的一个新进展^[4]。全息干涉仪与上述比较干涉仪是相仿的，但全息法有它固有的优点，它对光学元件的要求很低，而且在漫射光照明下可以获得各方向光弹模型的干涉图，有利于更全面地了解模型所处的应力状态。用全息光弹的两次曝光法同样可一次获得等差线与

等厚线相互调制的干涉图案，但表示式要更复杂些，同样也出现了判读两类条纹的困难。

1971 年 O'Regan 及 Dudderar 用全息光弹法成功地分离了等差线和等厚线^[5]，其基本思想是清楚的。顺着光路在模型后安放旋光介质，继而以平面镜将通过模型后的两个偏振光波按原来光路正反射回去，因旋光介质使两正交偏振光的偏振面转了 90° ，于是本来沿 σ_1 方向的光振动便沿 σ_2 的方向倒穿过模型，这样，本来位相导前的光现在滞后了，并且数值相等，产生了补偿效果。补偿的结果相当于恢复一束原来偏振状态的光波，最后的波面变化就完全由模型受载后在 z 方向厚度发生变化 Δd 所决定。记录下这一束光穿过模型二次加载前后的两次曝光全息照相，再现时就获得只有等厚线的干涉图案了。

分离等差线与等厚线的成功是光弹学上的一个突破，若再用通常光弹法补充等差线图案，模型的应力计算就显得十分简便了^[5,6]。

二、再论分离等厚线

在干涉光弹中我们曾经指出干涉图案是等厚线与等差线相互调制的，但是单光路的普通光弹法可以用圆偏光获得单纯的等差线。如果能够设法将两种图案相减就可以获得单纯的等厚线了。下面我们应用光学信息处理技术于此领域中，是可能分离成功的。

在以圆偏振光为光源的单光路中，当分析镜适当取向时可以得到等差线的强度分布是：

$$O_1^2 = I_0 \cos^2 \left\{ \frac{\pi d}{\lambda} C(\sigma_1 - \sigma_2) \right\} \quad (2)$$

若令等厚线的强度分布是：

$$O_2^2 = I_0 \cos^2 \left\{ \frac{\pi d}{\lambda} (a' + b')(\sigma_1 + \sigma_2) \right\} \quad (3)$$

而干涉光弹的强度起伏为：

$$I = 2I_0 + 2O_1O_2 \quad (4)$$

第一步我们先将 (4) 式的记录胶片放在图 1 的信息处理系统的前焦面，并用平行相干光

照明, 在中间焦面获得 I 的各级谱项, 若在此断面轴上点处用直径为 ϕ 的小遮板挡去零级谱, 于是在后焦面就得到新的记录象 I' :

$$I' = 2|O_1O_2| \quad (5)$$

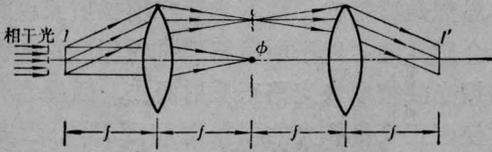


图 1

这时负片已倒成正片了, 若选取胶片 $\Gamma=2$, 便得新的调制干涉图案正片的振幅透过率为:

$$t_0 = \alpha_0 [I']^{\Gamma/2} = \alpha_0 I' = 2\alpha_0 |O_1O_2| \quad (6)$$

式中 α_0 为一比例常数, 是与胶片曝光时间显影过程有关的常数因子。

第二步, 我们在记录等差线负片时选用 $\gamma=1$ 的胶片, 则得到其振幅透过率为:

$$t_1 = \alpha_1 [O_1^2]^{-\gamma/2} = \frac{\alpha_1}{|O_1|} \quad (7)$$

α_1 与 α_0 一样是一比例因子。

第三步我们按图 2 的另一信息处理系统安放, 并以平行相干光从左边照明, 箭头表示安放方向, 最后得到的象的振幅透过率为 T :

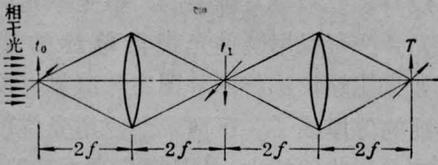


图 2

$$T = t_0 t_1 = 2\alpha_0 \alpha_1 \frac{|O_1 O_2|}{|O_1|} = 2\alpha_0 \alpha_1 |O_2| \quad (8)$$

(8) 式就代表分离出的等厚线。显然 $|O_2|$ 要比 (3) 式 O_2^2 所表示的条纹平滑。

也可稍加变化, 使记录等差线负片时选用 $\gamma=2$ 的胶片, 则得到 t'_1 的透过率为:

$$t'_1 = \alpha_1 [O_1^2]^{-\gamma/2} = \frac{\alpha_1}{|O_1^2|} \quad (9)$$

把它放在图 3 的信息处理系统中, 亦以平行相干光照明, 箭头表示安放方向, 经过三个光

学系统后, 最后得到的象的振幅透过率为 T'' :

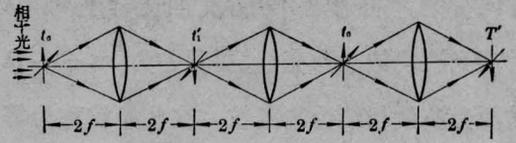


图 3

$$T'' = t_0 t'_1 t_0 = 4\alpha_0^2 \alpha_1 \frac{|O_1 O_2|}{|O_1^2|} |O_1 O_2| = 4\alpha_0^2 \alpha_1 |O_2^2| \quad (10)$$

(10) 式亦代表分离出的等厚线。这与 (3) 式强度分布是一样的。

实验时希望有良好的安放胶片框架, 它能有三轴摆动微调及平移调整, 以便达到物象大小一致和优良的象面重合度, 以保证获得有效的匹配过滤。

三、模型的空间内应力问题

当模型受到多种载荷或者不对称载荷下平面应力只是一种近似假定, 用光弹法、干涉光弹法或全息光弹法都只能解决横截面的平均平面应力分析。事实上即使是平面应力也将从模型的一个片层到另一片层发生连续变化; 冻结应力切片光弹或其全息光弹以及散光切片 (亦称散射光法) 是可以利用模型的每一层的光学-应力双折射效应进行平面应力分析的。如果要对模型内一点空间应力分布作分析, 这些切片就要在通过三个互相垂直方向上分别进行, 因此实验进程将大为复杂。

利用全息照相相对物体表面形变定量分析的方法^[6]有可能简化这些实验与分析过程, 同时可以对任一断面全场进行空间应力分析。全息干涉仪最大优点之一也许就是可对漫射表面的测量, 通过对运动前后或受载前后漫射表面的两次曝光法, 再现时可以得到定位于物体表面的干涉条纹, 条纹疏密与走向决定于表面形变量的大小与梯度变化。

从弹性力学理论可知, 若略去明显的整体平移或整体转动, 一曲面的形变场 $\delta(x, y,$

z) 确定了该曲面的应变场 $\epsilon(x, y, z)$, 由此还可确定整个应力场 $\sigma(x, y, z)$:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_i &= \frac{d\delta_i}{dS_i} \approx \frac{\Delta\delta_i}{\Delta S_i} \\ \sigma_i &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\epsilon_i \\ &\quad + \nu(\epsilon_j + \epsilon_k)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$i, j, k = 1, 2, 3 \text{ (或 } x, y, z)$

式中 ΔS_i 代表 x, y, z 三方向微元长度 dx, dy, dz ; E 及 ν 分别为 Youngs 模数及 Poisson 系数, 由材料确定。 $\delta_i, \epsilon_i, \sigma_i$ 皆代表坐标为 (x, y, z) 的某点形变矢、应变矢及应力矢的三轴投影分量。

形变场的测量可以通过对待测曲面于受载前后两次曝光全息照相而得到。近年来国内发展了这一方法, 并已经得到实验与理论的验证^[7]。其思想是容易了解的。因为全息照相所再现的是两个互相比较的波面, 两波面空间对应点的形变矢只要用三个非共面测量值就能完全确定, 因此用三张表面法线不共面的全息记录就能确定曲面的形变场了。为了计算及分析上的直观方便可取其中一张全息照相与断面平行, 因为这张全息图再现现象是断面的正投影, 干涉条纹本身就代表法向形变的等高线了。

若 k_0, k_r ($r=1, 2, 3$) 为照明物体光波以及自物点 (x, y, z) 指向三张全息记录片的方向矢 $|k_0| = |k_r| = \frac{2\pi}{\lambda}$, δ 为该点形变矢, N_1, N_2, N_3 为该点在三张全息图再现时读得的条纹值, 并令:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_r &= k N_r, \lambda = 2\pi N_r \\ A_r &= k_r - k_0 = |A_{ir}| \\ r &= 1, 2, 3, i, j, k = x, y, z \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

则形变矢的三轴投影值是^[8]:

$$\delta_i = \frac{\begin{vmatrix} \gamma_1 & A_{j1} & A_{k1} \\ \gamma_2 & A_{j2} & A_{k2} \\ \gamma_3 & A_{j3} & A_{k3} \end{vmatrix}}{|A_{ir}|} \quad (13)$$

式中注脚 $r=1, 2, 3$ 代表三张记录片的标

号, 注脚 $i, j, k=x, y, z$ 代表三个坐标分量, (13) 式即可计算各点形变矢 $\delta(x, y, z)$ 的空间分布了, 亦即获得了形变场。

具体试验时要求用均匀性不受加载影响或影响较小的介质来做模型, 在模型中在待测的截面 \widehat{AB} 上喷上一层不透明金属或非金属粉末薄层, 然后用浇铸或粘结法与模型合成一整体, 为防止模型界面变形引入的位相差影响, 可放在与模型同一折射率的液槽中进行全息记录, 当然要了解多个断面的情况, 仍需制造几个不同散粒层位置的模型, 分别进行观察。这一方法对面型并无限制, 对于非平面模型也可以测量曲面的形变场。而曲面的应力观察在通常光弹学中是不容易解决的, 多是把它做平面切面模型来近似地以平面应力问题处理, 只能是定性或半定量分析。而全息法形变场的测定就能在接近实际形状和实际的负载状况下进行。

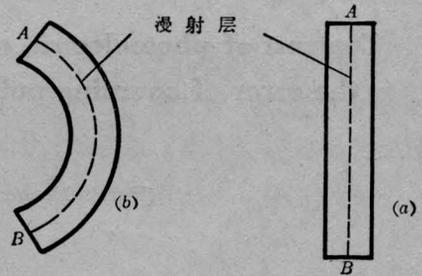


图 4

参 考 文 献

- [1] Albrecht Kushe and George Rebeitson; Photolastic stress analysis(1974), New York.
- [2] Л. Д. 朗道等;《连续介质力学》, 第三册, p. 696, 彭旭麟译, 高等教育出版社(1962).
- [3] Nisida M., Saito H.; *Exp. Mech.*, 1964, 4, 366~376.
- [4] M. E. Fourney, K. V. Mate; *Exp. Mech.*, 1970, 10, 177~188.
- [5] O'Regan R., Dudderai T. D.; *Exp. Mech.*, 1971, 11, 241~247.
- [6] 赵晔英, 梅家福;《激光》, 1979, 6, No 10, 34~37; 秦玉文;《天津大学学报》, 1979, No 2, 76~90.
- [7] 鲍乃铿, 丁祖泉;《同济大学学报》, 1980, No 1, No 2.