

近轴光线的流图分析

王 绍 民

(杭州大学物理系)

提 要

本文从光学传输矩阵和电子信号流图出发,引出“光学射线流图”,分析和讨论了光学共振腔。在这基础上,进一步定义了光学射线流图的“非共轴作用偶”,能迅速而清晰地处理非共轴光学系统的问题。

一、引 言

流图是图论的一个分支。它是由点和定向的线组成的拓扑结构,是线性方程组因果关系的图形语言。由于它能直观地反映各变数间的有机联系,运算简便、灵活,因而,用在现代工程中^[1],特别是分析电子电路^[2,3],已获得显著成效,逐渐成为分析线性系统的有力工具。

光学领域往往是沿用电子学的处理方法作为自己的分析手段的。光学传输矩阵,或称 $ABCD$ 矩阵,或称射线矩阵^[4],本来就 and 电路四端网络链接矩阵相对应:近轴光线偏离光轴的距离 x 对应于电压,与光轴的夹角 x' 对应于电流;光线经过空间或通过透镜则对应于串联或并联一个阻抗。因此,用“光学射线流图”代替光学传输矩阵,是电子信号流图的自然推广。

各学科又有自己的特点。例如,非共轴光学系统在电子信号流图中还找不到对应的处理方法。这就需要作出新的定义,在解决实际问题的同时,不断丰富流图分析的内容。

二、射线流图的构成和简化

构成流图的最基本方法是首先列出线性代数方程组的因果形式。然后,变数分别用圆圈表示,称为节点;变数间的相互关系用连接节点的线段表示,称为支路。圆圈的位置和线段的形状是任意的,以尽量模拟实际物理过程和线段少相交为原则。支路反映因果关系,因而带有方向性,用箭头表明;支路又反映因果系数,因而是带权的,称为支路传输值。对某一节点来说,有入支路和出支路之分;只有出支路的节点,称为源节点,简称源点,用半圆点表示;只有入支路的节点,称为汇节点,简称汇点,用半圆圈表示。只有源点、汇点而无节点的流图,又称残图。源点的变数,是初始变数,即因;汇点的变数,是所求变数,即果。所求变数是所有入支路的初始变数乘以传输值的代数和。

因为我们已经熟知光学系统的传输矩阵,因此,可以不列方程组直接从矩阵元得出传输值,构成基本光学系统的射线流图,举例如于图1。

收稿日期:1978年4月24日。

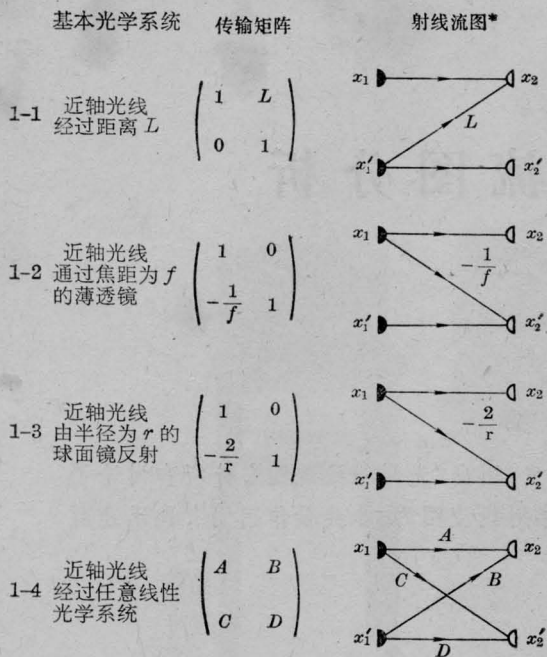


图1 基本光学系统的流图结构
(支路未标传输值的,均为1,下同)

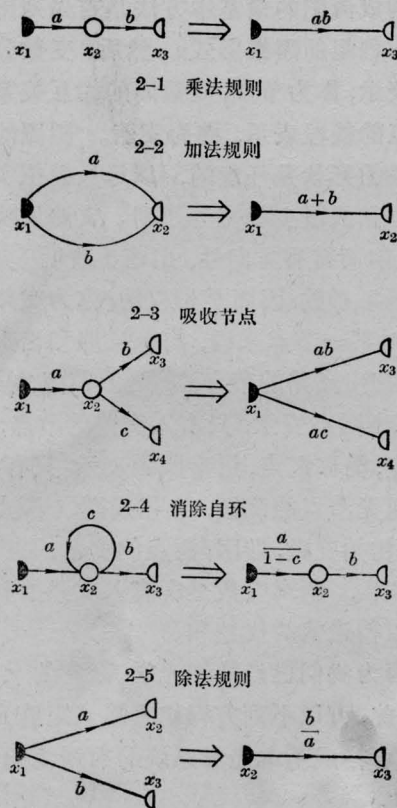


图2 流图简化规则

如果光学系统由多元件组成,则相当于流图级联。如果从某节点沿着支路方向连续经过一些支路终止在同一节点上,称为环;某节点只经过一个支路终止在同一节点上时,则称自环;环和自环是反馈的表示。

复杂光学系统的传输矩阵是通过矩阵四则运算得出结果的。级联流图和反馈流图则通过简化最终得出残图。射线流图的简化规则与信号流图相同,举例于图2。

例如:望远镜的射线流图,可由图1-2,图1-1,再由图1-2级联,见图3-1。然后运用乘法规则和加法规则简化:

$$A = 1 - \frac{1}{f_1}(f_1 + f_2) = -\frac{f_2}{f_1},$$

$$B = f_1 + f_2,$$

$$C = -\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_1 f_2}(f_1 + f_2) - \frac{1}{f_2} = 0,$$

$$D = 1 - \frac{1}{f_2}(f_1 + f_2) = -\frac{f_1}{f_2};$$

得出图3-2的残图。也就是:

$$x_2 = -\frac{f_2}{f_1} x_1 + (f_1 + f_2) x_1',$$

$$x_2' = -\frac{f_1}{f_2} x_1'.$$

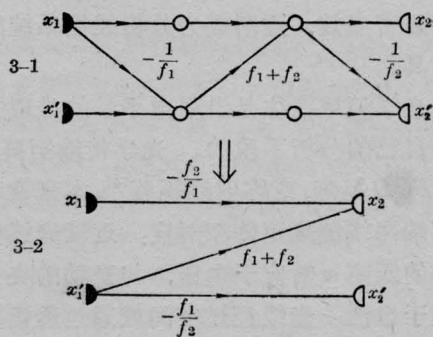


图3 望远镜的流图结构

三、光学共振腔的射线流图

稳定腔的回路传输矩阵,起点是任意选取的。以空腔为例,它所对应的回路射线流图,为图4-1。运用乘法加法规则简化,得图4-2。

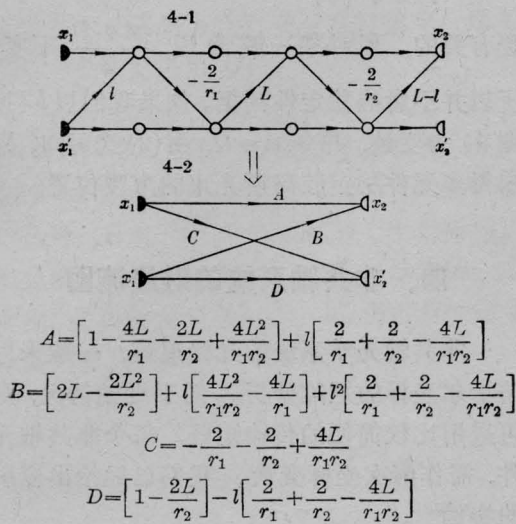


图4 稳定空腔的回路流图结构

不稳定腔的回路传输矩阵，起点选在镜面上。也以空腔为例，其回路射线流图及简化后的残图，见图5。

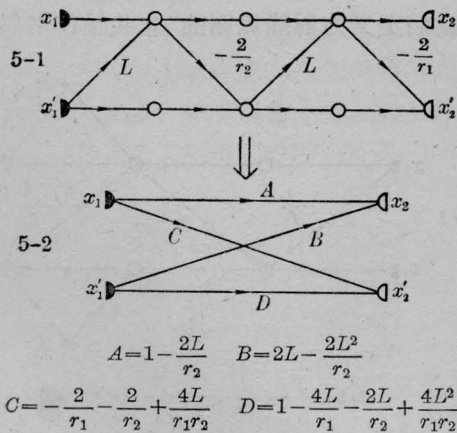


图5 不稳定腔的回路流图结构

共振腔的稳定性条件，通常由积分方程或传输矩阵导出。利用传输矩阵又有下列几种推导方法：(1) 回路矩阵的周期序列应当是稳定的；(2) 迭代方程本征值的绝对值应当小于1；(3) 光束的复曲率经回路应当相等。三种方法所得结果相同。本质上都是以Kogelnik所给出的ABCD矩阵或ABCD定律为基础^[4,5]。

我们从Siegman提出的不稳定腔光场自

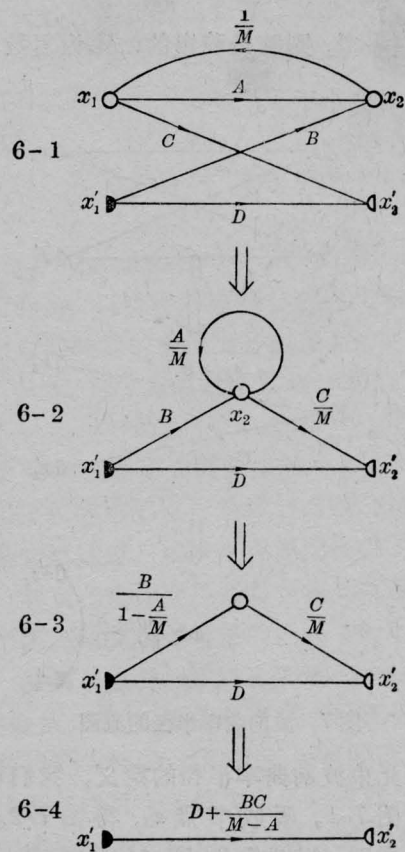


图6 多元件不稳定腔放大率的流图及其简化

洽和共轭象点^[6]出发，应用流图，来讨论多元件腔的稳定性及其参数。

按不稳定腔放大率的定义，我们可以给出腔的回路反馈射线流图，即图6-1。吸收节点 x_1 ，得图6-2。消除自环，得图6-3。运用乘法加法规则，得图6-4。再不稳定腔光场自洽的几何关系，得 $D + \frac{BC}{M-A} = M$ ；并用互易性 $AD - BC = 1$ ，可得：

$$M = \left(\frac{A+D}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2} \right)^2 - 1}. \quad (1)$$

这就是多元件不稳定腔放大率的标准公式^[7]。

M 若有两个实解，即 $\left| \frac{A+D}{2} \right| > 1$ ，则为不稳定腔； $M > 1$ 为正支， $M < -1$ 为负支。 M 若有一个实解，即 $\left| \frac{A+D}{2} \right| = 1$ ，则腔介于不稳和稳定之间； $|M| = 1$ 。 M 若没有实解，即

$\left| \frac{A+D}{2} \right| < 1$, 则腔是稳定的; M 为复数, 实部的绝对值小于 1。

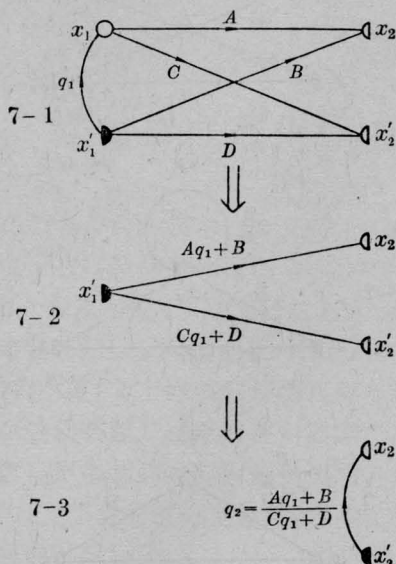


图 7 波前曲率半径的流图

按光束波前曲率半径的定义, 我们可以给出流图 7-1。吸收节点 x_1 , 得图 7-2。运用除法规则, 得图 7-3, 即 $ABCD$ 定律。再从不稳腔共轭象点的几何关系, 得

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D},$$

并用 $AD - BC = 1$, 可得:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{B} \left[-\frac{A-D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - 1} \right]. \quad (2)$$

这是多元件腔光束波前曲率的普适公式。 $1/q$ 若有两个实解, 则存在共轭象点, 要求 $\left| \frac{A+D}{2} \right| > 1$, 为不稳腔, 光束是球面波; 当 $AD=1$ 时, 其中一个镜面输出平面波, 即望远镜型不稳腔。 $1/q$ 若没有实解, 则不存在共轭象点, 对应于 $\left| \frac{A+D}{2} \right| < 1$, 是稳定腔; 光束波前曲率为复数, 因而是高斯光束。不稳腔共轭象点位置、球面波曲率和稳定腔高斯光束束腰光斑尺寸、波前曲率, 也由 (2) 式所确定。

稳定腔的传输值 A 、 D 和 B 是和起点位

置有关的。但对某一腔来说, $\frac{A+D}{2}$ 不变, 所以并不影响稳定性判据。如果我们以 l (见图 4) 为变数, 并令 $A=D$, 由 (2) 式可知, 即求得多元件稳定腔高斯光束的束腰位置。

四、非共轴系统的射线流图

非共轴光学系统的光线追迹, 一般采用笛卡尔坐标的矩阵分析。对于近轴情况, 则可采用比较简便的传输矩阵。每个非共轴元件, 需作两次坐标变换。我们已经给出应用的实例^[8]。

对应于射线流图, 非共轴影响可用直观、简单的作用偶体现两次坐标变换。上列的流图结构, 如图 8-1, 经过乘法加法简化, 得图 8-2, 即为望远镜对准直光束方向漂移的变换作用关系图。图 8-1 中 x_2 、 x_2' 的拓扑结构, 我们定义为射线流图的“非共轴作用偶”。

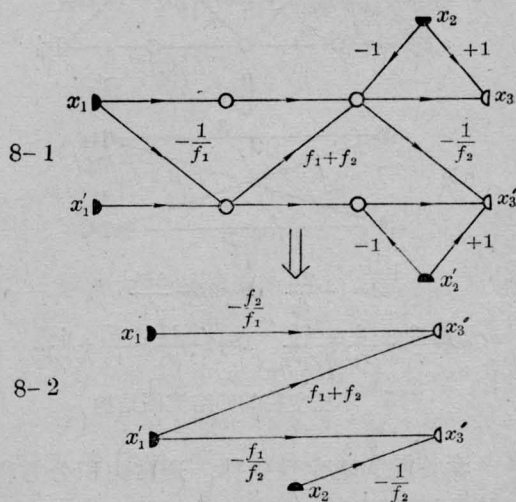


图 8 非共轴作用偶

又如: 激光测量的精确度、激光通讯的可靠性、激光射击的命中率等, 在很大程度上取决于望远镜的对光(调焦)误差。它是由对光(调焦)镜导轨的制造公差引起的。下面我们运用射线流图的非共轴作用偶, 进一步讨论: 在望远镜参数相同, 导轨制造公差相同

的情况下，外对光望远镜和内调焦望远镜光轴的晃动情况。

外对光望远镜光轴晃动的流图和简化结果见图9，即

$$\begin{cases} x_2 = \left(1 + \frac{f_2}{f_1}\right)x_1 \\ x'_2 = -\frac{x_1}{f_2} \end{cases} \quad (3)$$

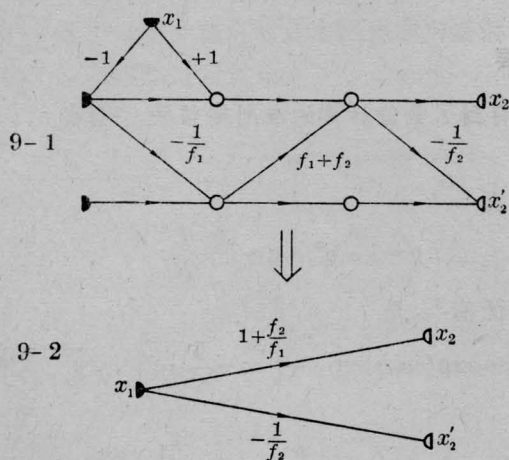


图9 外对光望远镜光轴晃动的流图

内调焦望远镜光轴晃动的流图和简化结果见图10，即：

$$\begin{cases} x_2 = \frac{l_2}{f_{21}} x_1 \\ x'_2 = \frac{f_{22} - l_2}{f_{21} f_{22}} x_1 \end{cases} \quad (4)$$

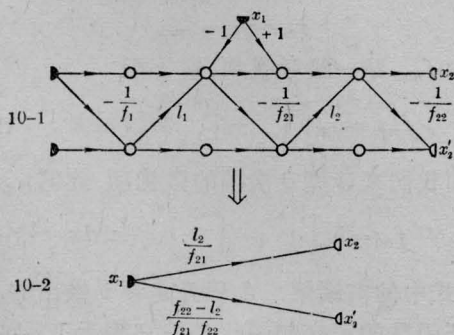


图10 内调焦望远镜光轴晃动的流图

例如，

$$f_1 = 8.3 \text{ 毫米,}$$

$$f_2 = 216 \text{ 毫米,}$$

$$f_{21} = -142 \text{ 毫米,}$$

$$f_{22} = 149 \text{ 毫米,}$$

$$l_2 = f_{21} + f_{22} - \frac{f_{21} f_{22}}{f_2} \approx 105 \text{ 毫米;}$$

制造公差 $x_1 = 0.01$ 毫米。按式(3)，外对光 $x_2 \approx 0.27$ 毫米， $x'_2 \approx -10''$ 。按式(4)，内调焦 $x_2 \approx -0.01$ 毫米， $x'_2 \approx -4''$ 。内调焦望远镜显著优于外对光望远镜。

五、结 语

用光学射线流图分析近轴光线，保持了流图分析的特点，即：直观、简便、灵活。光学元件愈多，反馈回路愈复杂，运用射线流图愈有效。

射线流图的非共轴作用偶处理方法，丰富了流图分析的内容。不需要作整体的、繁杂的运算，就可简捷地得出所需要的非共轴因果关系。

将流图分析引入光学系统，本文仅是局部的尝试。从原则上讲，所有近轴线性光学系统，都可采用射线流图的分析方法。

参 考 文 献

- [1] E. J. Henley, R. A. Williams; Graph Theory in Modern Engineering, 1973.
- [2] 上海无线电三厂,《晶体管电路的分析和计算——讯号流图法》, 1972.
- [3] 徐永昌;《信号流图及其应用》, 1975.
- [4] H. Kogelnik, T. Li; *Appl. Opt.*, **5**, No 10, 1550 (1966).
- [5] H. Kogelnik; *Appl. Opt.*, **4**, No 12, 1562 (1965).
- [6] A. E. Siegman; *Proc. IEEE*, **53**, No 3, 277(1965).
- [7] A. E. Siegman; *IEEE, J. Q. E.*, **QE-12**, No 1, 35 (1976).
- [8] 王绍民,王效敬,周祖利;《激光》, **5**, No 1, 12(1978).