

高斯光束的参数及其测量方法

杨之昌

(复旦大学光学系)

Parameters of Gaussian beam and their measuring methods

Yang Zhichang

(Department of Optics, Fudan University)

Laser beam parameters, basic principles in the measurement and the measuring methods of these parameters are discussed as a He-Ne laser operates in TEM₀₀ mode. These methods are also applicable for other lasers of CW output with small divergence angle.

气体激光器中的 He-Ne 激光器具有制作方便、成本低、直观等优点,已经应用在导向、准直、测距、通讯、干涉测试技术、全息照相术、医疗、教学等方面。

我们单位也曾试制过 He-Ne 激光管,并在工作中对激光管的光束参数进行过测量。下面向大家介绍一下我们在这方面的经验,供大家在生产、实验、教学上作参考。

一、高斯光束及其参数

1. TEM₀₀ 模光斑的光强分布是符合高斯分布的

目前生产的 He-Ne 激光器输出的模式大部分是单模(即 TEM₀₀)。这种激光束正入射在一块白色屏幕上,所形成的光斑的光强分布是符合高斯分布的,所以又可以将这种激光束称为高斯光束。

2. 高斯光束的几个基本参数

(1) 光斑半径 $w(z)$

高斯光束的光斑半径是指光斑上的光强

减弱到最大光强 I_0 (中心亮点)的 $\frac{1}{e^2} = e^{-2} \approx 0.135$ 时的圆环半径称为激光束的光斑半径,用 w 来表示。

(2) 腰 w_0

高斯光束在它的传播方向上(z 轴)是以某处为中心对称分布的。我们规定该处为 z 轴的原点,这样 $w(-z) = w(z)$, z 越大, $w(z)$ 越大, $w(0) = w_0$ 为最小, w_0 就称为高斯光束的腰。

由理论证明,高斯光束在均匀介质中传播时,光斑半径的变化规律由下式决定:

$$w(z)^2 = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (1)$$

(1)式可改写成

$$\frac{w(z)^2}{w_0^2} - \frac{z^2}{\left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda} \right)^2} = 1 \quad (2)$$

上式的物理意义是,在通过 z 轴的任一平面内,高斯光束的光斑的光强衰减到极大

收稿日期: 1979年1月12日。

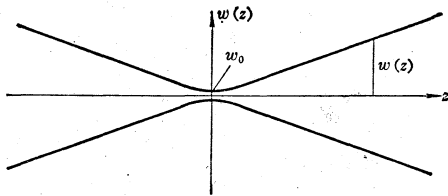


图 1

光强的 $\frac{1}{e^2}$ 的轨迹是一组双曲线, 见图 1 所示。

(3) 远场发散角 $\theta(\infty)$

He-Ne 激光束的特性之一就是方向性好, 在实际应用中用发散度来衡量。

$$\theta(z) = \frac{dw(z)}{dz} \quad (3)$$

把(1)式代入上式得:

$$\theta(z) = \frac{\frac{\lambda}{\pi w_0^2}}{\left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

当 $z \gg \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 时,

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \theta(z) = \theta(\infty) = \text{常数} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (5)$$

$\theta(\infty)$ 就称为高斯光束的远场发散角。

二、TEM₀₀ 模的鉴定

1. 基本原理

我们假定当激光束正入射到白色屏幕上所形成的光斑的光强分布是高斯分布, 在一维情况下可以用下式表示:

$$I = I_0 e^{-\frac{2x^2}{w^2}}$$

上式的二边取常用对数

$$\lg I = -\frac{2 \lg e}{w^2} x^2 + \lg I_0 \quad (6)$$

从(6)式看出, 只要用实验装置测出光斑的光强分布 ($I \sim x$ 曲线) 并记录下来, 然后再作 $\lg I \sim x^2$ 曲线, 若是线性关系, 那末就可以判定光斑的光强分布是严格的高斯分布。

2. 实验装置

我们对模式鉴定采用的是一维的探测器扫描装置, 如图 2 所示。

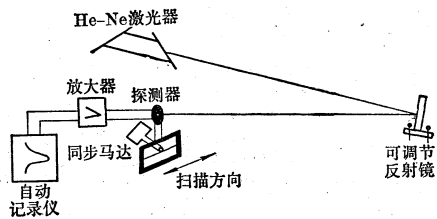


图 2

其中可调节反射镜应用 550 平行光管的附件, 放在一定距离 z 的 He-Ne 激光器输出的激光束经反射镜反射正入射到光探测器上。光探测器是用 10×20 毫米² 的硅光电池, 硅光电池放在圆形的暗盒中, 暗盒的盖子上开一个针孔, 针孔的大小在 20~40 丝之间, 光探测器用同步马达带动, 可以作一维扫描。光探测器在扫描中, 激光束透过针孔入射到硅光电池上产生光生电动势信号经放大器放大, 然后用自动记录仪 XWC-101 记录下来。

但在做实验时一定要注意以下事项:

① 由于记录仪的走纸速度 V_L 和探测器的扫描速度 V_s 不一样, 所以记录下来的距离 L 和探测器的实际扫描的距离 x 关系如下: $x = \frac{V_s}{V_L} L$, 不注意这一点, 将使实验的结果产生很大的误差。

② 针孔的半径 r 的大小要选择适当, 由实验证明以半径 $r < 0.2w$ 为宜。

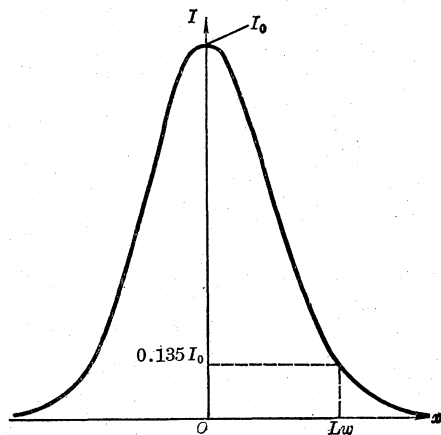


图 3 光强分布图

③ 光探测器在扫描时,探测器上的针孔尽量扫经光斑中心。

图3是当 $z=8$ 米时所记录的光强分布图,并把图中曲线上得到的数据列在表1中,把表中 $\lg I$ 和 x^2 的数据作直线得图4。

表 1

I	$\lg I$	L (毫米)	x (毫米)	x^2 (毫米 ²)
5.0	0.699	18.4	5.23	27.31
10.0	1.000	14.0	3.98	15.81
15.0	1.176	10.6	3.01	9.06
20.0	1.301	7.0	1.99	3.95
24.8	1.395	0	0	0

$$x = \frac{V_x}{V_L} L = 0.284L \text{ (毫米)}$$

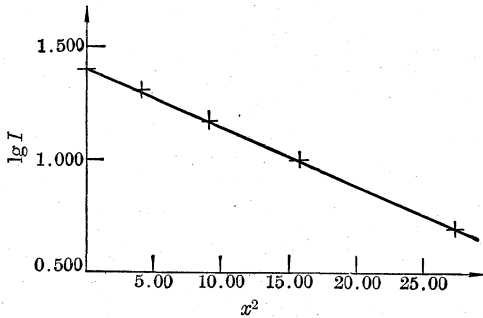


图 4
(斜率 $\alpha = -0.0254$)

从上图得出 $\lg I \sim x^2$ 的关系是线性关系。所以我们判定激光束的光斑光强分布是高斯分布(即 TEM_{00} 模)。

三、高斯光束光斑半径 $w(z)$ 的测量

激光束的光斑半径 $w(z)$ 的测量,一个重要的前提是激光器输出必须是 TEM_{00} 模。光斑半径的测量又是高斯光束参数测量的基础。下面介绍几种常用的光斑半径测量方法。

1. 探测器扫描法

(1) 用第二部分讲叙的测量装置,先通过探测器扫描后记录下光斑的光强分布图,

再根据光斑半径的定义,可以直接求得光斑半径 $w(z)$ 。

例如,从图3中, $I_0 = 248$ (相对值),

$$I(x_1) = 0.135I_0 = 0.135 \times 248 = 33.5$$

再从 $I \sim x$ 曲线上查得 $z=8$ 米时, $w=5.78$ 毫米。

(2) 利用 $\lg I - x^2$ 曲线求得光斑半径 $w(z)$

根据(6)式, $\lg I$ 与 x^2 是线性关系,那么我们可以从图4中求出直线斜率 α , 而

$$\alpha = -\frac{2 \lg e}{w}, \quad \text{则} \quad w = \sqrt{-\frac{2 \lg e}{\alpha}}$$

例如 $\alpha = -0.0254$, 求得激光束在 8 米处的光斑半径为 5.85 毫米。

下面是一支激光器在不同距离 z 处的测量结果,整理在表2中,探测器针孔 $r=0.24$ 毫米。

表 2

离激光器的距离 z (米)	光斑定义得出 $w(z)$ (毫米)	作图法 $w(z)$ (毫米)	估计值 $w(z)$ (毫米)
8.00	5.78	5.85	5.79
6.00	4.32	4.36	4.34
5.50	3.98	3.99	3.98
5.00	3.61	3.63	3.62
4.50	3.24	3.26	3.26
4.00	2.92	2.93	2.89
3.50	2.58	2.63	2.55
3.00	2.22	2.26	2.19
2.50	1.85		1.83
2.00	1.57		1.47
1.50	1.16		1.12
1.00	0.91		0.77

注: 估计值由公式(6)及有关常数求得

2. 圆孔法

圆孔法是将一只半径 $= a$ 的圆孔光阑放到激光光斑待测的位置上,通过二维的调节装置使圆孔的中心正好与光斑中心重合,如图5所示。

用功率计(上海灯原电器厂出品)测出透过圆孔的光能 $P(a)$ (测量时要调节圆孔的位置,使功率指示读数为最大)。

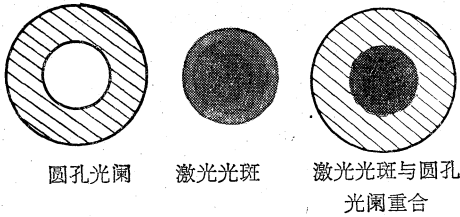


图 5

然后再测量没有光阑的激光总光能 $P(\infty)$ ，通过下面的计算即可求出该处的光斑大小。

原理:
$$P(a) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a e^{-\frac{2r^2}{w^2}} r dr$$

$$= \pi \int_0^a e^{-\frac{2r^2}{w^2}} dr^2$$
 令
$$t = \frac{2r^2}{w^2}, \quad dt = \frac{2dr^2}{w^2}$$

$$\therefore P(a) = \frac{\pi w^2}{2} \int_0^{\frac{2a^2}{w^2}} e^{-t} dt$$

$$= -\frac{\pi w^2}{2} [e^{-\frac{2a^2}{w^2}} - 1]$$

当 $a \rightarrow \infty$ ，从上式得到 $P(\infty) = \frac{\pi}{2} w^2$

$$\frac{P(a)}{P(\infty)} = 1 - e^{-\frac{2a^2}{w^2}}$$

$$w = a \sqrt{\frac{2}{\ln \left[\frac{1}{1 - \frac{P(a)}{P(\infty)}} \right]}} \quad (7)$$

例如，我们利用 $a_1 = 0.707$ 毫米， $a_2 = 1.060$ 毫米的圆孔作测量，测量结果整理在表 3 中。

表 3

测量点离 激光器平 面镜的距 离 z (米)	圆孔半径 $a_1 = 0.707$ (毫米)		圆孔半径 $a_2 = 1.060$ (毫米)		估计值 (毫米)
	$\frac{P(a)}{P(\infty)}$	w (毫米)	$\frac{P(a)}{P(\infty)}$	w (毫米)	
2.50			0.505	1.80	1.83
2.00			0.616	1.54	1.47
1.52	0.592	1.11			1.14
1.50			0.854	1.20	1.12
1.14	0.767	0.88			0.87
0.76	0.933	0.59			0.62

测量应注意:

(1) 要使圆孔的中心与光斑中心重合，一定要有二维的调节装置。

(2) 此方法要求激光器输出功率比较稳定。

(3) 测量相对误差在 5~10%。

3. 狭缝法

狭缝法是将宽度为 $2a$ 的狭缝，放到激光光斑待测的位置上，通过一维的调节装置使光缝的中心线正好通过光斑中心，若用功率计测量，在这种情况下可测得极大光能 $P(a)$ 。然后迅速移开狭缝，用功率计测量激光的总光能 $P(\infty)$ 。通过以下计算可以求出光斑半径:

$$P(a) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2y^2}{w^2}} dy \int_{-a}^a e^{-\frac{2x^2}{w^2}} dx$$

$$= w \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_{-a}^a e^{-\frac{2x^2}{w^2}} dx$$

$$\therefore P(\infty) = \frac{\pi}{2} w^2$$

$$\therefore \frac{P(a)}{P(\infty)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w} \int_{-a}^a e^{-\frac{2x^2}{w^2}} dx$$

令

$$\frac{\sqrt{2}x}{w} = t, \quad dx = \frac{w}{\sqrt{2}} dt$$

$$\frac{P(a)}{P(\infty)} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\sqrt{2}a}{w}}^{\frac{\sqrt{2}a}{w}} e^{-t^2} dt$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}a}{w}} e^{-t^2} dt \quad (8)$$

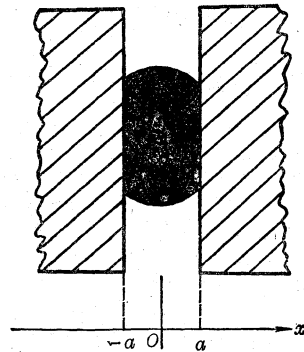


图 6

我们只要测出 $\frac{P(a)}{P(\infty)}$ 就可以从几率积分表中,找到 $\frac{\sqrt{2}a}{w}$ 的数值。例如,狭缝的宽度 $2a=1.00$ 毫米,测量离激光器平面镜 1 米处的光斑半径,用功率计测量, $\frac{P(a)}{P(\infty)}=0.806$ 。代入(8)式,再从几率积分表中查得:

$$\frac{\sqrt{2}}{w} a = 0.919,$$

则 $w = \frac{\sqrt{2}a}{0.919} = 0.77$ 毫米

我们用狭缝法测量 He-Ne 激光束在不同距离的光斑半径 $w(z)$, 并把它们整理在表 4 中。实验使用的光缝是可变狭缝, 精确度 = 0.01 毫米。注意事项与圆孔法相同。

表 4

z (米)	$2a$ (毫米)	$w(z)$ (毫米)
0.02	0.30	0.28
0.10	0.30	0.32
0.20	0.30	0.33
0.40	0.50	0.42
0.60	0.60	0.54
0.80	1.00	0.67
1.00	1.00	0.77

四、小 结

要测量 He-Ne 激光器输出的光束参数, 首先要判定输出激光束是否是属于 TEM₀₀ 模, 只有在是的情况下, 才能肯定激光束是高斯光束, 才能用本文所介绍的方法来测量不同位置 z 处的光斑半径。

例如, 测量腔长为 250 毫米左右的 He-Ne 激光器的输出束的参数, 提出:

- $z > 2$ 米 用探测器扫描法
- 3 米 $> z > 0.5$ 米 用圆孔法
- 2 米 $> z > 0$ 用狭缝法

现将测量的结果整理在表 5 中。表中估计值是用 $w_0=0.274$ 毫米以及公式 (1) 计算

表 5

z (米)	测量方法	$w(z)$ (毫米)		估计值 (毫米)
0.02	狭缝法	0.28±0.01	$2a=0.30$	0.28
0.10	狭缝法	0.32±0.01	$2a=0.30$	0.28
0.20	狭缝法	0.33±0.01	$2a=0.30$	0.31
0.40	狭缝法	0.42±0.02	$2a=0.50$	0.40
0.60	狭缝法	0.54±0.03	$2a=0.60$	0.52
0.80	狭缝法	0.67±0.03	$2a=1.00$	0.64
1.00	狭缝法	0.77±0.04	$2a=1.00$	0.77
1.50	圆孔法	1.20±0.06	$a=1.060$	1.12
2.00	圆孔法	1.54±0.08	$a=1.060$	1.47
2.50	圆孔法	1.80±0.09	$a=1.060$	1.83
3.00	探测器扫描法	2.26±0.05	} 针孔 2r=0.48 毫米	2.19
3.50	探测器扫描法	2.63±0.05		2.55
4.00	探测器扫描法	2.93±0.06		2.89
4.50	探测器扫描法	3.26±0.06		3.26
5.00	探测器扫描法	3.63±0.07		3.62
5.50	探测器扫描法	3.99±0.08		3.98
6.00	探测器扫描法	4.36±0.09		4.34
8.00	探测器扫描法	5.85±0.10		5.79

得到的。

若把测量的结果作 $w(z) \sim z$ 的曲线, 如图 7 所示。图中实线表示估计值, “+”表示测量点。

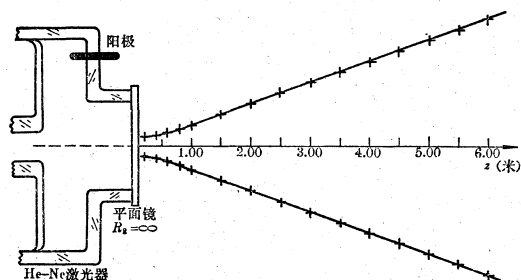


图 7

在测量精度要求不高时(10%), 只要是真正的 TEM₀₀ 模, 则所测得的 w_0 、 w 值与理论计算(根据腔参数)的结果是一致的。

参 考 文 献

- [1] J. A. Arnaud; *Appl. Opt.*, 1971, **10**, No. 12, 2775.
- [2] Y. Suzaki; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, No. 12, 2809.
- [3] Y. Suzaki; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No 6, 1481.