CO_2-N_2-H_2O 激光体系弛豫方程的分类及其增益计算比较

李 树 山

(中国科学院力学研究所)

一、引 言

本文拟将有关使用的 CO_2、N_2、H_2O 激光体系各种弛豫方程加以分析，指出其相互关系，并给出用不同方程计算小信号增益与饱和增益(均匀场强下)的比较，其中流动参数均为常数。文中列出了各种模型的弛豫方程以及增益计算的具体公式，其中对于压力加宽 $\Delta\nu_H$，本文给出了一个直接由气体压力、温度与分子碰撞截面计算的简易公式。

二、符 号 表

本文所用单位，压力用大气压，温度用绝对温标，其余各量均为 CGS 单位制。

P——压力，T——平动温度，u——流动速度。x_c、x_N 和 x_H 分别为混合物中 CO_2、N_2 和 H_2O 的克分子分数。θ_1、θ_2、θ_3 和 θ_N 为振型特征温度，T_1、T_2、T_3 和 T_N 为振型振动温度，其中下标1、2和3分别为 CO_2 的 ν_1、ν_2 和 ν_3 振型，下标 N 为 N_2 的振动能级。λ—激光波长，h—普朗克常数，c—光速。R—克分子气体常数，M—混合物平均分子量，L_0—Loschmidt 数，τ_{21}—自发辐射寿命。$\Delta\nu_H$—谱线压力加宽，σ_{CO_2}、σ_{N_2}、σ_{H_2O} 是 CO_2 分子分别和 CO_2、N_2、H_2O 分子的碰撞截面。I—辐射强度，G—增益。K_a、K_b、K_c、K_d 和 K_e 分别为混合物中各能量交换反应的速率常数与流动速度 u 之比。

$$W_1=\exp\left(\frac{3\theta_2-\theta_3}{T}\right);$$

$$W_2=\exp\left(\frac{\theta_N-\theta_3}{T}\right);$$

$$W_3=\exp\left(\frac{2\theta_2-\theta_1}{T}\right);$$

$$\hat{e}_1^*=\frac{1}{e^{\theta_1/T}-1};\quad \hat{e}_2^*=\frac{1}{e^{\theta_2/T}-1};$$

$$\hat{e}_3^*=\frac{1}{e^{\theta_3/T}-1};\quad \hat{e}_N^*=\frac{1}{e^{\theta_N/T}-1};$$

$$\hat{e}_1=\frac{1}{e^{\theta_1/T_1}-1};\quad \hat{e}_2=\frac{1}{e^{\theta_2/T_2}-1};$$

$$\hat{e}_3=\frac{1}{e^{\theta_3/T_3}-1};\quad \hat{e}_N=\frac{1}{e^{\theta_N/T_N}-1};$$

$$e_{\rm I}=x_c\frac{R}{M}(\theta_1\hat{e}_1+2\theta_2\hat{e}_2),$$

$$e_{\rm II}=\frac{R}{M}(x_c\theta_3\hat{e}_3+x_N\theta_N\hat{e}_N)$$

分别为单位质量混合物中模式I和模式II的振动能。CO_2、N_2 激光体系的主要低振动能级及其能量交换反应见图1。

三、弛豫方程的分类

1. 四振型模型

在 MacDonald 四振型方程中[1]，略去 ν_3 和 $\nu_1+\nu_2$ 交换项，只考虑 ν_3 和 $3\nu_2$ 交换项，于是得到

收稿日期：1978年11月14日。

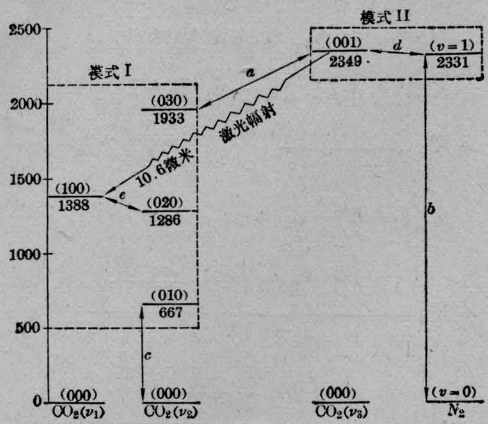

图 1 CO_2-N_2 激光体系能级图

$$\frac{d\hat{e}_1}{dx}=AG(x)+K_e[(\hat{e}_1+1)\hat{e}_2^2W_3-\hat{e}_1(\hat{e}_2+1)^2] \tag{1}$$

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=K_c(\hat{e}_2^*-\hat{e}_2)-K_e[(\hat{e}_1+1)\hat{e}_2^2W_3-\hat{e}_1(\hat{e}_2+1)^2]-1.5K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3] \tag{2}$$

$$\frac{d\hat{e}_3}{dx}=-AG(x)+K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3]+x_NK_d[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_NW_2-\hat{e}_3(\hat{e}_N+1)] \tag{3}$$

$$\frac{d\hat{e}_N}{dx}=K_b(\hat{e}_N^*-\hat{e}_N)-x_cK_d[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_NW_2-\hat{e}_3(\hat{e}_N+1)] \tag{4}$$

其中

$$A=\frac{\lambda}{273L_0hc}\cdot\frac{TI}{x_cPu}$$

方程(1)—(4)构成四振型模型 I。

在上述模型中，假定 ν_1 与 ν_2 振型净交换为 0，同时假定 ν_1 振型与平动模式之间能量交换速率与 ν_2 振型相同，于是得到

$$\frac{d\hat{e}_1}{dx}=AG(x)+K_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1) \tag{5}$$

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=K_c(\hat{e}_2^*-\hat{e}_2)-1.5K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3] \tag{6}$$

方程(5)、(6)及(3)、(4)构成四振型模型 II。

2. 三振型模型

在方程(1)、(2)中，令 ν_1 和 ν_2 振型平衡，于是可得到一个 $\hat{e}_1$ 和 $\hat{e}_2$ 的代数方程

$$\hat{e}_1=\frac{W_3\hat{e}_2^2}{(1-W_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1} \tag{7}$$

将 e_I 对 x 求导数，得到

$$\frac{de_I}{dx}=x_c\frac{R}{M}\left(\theta_1\frac{d\hat{e}_1}{dx}+2\theta_2\frac{d\hat{e}_2}{dx}\right)=x_c\frac{R}{M}\theta_1\left(\frac{2W_3\hat{e}_2(\hat{e}_2+1)}{[(1-W_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1]^2}+\frac{2\theta_2}{\theta_1}\right)\frac{d\hat{e}_2}{dx}$$

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=\frac{\dfrac{d\hat{e}_1}{dx}+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}\dfrac{d\hat{e}_2}{dx}}{\dfrac{2W_3\hat{e}_2(\hat{e}_2+1)}{[(1-W_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1]^2}+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}} \tag{8}$$

将方程(1)和(2)（令其中 ν_1 和 ν_2 平衡）代入(8)式右端，得到

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=\frac{AG(x)+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}K_c(\hat{e}_2^*-\hat{e}_2)-\dfrac{3\theta_2}{\theta_1}K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3]}{\dfrac{2W_3\hat{e}_2(\hat{e}_2+1)}{[(1-\mathrm{W}_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1]^2}+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}} \tag{9}$$

方程(7)、(9)、(3)和(4)构成三振型模型 III，此即严海星、陈丽吟所用的三振型四温度方程[2]。在模型 III 中，令 $\theta_1=2\theta_2$，则得到 Lee 所用的三振型三温度方程[3]。(Lee 原文中方程有错)。

将方程(5)和(6)代入(8)式右端，得到

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=\frac{AG(x)+K_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}K_c(\hat{e}_2^*-\hat{e}_2)-\dfrac{3\theta_2}{\theta_1}K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3]}{\dfrac{2W_3\hat{e}_2(\hat{e}_2+1)}{[(1-W_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1]^2}+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}} \tag{10}$$

方程 (7)、(10)、(3) 和 (4) 构成三振型模型 IV。

3．二振型模型

在方程(3)、(4) 中，令 ν_3 和 ν_N 振型平衡，于是可得到一个 $\hat{e}_3$ 和 $\hat{e}_N$ 的代数方程

$$\hat{e}_N=\frac{\hat{e}_3}{W_2-(1-W_2)\hat{e}_3} \tag{11}$$

将 e_{II} 对 x 求导数，得到

$$\begin{aligned}\frac{de_{\text{II}}}{dx}&=\frac{R}{M}\left(x_c\theta_3\frac{d\hat{e}_3}{dx}+x_N\theta_N\frac{d\hat{e}_N}{dx}\right)\\&=\frac{R}{M}\theta_3\left(x_c+\frac{x_N(\theta_N/\theta_3)W_2}{[W_2-(1-W_2)\hat{e}_3]^2}\right)\\&\quad\times\frac{d\hat{e}_3}{dx}\end{aligned}$$

$$\frac{d\hat{e}_3}{dx}=\frac{x_c\dfrac{d\hat{e}_3}{dx}+x_N(\theta_N/\theta_3)\dfrac{d\hat{e}_N}{dx}}{x_c+\dfrac{x_N(\theta_N/\theta_3)W_2}{[W_2-(1-W_2)\hat{e}_3]^2}} \tag{12}$$

将方程(3)和(4)(令其中 ν_3 和 ν_N 平衡) 代入(12)式右端，得到

$$\frac{d\hat{e}_3}{dx}=\frac{\begin{array}{c}-x_cAG(x)+x_cK_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1\\-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3]+x_N(\theta_N/\theta_3)K_b(\hat{e}_N^*-\hat{e}_N)\end{array}}{x_c+\dfrac{x_N(\theta_N/\theta_3)W_2}{[W_2-(1-W_2)\hat{e}_3]^2}} \tag{13}$$

在模型 III 中令 ν_3 和 ν_N 平衡，于是由方程(7)、(9)、(13)和(11)构成二振型模型 V。在模型 IV 中令 ν_3 和 ν_N 平衡，于是由方程 (7)、(10)、(13) 和 (11) 构成二振型模型 VI。

在方程 (10) 中略去 ν_3 和 $3\nu_2$ 交换项(此即 Anderson 所用的近似之一)，得到

$$\frac{d\hat{e}_2}{dx}=\frac{AG(x)+K_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}K_c(\hat{e}_2^*-\hat{e}_2)}{\dfrac{2W_3\hat{e}_2(\hat{e}_2+1)}{[(1-W_3)\hat{e}_2^2+2\hat{e}_2+1]^2}+\dfrac{2\theta_2}{\theta_1}} \tag{14}$$

方程(7)、(14)、(13)和(11)构成二振型模型 VII。

4．弛豫方程的线性化

(1) ν_1 和 $2\nu_2$ 交换项线性化

$$\begin{aligned}&K_e[(\hat{e}_1+1)\hat{e}_2^2W_3-\hat{e}_1(\hat{e}_2+1)^2]\\&=K_e\frac{1}{(1-e^{-\theta_2/T_2})^2}\left[e^{-\theta_1/T}\exp\left(2\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\right)\right.\\&\quad\left.\times(\hat{e}_1+1)-\hat{e}_1\right]\\&=K_e\frac{1-e^{-\theta_1/T}\exp\left(2\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}{(1-e^{-\theta_2/T_2})^2}\\&\quad\times\left[\frac{\exp\left(2\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}{e^{\theta_1/T}-\exp\left(2\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}-\hat{e}_1\right]\\&\approx K_e'(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)\end{aligned} \tag{15}$$

其中

$$\exp\left(2\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\right)=1+2\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}+\cdots\cdots\approx1$$

$$\begin{aligned}e^{-\theta_2/T_2}&=e^{-\theta_2/T}\left(1+\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}+\cdots\cdots\right)\\&\approx e^{-\theta_2/T}\end{aligned}$$

$$K_e'=K_e\frac{1-e^{-\theta_1/T}}{(1-e^{-\theta_2/T})^2}$$

线性化条件：

$$2\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\ll1。$$

(2) ν_3 和 $3\nu_2$ 交换项线性化

$$\begin{aligned}&K_a[(\hat{e}_3+1)\hat{e}_2^3W_1-\hat{e}_3(\hat{e}_2+1)^3]\\&=K_a\frac{1}{(1-e^{-\theta_2/T_2})^3}\left[e^{-\theta_3/T}\exp\left(3\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\right)\right.\\&\quad\left.\times(\hat{e}_3+1)-\hat{e}_3\right]\\&=K_a\frac{1-e^{-\theta_3/T}\exp\left(3\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}{(1-e^{-\theta_2/T_2})^3}\\&\quad\times\left[\frac{\exp\left(3\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}{e^{\theta_3/T}-\exp\left(3\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\right)}-\hat{e}_3\right]\\&\approx K_a'(\hat{e}_3^*-\hat{e}_3)\end{aligned} \tag{16}$$

其中

$$\exp\left(3\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\right)=1+3\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}+\cdots\cdots\approx1$$

$$K'_a=K_a\frac{1-e^{-\theta_3/T}}{(1-e^{-\theta_3/T})^3}$$

线性化条件：

$$3\theta_2\frac{T_2-T}{TT_2}\ll1。$$

例如，当 $T=300\,\mathrm{K}$ 时，

若 $3\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\leqslant0.1$，则 $T_2\leqslant303.2\mathrm{K}$

若 $3\theta_2\dfrac{T_2-T}{TT_2}\leqslant0.01$，则 $T_2\leqslant300.3\mathrm{K}$。

(3) ν_3 和 ν_N 交换项线性化

令 $\theta_N=\theta_3$，则 $W_2=\exp\left(\dfrac{\theta_N-\theta_3}{T}\right)=1$，于是

$$K_d[(\hat e_3+1)\hat e_N W_2-\hat e_3(\hat e_N+1)]=K_d(\hat e_N-\hat e_3)\tag{17}$$

线性化条件：$\theta_N=\theta_3$。

(4) 模型的线性化

将(15)～(17)式代入四振型模型 I，可将其线性化，于是方程(1)～(4)变为

$$\frac{d\hat e_1}{dx}=AG(x)+K'_e(\hat e_1^*-\hat e_1)\tag{18}$$

$$\frac{d\hat e_2}{dx}=K_c(\hat e_2^*-\hat e_2)-K'_e(\hat e_1^*-\hat e_1)-1.5K'_a(\hat e_3^*-\hat e_3)\tag{19}$$

$$\frac{d\hat e_3}{dx}=-AG(x)+K'_a(\hat e_3^*-\hat e_3)+x_NK_d(\hat e_N-\hat e_3)\tag{20}$$

$$\frac{d\hat e_N}{dx}=K_b(\hat e_N^*-\hat e_N)-x_cK_d(\hat e_N-\hat e_3)\tag{21}$$

将 $\theta_1=2\theta_2$（即 $W_3=1$）和 (16)、(17)式代入三振型模型 III，则 (3)、(4)二式变为(20)、(21)式，(7)、(9)二式分别变为

$$\hat e_1=\frac{\hat e_2^2}{2\hat e_2+1}\tag{22}$$

$$\frac{d\hat e_2}{dx}=\frac{AG(x)+K_c(\hat e_2^*-\hat e_2)-1.5K'_a(\hat e_3^*-\hat e_3)}{\dfrac{2\hat e_2(\hat e_2+1)}{(2\hat e_2+1)^2}+1}\tag{23}$$

方程(22)、(23)、(20)和(21)即构成 Hoffman 所用的线性化三振型三温度方程[4]。

将 $\theta_1=2\theta_2$、$\theta_N=\theta_3$ 和 (16) 式代入二振型模型 VI 和 VII，则 (7) 式变为 (22) 式，(10)、(13)、(11)和(14)式分别变为

$$\frac{d\hat e_2}{dx}=\frac{AG(x)+K_c[(\hat e_1^*+\hat e_2^*)-(\hat e_1+\hat e_2)]-1.5K'_a(\hat e_3^*-\hat e_3)}{\dfrac{2\hat e_2(\hat e_2+1)}{(2\hat e_2+1)^2}+1}\tag{24}$$

$$\frac{d\hat e_3}{dx}=\frac{-x_cAG(x)+x_cK'_a(\hat e_3^*-\hat e_3)+x_NK_b(\hat e_N^*-\hat e_N)}{x_c+x_N}\tag{25}$$

$$\hat e_N=\hat e_3\tag{26}$$

$$\frac{d\hat e_2}{dx}=\frac{AG(x)+K_c[(\hat e_1^*+\hat e_2^*)-(\hat e_1+\hat e_2)]}{\dfrac{2\hat e_2(\hat e_2+1)}{(2\hat e_2+1)^2}+1}\tag{27}$$

方程(22)、(24)、(25)和(26)式即构成解伯民、周显初所用的线性化二振型方程[5]。方程(22)、(27)、(25)和(26)式即构成 Anderson 所用的线性化二振型方程[6]。若用模式 I 和 II 的振动能表示，则(24)、(25)和(27)式可分别写为

$$\frac{de_{\mathrm I}}{dx}=x_c\frac{R}{M}\theta_1AG(x)+K_c(e_{\mathrm I}^*-e_{\mathrm I})-3K'_a\frac{x_c}{x_c+x_N}\frac{\theta_2}{\theta_3}(e_{\mathrm{II}}^*-e_{\mathrm{II}})\tag{28}$$

$$\frac{de_{\mathrm{II}}}{dx}=-x_c\frac{R}{M}\theta_3AG(x)+\frac{x_cK'_a+x_NK_b}{x_c+x_N}(e_{\mathrm{II}}^*-e_{\mathrm{II}})\tag{29}$$

$$\frac{de_{\mathrm I}}{dx}=x_c\frac{R}{M}\theta_1AG(x)+K_c(e_{\mathrm I}^*-e_{\mathrm I})\tag{30}$$

其中

$$e_{\mathrm I}^*=x_c\frac{R}{M}\theta_1(\hat e_1^*+\hat e_2^*);$$

$$e_{\mathrm{II}}^*=(x_c+x_N)\frac{R}{M}\theta_3\hat e_3^*。$$

四、反应速率常数

a. $CO_2^*(\nu_3)+M$

$$\rightleftarrows CO_2^{**}(\nu_2)+M+416\text{ 厘米}^{-1}$$

$$K_a=4\times273L_0\frac{P}{Tu}\times(x_ck_{aC}+x_Nk_{aN}+x_Hk_{aH}) \quad (31)$$

b. $N_2^*+M \rightleftarrows N_2+M+2331\text{ 厘米}^{-1}$

$$K_b=273L_0\frac{P}{Tu}(x_ck_{bC}+x_Nk_{bN}+x_Hk_{bH}) \quad (32)$$

c. $CO_2^*(\nu_2)+M$

$$\rightleftarrows CO_2+M+667\text{ 厘米}^{-1}$$

$$K_c=273L_0\frac{P}{Tu}(x_ck_{cC}+x_Nk_{cN}+x_Hk_{cH}) \quad (33)$$

d. $CO_2^*(\nu_3)+N_2$

$$\rightleftarrows CO_2+N_2^*+18\text{ 厘米}^{-1}$$

$$K_d=273L_0\frac{P}{Tu}k_d \quad (34)$$

e. $CO_2^*(\nu_1)+M$

$$\rightleftarrows CO_2^{**}(\nu_2)+M+102\text{ 厘米}^{-1}$$

$$K_e=273L_0\frac{P}{Tu}(x_ck_{eC}+x_Nk_{eN}+x_Hk_{eH}) \quad (35)$$

其中 k_{ac} 等为 Taylor-Bitterman 型速率常数(单位是 $cm^3\,part^{-1}\,sec^{-1}$)，第一个下标表示反应，第二个下标 C、N 和 H 分别表示以 CO_2、N_2 和 H_2O 为碰撞伴侣。本文计算用的速率常数取自严海星整理的数据[7]。其中反应 e 因缺乏实验数据，本文只取了其中慢速率的数量级，假定在 $T=300\,K$ 时

$$\left.\begin{aligned}K_e&=273L_0\frac{P}{Tu}k_e(x_c+x_H+0.46x_N)\\ k_e&=1.2432\times10^{-13}\,cm^3\,part^{-1}\,sec^{-1}\end{aligned}\right\} \quad (36)$$

五、增益计算公式

普遍增益计算公式为[8]

$$G=\frac{\lambda^2}{8\pi\tau_{z1}}g(\nu)\left(N_2-\frac{g_2}{g_1}N_1\right) \quad (37)$$

其中 N_2、N_1 为激光上、下能级的粒子数密度，g_2、g_1 为简并度，$g(\nu)$ 为线形因子。在典型的气动激光器条件下，压力加宽是主要的，忽略掉多普勒加宽只有约 1% 的误差，因此

$$g(\nu)=\frac{2}{\pi\Delta\nu_H} \quad (38)$$

$$\Delta\nu_H=4.184(\sigma_{CO_2}\times10^{14})P\left(\frac{300}{T}\right)^{1/2}\times\left(x_c+1.134\frac{\sigma_{N_2}}{\sigma_{CO_2}}x_N+1.312\frac{\sigma_{H_2O}}{\sigma_{CO_2}}x_H\right)\times10^9\text{ 赫} \quad (39)$$

将 $g(\nu)$ 代入(37)式，得到

$$G=\frac{\lambda^2}{4\pi^2\tau_{21}\Delta\nu_H}\left(N_2-\frac{g_2}{g_1}N_1\right) \quad (40)$$

由统计力学可得，$CO_2(001)$—(100)的 $P(J)$ 支激光跃迁的粒子数反转为

$$\begin{aligned}\Delta N^{P(J)}&=N_{001}^{J-1}-\frac{2J-1}{2J+1}N_{100}^{J}\\&=N_{001}\frac{\theta_{r001}}{T}2(2J-1)e^{-J(J-1)\theta_{r001}/T}\\&\quad-N_{100}\frac{\theta_{r100}}{T}2(2J-1)\\&\quad\times e^{-J(J+1)\theta_{r100}/T}\end{aligned} \quad (41)$$

其中 $\theta_{r_{001}}$ 和 $\theta_{r_{100}}$ 是 $CO_2(001)$ 和 (100) 振动能级的转动特征温度，由光谱常数[9]确定。在室温下，由于竞争效应大多数情况下发生的 $P(20)$ 支跃迁为[2]

$$\Delta N^{P(20)}=\left(N_{001}0.992\exp\left(\frac{24}{T}\right)-N_{100}\right)\times\frac{43.74}{T}e^{-235.5/T} \quad (42)$$

Anderson 给出的同一个公式[6]

$$\Delta N^{P(20)}=(N_{001}-N_{100})\frac{45.6}{T}e^{-234/T} \quad (43)$$

显然具有某些近似性。计算表明，用(43)式所得的值在室温下约比用(42)式所得的值低 3%，当温度升高时，这一偏离减小。考虑到

目前 τ_{21} 的数据偏差竟达14%（5.38秒[6] 和4.7秒[10]），所以(43)式的误差是不算大的。为简便起见，本文增益计算采用(43)式。将 N_{001} 和 N_{100} 表达式代入(43)式，最后得到增益计算公式为

$$G=B(\hat{e}_3-\hat{e}_1)[(\hat{e}_1+1)(\hat{e}_2+1)(\hat{e}_3+1)]^{-2} \tag{44}$$

$$B=\frac{273\,L_0\,45.6\,\lambda^2 x_c P}{4\pi^2\tau_{21}\,\Delta\nu_H\,T^2}\,e^{-234/T} \tag{45}$$

本文计算采用的原始数据是：

$\tau_{21}=5.38$ 秒；

$\sigma_{CO_2}=1.367\times10^{-14}$ 厘米^2，

$\sigma_{N_2}=0.856\times10^{-14}$ 厘米^2，

$\sigma_{H_2O}=0.3751\times10^{-14}$厘米^2[10]；

$P=0.0987$ 大气压，$T=300\,K$，

$u=1.4508\times10^5$ 厘米/秒；

$x_c=0.08$，$x_N=0.91$，$x_H=0.01$；

初始 $G_0=0.0043$ 厘米$^{-1}$；

$I=1176.5$ 瓦/厘米^2。

六、增益计算的比较与讨论

在本文共考虑了七种弛豫模型，对于其中每一种模型又分别考虑了复杂方程、线性化方程、$\theta_1=2\theta_2$、$\theta_N=\theta_3$ 及有无辐射场等情况，这样就基本包括了迄今所见到的各种类型方程。本文在流动参数为常数情况下计算了各种模型的小信号增益和饱和增益(均匀场强下)随距离的衰减，并对几种典型情况画出了衰减曲线，通过比较，可作出如下定性和半定量的讨论。所谓半定量，是因为本文所给出的相对偏差数字都只是在一组特定参数条件下得到的，具体数字虽不见得有普遍意义，但作为模型之间的相对比较，还是有一定参考意义的。主要模型见表1。

1. 计算表明，模型III和模型IV的结果十分接近，模型V和模型VI的结果也十分接近，无论有无辐射场都是如此，画成曲线几乎重合。这说明在三振型模型III和二振型模型V中，在 $\hat{e}_2$ 方程中加进 $K_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)$ 项对结果影响很小，实际上只略微使增益曲线提高一点。所以下面只要比较五种模型即可。

2. 二振型模型增益曲线高于三振型模型(在图2、3中的曲线4高于2)。这是由于在二振型模型中假定了 ν_3 和 ν_N 平衡，N_2 的振动能可以充分供给 $CO_2(001)$ 能级，使维持较高的粒子数反转，所以其增益比三振型模

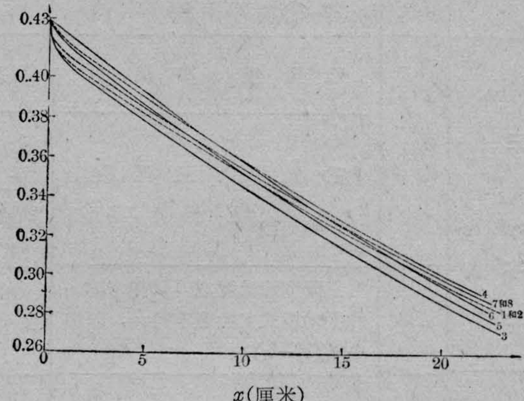

图2 不同模型的小信号增益比较

1—四振型模型I($K_e\sim10^{-13}$)；2—三振型四温度模型III；3—Hoffman模型(线性化III，三温度)；4—二振型四温度模型V；5—解伯民、周显初模型(线性化VI，二温度)；6—Anderson模型(线性化VII，二温度)；7—四振型模型II；8—四振型模型I($k_e=0$)

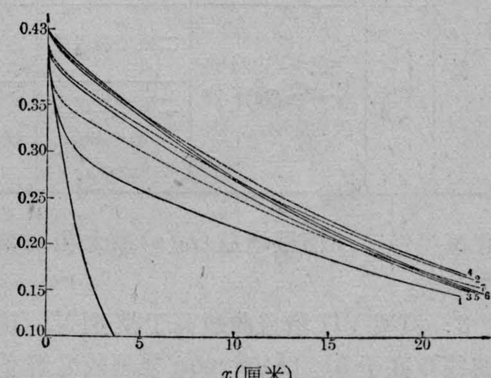

图3 不同模型的饱和增益比较
($I=1176.5$ 瓦/厘米^2)

1—四振型模型I($k_e\sim10^{-13}$)；2—三振型四温度模型III；3—Hoffmar模型(线性化III，三温度)；4—二振型四温度模型V；5—解伯民、周显初模型(线性化VI，二温度)；6—Anderson模型(线性化VII，二温度)；7—四振型模型II；8—四振型模型I($k_e=0$)

表1 主要模型--览表

振型	模型	主要特征			引文作者	文中方程	图中曲线
四振型	I	四振型四温度		复杂方程	MacDonald[1]	(1)～(4)	曲线1 ($k_e\sim10^{-13}$) 曲线8 ($k_e=0$)
				线性化 $\theta_N=\theta_3$		(18)～(21)	
	II	四振型四温度，在I中令ν_1和ν_2净交换为0，并考虑ν_1与平动模式交换速率同ν_2，即加进$k_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)$项		复杂方程		(5)、(6)、 (3)、(4)	曲线7
三振型 ν_1和ν_2 平衡	III	三振型四温度		复杂方程	严海星、陈丽吟[2]	(7)、(9)、 (3)、(4)	曲线2
		三振型三温度 $\theta_1=2\theta_2$		复杂方程	Lee[3]	同上，代入 $\theta_1=2\theta_2$	
				线性化 $\theta_N=\theta_3$	Hoffman[4]	(22)、(23) (20)、(21)	曲线3
	IV	三振型四温度，在III中考虑ν_1和平动模式交换速率同ν_2，即加进$k_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)$项		复杂方程		(7)、(10) (3)、(4)	
二振型 ν_1和ν_2 平衡 ν_3和ν_N 平衡	V	二振型四温度		复杂方程		(7)、(9) (13)、(11)	曲线4
	VI	在V中考虑ν_1和平动模式交换速率同ν_2，即加进$k_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)$项	二振型四温度	复杂方程		(7)、(10) (13)、(11)	
			二振型二温度 $\theta_1=2\theta_2$, $\theta_N=\theta_3$	线性化	解伯民、周显初[5]	(22)、(24)、(25)、 (26)或(22)、 (28)、(29)	曲线5
	VII	在VI中略去$\nu_3\to3\nu_2$对下能级的影响	二振型四温度	复杂方程		(7)、(14) (13)、(11)	
			二振型二温度 $\theta_1=2\theta_2$, $\theta_N=\theta_3$	线性化	Anderson[6]	(22)、(27)、(25)、 (26)或(22)、 (30)、(29)	曲线6

型衰减得慢。小信号增益$G_0(x)$最大相对偏差为2%。

3．模型VII增益曲线高于模型VI（图中曲线6高于5）。Anderson模型较之解伯民、周显初模型略去了e_1方程中的ν_3到$3\nu_2$消激发项，因此实际效果等于加快了激光下能级的抽空，从而维持了较高的粒子数反转，所以Anderson模型的增益比解伯民、周显初模型衰减得慢。$G_0(x)$最大相对偏差为1.5%。

4．模型I和模型III（图中曲线1和2）在无辐射场时，曲线几乎完全重合，而当有辐射场时，模型I的增益曲线要低得多，$G(x)$最大相对偏差高达20%以上。这个事实表明，对于本文所假定的ν_1和ν_2交换的慢速率（$k_c\sim10^{-13}$）来说，在无辐射场时，ν_1和ν_2平衡的假设是一个很好的近似，而在有辐射场时，这个近似就偏差太大。这就启发我们，为了更精确地研究光腔内饱和增益的衰减规律，从理论和实验上确定ν_1和ν_2的交换速

率是迫切需要的。而目前所通用的三振型模型 III 在强辐射场之下，误差到底有多大，还需要仔细研究。

5．模型 II 在无辐射场时，增益曲线略高于模型 I 和 III（图 2 中曲线 7 高于曲线 1 和 2），然而在有辐射场时却比模型 III 低很多，又比模型 I 高很多，介于二者之间（图 3 中曲线 7 低于曲线 2、高于曲线 1）。这表明在有辐射场时，$K_c(\hat{e}_1^*-\hat{e}_1)$ 项在四振型模型中对激光下能级的抽空作用小于 ν_1 和 ν_2 始终平衡的假设而大于 ν_1 和 ν_2 的慢速率（$k_c \sim 10^{-13}$）交换。

6．图 2 中曲线 7 和 8 完全重合是因为本文计算中取初始值 $\hat{e}_1^0=\hat{e}_1^*$，致使 $\hat{e}_1$ 为常数（同曲线 8 一样）的缘故。当 $I=0$ 时，方程(5)的解为

$$\hat{e}_1=\hat{e}_1^*+(\hat{e}_1^0-\hat{e}_1^*)e^{-k_c x}$$

若取 $\hat{e}_1^0$ 稍大于 $\hat{e}_1^*$，则由于 $\hat{e}_1$ 的衰减，曲线 7 应略高于曲线 8。

7．模型 I 中 k_c 从 10^{-13} 减小到 0，在图 2 中小信号增益曲线 1 略微升高变到曲线 8（$k_c=0$ 使得 $\hat{e}_1$ 始终为常数，而 $k_c \neq 0$ 时，从 ν_3 传递到 ν_2 的能量除了传递给平动模式外，也有部分传递给 ν_1，即增加了激光下能级的能量，使粒子数反转下降，造成曲线 1 略低于曲线 8），而在图 3 中，饱和增益曲线 8 却很快下降到 0，这是由于存在辐射场时，$k_c=0$ 意味着激光下能级完全没有抽空，连续辐射使得下能级迅速堆积，致使粒子数反转急速下降。

8．方程中 ν_3—$3\nu_2$ 项线性化使得增益曲线略微提高，$G_0(x)$ 最大相对偏差为 0.5%。方程中 ν_1—$2\nu_2$ 项线性化也使得增益曲线略微提高，$G_0(x)$ 最大相对偏差为 0.7%。

9．方程中令 $\theta_N=\theta_3$（在三、四振型方程中即是使得 ν_3—ν_N 项线性化）使得增益曲线降低，且偏离随着距离而增大。$G_0(x)$ 最大相对偏差为 4%，饱和增益 $G(x)$ 最大相对偏差为 9%。

10．方程中令 $\theta_1=2\theta_2$ 使得增益曲线降低，例如 Lee 的模型比之模型 III 低，$G_0(x)$ 最大相对偏差为 1%。

11．从图 2 和图 3 中可以看到，线性化方程与复杂方程比较，偏离随着距离的增加而增加（这是由于 $\theta_1=2\theta_2$，特别是 $\theta_N=\theta_3$ 所带来的结果），而不同模型之间的偏离（例如曲线 4、2 和 7；曲线 6、5 和 3）在一定距离之后随着距离的增加而减小。这就是线性化模型（曲线 6、5 和 3）在一定距离之后会和复杂模型（曲线 4、2 和 7）相交叉的原因。例如，模型 VII 本来是增益曲线最高的一个，但在图 2 中线性化（$\theta_1=2\theta_2$, $\theta_N=\theta_3$）之后的 Anderson 模型曲线 6 分别于 9 厘米、15 厘米和 18 厘米之后低于复杂模型曲线 4、7 和 2。

12．如果以模型 III 的结果为准，那末 Hoffman 模型只在 5 厘米以内误差较小，在较长距离以后，它甚至比 Anderson 模型偏离还要大。在 20 厘米范围内，对于小信号增益计算来说，三个线性化模型中，解伯民、周显初模型稍为好些，它的增益曲线前边高一些，后边低一些，偏离都不算太大。但对于饱和增益计算来说，线性化模型都有比较大的误差。

13．关于反应速率常数，本文比较了在 $T=300\,\mathrm{K}$ 下用 Taylor—Bitterman 数据[11]和严海星数据[7]计算增益的差别，发现前者的增益曲线略高于后者，$G_0(x)$ 最大相对偏差为 0.6%。

七、结 束 语

鉴于小信号增益和饱和增益随距离的衰减曲线目前尚缺乏系统的实验资料，因此本文只限于比较各种模型的理论计算结果，而无法和实验结果相比较。

在上述各种弛豫模型中，理论上最完善

的是四振型模型 I，但遗憾的是关于 ν_1 和 ν_2 交换速率至今仍缺乏系统可靠的数据。因此目前较好的模型是三振型四温度模型 III，严海星、陈丽吟[2] 采用这种模型进行了气动激光器的非平衡流计算，他们的小信号增益计算结果与实验结果符合较好。如前所述，在无辐射场时，ν_1 和 ν_2 平衡的假设是一个很好的近似，所以用模型 III 计算小信号增益是足够准确的。但当辐射场很强时，由于 ν_1 和 ν_2 的实际交换速率并非无穷大，因而就有可能产生激光下能级粒子数的堆积，以致模型 III 的结果与实际情况发生偏离。但要知其误差到底有多大，则有待于从理论和实验上尽快确定 ν_1 和 ν_2 的准确交换速率。

参考文献

[1] J. R. MacDonald; AD718131(1970).

[2] 严海星，陈丽吟，《力学学报》，1978, No. 4, 274.

[3] G. Lee: *Phys. of Fluids*, 1974, **17**, No. 3, 644

[4] A. L. Hoffman, G. C. Vlases; *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, **QE-8**, 46.

[5] 解伯民，周显初，中国科学院力学研究所研究工作报告(1974)。

[6] J. D. Anderson; AD718805(1970).

[7] 严海星，中国科学院力学研究所研究工作报告(1974)。

[8] A. Yariv; Quantum Electronics, Wiley, New York(1957).

[9] G. Herzberg, Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules, Van Nostrand, New York (1945).

[10] D. B. Rensch; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 11, 2546.

[11] R. L. Taylor, S. Bitterman; *Rev. of Modern Physics*, 1969, **41**, No. 1, 26.

激光消灭钉螺和尾蚴的实验研究

血吸虫病是严重危害广大劳动人民健康的疾病，因此，在消灭血吸虫病的综合措施中，消灭钉螺和尾蚴是重要环节之一。

我们用输出功率为 40 瓦的 CO_2 激光，分别以聚焦、散焦和不聚焦光束对钉螺和尾蚴照射，实验都取得了满意的结果。

用聚焦激光束照射钉螺，每个 2～3 秒钟，螺壳瞬间变白，或至烧焦，软体缩回螺壳。将它们浸泡在清水器皿中，48 小时后观察，未见活钉螺爬出水面。激光照射的尾蚴也全致死。

将钉螺置于散焦光束的不同距离处，观察到近距照射 1 分钟时，螺壳烧焦、冒烟、变白，软体缩回螺壳，远距(100、200 厘米)照射时，螺壳烧焦、发烟、变黑，最后爆裂，螺壳及软体均爆裂成碎片四散。用散焦光束照射泥土表面、土下 0.3 厘米及 0.5 厘米的钉螺 2 分钟，也均能将钉螺杀死。散焦光束扫描照射盛有活尾蚴的试管 1 分钟，可将尾蚴全部杀死。

不聚焦光束照射 1 分钟，100 厘米处的钉螺烧焦冒烟，软体从壳内脱出而死亡，有些则爆裂成碎片；200 厘米处的钉螺螺壳发白，软体缩回壳内，在清水内浸泡 48 小时后观察，均未见活钉螺爬出水面。

我们认为，聚焦光束灭螺灭尾蚴，速度快，作用强，但焦距有限，没有实用意义；散焦的优点是辐射面积大，但作用较弱；不聚焦光斑作用强，而且有效距离大，用扫描方法进行一定距离灭螺灭尾蚴可能性较大。

(武汉医学院寄生虫病学教研室　刘雅隶

武汉医学院第二附属医院激光小组　王　奇)