

记录光的相干性对全息傅里叶光谱的影响

谢建平 白贵儒

(中国科技大学)

Effects of coherence for recording light in reconstruction on holographic F-T spectroscopy

Xie Jianping Bai Guiru

(China University of Science and Technology)

Abstract

The effects are considered of spectral bandwidth and slit width on holographic Fourier-transform spectrum with quasi-monochromatic light illumination in using the Fourier-transform method. Theoretical analysis shows that the original distribution of spectral intensities is changed in the process.

一、引言

全息傅里叶变换光谱学较之傅里叶光谱学有很多优点,近来受到很大重视^[1~5]。它的设备简单,只需要干涉仪,且无须繁重的计算,信噪比较高,理论上可有无限的分辨率。但在波长范围很大的区域上作定量光谱分析时,需要对其再现强度分布规律有所研究,本文就此问题作了理论分析,指出强度分布与光源的相干性有关,再现光谱对原光谱的强度分布有畸变,使得全息傅里叶变换光谱的应用会受到一些限制。

二、准单色光的干涉条纹特点

在任一干涉仪的干涉场中,用感光板记

录干涉条纹可形成全息图。以相干光照明此全息图,就获得狭缝光源的傅里叶光谱再现^[6]。本文着重讨论准单色光($\Delta\omega \ll \omega$, $\Delta\omega$ 为谱线宽度)所造成的干涉条纹和相干再现时的傅里叶光谱强度分布的特点。我们以罗埃镜装置为例(图1)。狭缝光源和其虚象的光场迭加给出干涉条纹的分布。

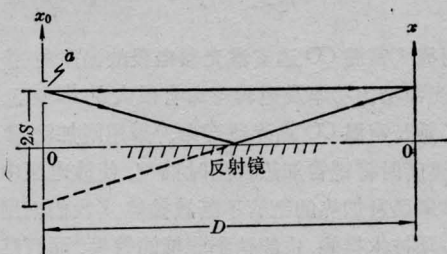


图1 罗埃镜干涉装置示意图

收稿日期: 1979年4月27日。

狭缝某点 x'_0 和其虚象 $-x'_0$ 的入射光振幅分布可用两个狄拉克 δ 函数表示:

$$A(x_0) = A_0\delta(x+x'_0) + A_0\delta(x-x'_0) \quad (1)$$

在实际光路中 $D \gg S$, 其干涉条纹由傅里叶变换给出:

$$I(x'_0, f_x) = 4A_0^2 \cos 2\pi \frac{x}{D\lambda_0} x'_0 \quad (2)$$

实际光源不可能是严格的单色光, 都有一定的线宽。多普勒加宽是非均匀加宽, 具有高斯线型; 共振加宽是均匀加宽, 属洛仑兹线型^[6]。为了简化, 我们假定谱线线型均为平顶型, 全宽度为 $\Delta\omega$ 。这时的干涉条纹由下式给出^[7]:

$$\begin{aligned} I(x'_0, f_x(\omega_0), \Delta\omega) &= 2I_0 \int_{\omega_0 - \frac{1}{2}\Delta\omega}^{\omega_0 + \frac{1}{2}\Delta\omega} \left(1 + \cos 4\pi \frac{x'_0}{D\lambda_0} x\right) d\omega \\ &= 2I_0 \Delta\omega \left(1 + \frac{\sin \frac{x'_0 x}{DC} \Delta\omega}{\frac{x'_0 x}{DC} \Delta\omega} \cos \frac{2x'_0 \omega_0}{DC} x\right) \end{aligned} \quad (3)$$

进而, 具有宽度为 a 的准单色狭缝光源所形成的干涉条纹为:

$$\begin{aligned} I(f_x(\omega_0), \Delta\omega) &= \int_{s - \frac{a}{2}}^{s + \frac{a}{2}} I(x'_0, f_x(\omega_0), \Delta\omega) dx'_0 \end{aligned}$$

考虑到准单色光近似 $\Delta\omega \ll \omega_0$ 时,

$$\frac{\sin \frac{x'_0 x}{DC} \Delta\omega}{\frac{x'_0 x}{DC} \Delta\omega} \quad \text{与} \quad \cos \frac{2x'_0 \omega_0}{DC} x$$

相比, 前者是慢变函数, 上式积分得到:

$$\begin{aligned} I(f_x(\omega_0), \Delta\omega) &= 2I_0 \Delta\omega a \\ &\times \left[1 + \frac{\sin \frac{\Delta\omega s}{DC} x}{\frac{\Delta\omega s}{DC} x} \frac{\sin \frac{\omega_0 a}{DC} x}{\frac{\omega_0 a}{DC} x} \cos \frac{2\omega_0 s}{DC} x \right] \end{aligned} \quad (4)$$

条纹可见度函数为:

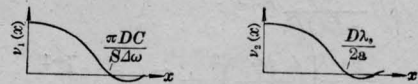
$$\begin{aligned} \mathcal{V}(x) &= \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \\ &= \frac{\sin \frac{\Delta\omega s}{DC} x}{\frac{\Delta\omega s}{DC} x} \frac{\sin \frac{\omega_0 a}{DC} x}{\frac{\omega_0 a}{DC} x} \\ &= \mathcal{V}_1(x) \mathcal{V}_2(x) \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathcal{V}_1(x)$ 和 $\mathcal{V}_2(x)$ 分别是光源线宽与狭缝宽度的单独而致的可见度函数(图2)。如果谱线不是平顶型, (3)式中的 I_0 应以谱线的线型函数 $I_0(\omega)$ 代入。对于 $I_0(\omega)$ 是对称分布的, 在准单色光近似下, (5)式的 $\mathcal{V}_1(x)$ 是线型函数 $I_0(\omega)$ 的傅里叶积分变换^[8]。所以, 谱线为高斯线型时, $I_0(\omega) = I_0 e^{-\beta^2(\omega - \omega_0)^2}$, 线宽而致的条纹可见度函数 $\mathcal{V}_1(x)$ 也是高斯函数, 即 $\mathcal{V}_1(x) = e^{-\left(\frac{sx}{DC\beta}\right)^2}$, 其中谱线半宽度为 $2\sqrt{\log_e 2}/\beta$ 。同样, 谱线为洛仑兹线型时, $I_0(\omega) = I_0 \frac{\gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4}$, 相应的可见度函数 $\mathcal{V}_1(x) = e^{-\frac{sx}{DC}\gamma}$, γ 为谱线半宽度。

当光源有多条准单色谱线时, 其干涉条纹总强度分布应对所有谱线求和:

$$\begin{aligned} I &= \sum_i 2I_{0i} \Delta\omega_i a \\ &\times \left[1 + \frac{\sin \Delta\omega_i \frac{s}{DC} x}{\Delta\omega_i \frac{s}{DC} x} \frac{\sin \omega_i \frac{a}{DC} x}{\omega_i \frac{a}{DC} x} \right. \\ &\left. \times \cos \frac{2\omega_i s}{DC} x \right] \end{aligned} \quad (6)$$

其中 I_{0i} 、 $\Delta\omega_i$ 、 ω_i 分别是原第 i 条谱线的强度、线宽和频率。



(a) 谱线宽度 $\Delta\omega$ 引起条纹可见度下降 (b) 狭缝宽度 a 引起可见度下降

图 2

三、全息傅里叶光谱的再现

忽略掉全息底片的非线性特性, 在线性

近似下,再现光振幅透射率正比于曝光量。全息图在单位振幅波长为 λ 的平面波垂直照明下,其透射率为:

$$t(x) \propto \left\{ t_0 + \sum_i \frac{I_{0i}}{J_0} \Delta\omega_i \frac{\sin \Delta\omega_i \frac{s}{DC} x}{\Delta\omega_i \frac{s}{DC} x} \right. \\ \times \left. \frac{\sin \omega_i \frac{a}{DC} x}{\omega_i \frac{a}{DC} x} \cos \frac{2\omega_i s}{DC} x \right\} \\ \times \text{rect} \left(\frac{x}{b} - x_1 \right) \quad (7)$$

其中 $\text{rect} \left(\frac{x}{b} - x_1 \right)$ 是一维照明光瞳函数, b 和 x_1 分别是照明孔的宽度和中心位置。

$$J_0 = \sum_i I_{0i}$$

式(7)的傅里叶变换就是它的夫琅和费衍射图^[9]:

$$\mathcal{F} \{t(x)\} \propto t_0 b \sin c(b f'_x) e^{-i2\pi f'_x x_1} \\ + \sum_i \frac{I_{0i}}{J_0} \frac{(DC)^2 b}{\omega_i s a} \cdot \text{rect} \left(\frac{f'_x}{\Delta\omega_i s} \right) \\ \otimes \text{rect} \left(\frac{f'_x}{\omega_i a} \right) \\ \otimes \sin c \left[b \left(f'_x \pm \frac{\omega_i s}{\pi DC} \right) \right] e^{-i2\pi \left[f'_x \pm \frac{\omega_i s}{\pi DC} \right] x_1} \quad (8)$$

这里 f'_x 是再现光谱的空间频率, $\sin c(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$, \otimes 符号表示卷积作用。显然对于高斯和洛仑兹线型光源的再现光谱,应分别以 $\exp \left[- \left(\frac{f'_x}{s} \right)^2 \right]$ 和

$$\frac{s\gamma}{DC} \left[\left(\frac{s\gamma}{DC} \right)^2 + (2\pi f'_x)^2 \right]^{-1}$$

代替上式中的矩形函数 $\text{rect} \left(\frac{f'_x}{\Delta\omega_i s} \right)$ 。

忽略了各谱线之间和同一谱线各衍射级之间的重迭,则各谱线的 ± 1 级傅里叶光谱的位置在

$$f'_x = \pm \frac{2s}{D\lambda_i}$$

由(8)式可见,各再现谱线的振幅正比于两个矩形函数和一个 $\sin c$ 函数的卷积,同时与原谱线强度成正比。对于准单色光而言, $\Delta\omega_i \ll \omega_i$, 一般 $\Delta\omega_i \sim 10^{-4}$ (或 10^{-5}) ω_i , $a \sim 10^{-2}$

(或 10^{-3}) s , 所以矩形函数 $\text{rect} \left(\frac{f'_x}{\Delta\omega_i s} \right)$ 的宽度 $\frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC}$ 远小于矩形函数 $\text{rect} \left(\frac{f'_x}{\omega_i a} \right)$ 的宽度 $\frac{\omega_i a}{\pi DC}$, 其卷积为一梯形(图3), 梯形的高度为 $\frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC}$, 因而可用矩形函数 $\frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC} \text{rect} \left(\frac{f'_x}{\omega_i a} \right)$

来近似上述的卷积。高斯和洛仑兹线型在准单色光的情况下也可采用这样的近似。很明显, 矩形函数 $\frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC} \text{rect} \left(\frac{f'_x}{\omega_i a} \right)$ 和函数 $\sin c$

的卷积峰值在 $f'_x = \pm \frac{2s}{D\lambda_i}$, 即 ± 1 级再现光谱位置。

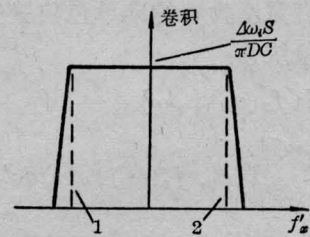


图3 两个矩形函数的卷积

$$(1) -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_i a}{\pi DC} - \frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC} \right) \quad (2) \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_i a}{\pi DC} + \frac{\Delta\omega_i s}{\pi DC} \right)$$

光源的加宽 $\Delta\omega_i$ 与频率 ω_i 的关系甚为复杂,但以多普勒加宽为主要的低压光谱灯,则有 $\Delta\omega_i$ 正比于 ω_i 的关系;以共振加宽为主要的,有 $\Delta\omega_i$ 反比于 ω_i 的关系^[6]。对于这两种加宽机理单一的光源,我们就 $\frac{x_1}{b} = \frac{1}{2}$ 和 1 的不同照明情况,对再现谱线的峰值强度的相对分布分别进行了数值求解,示于图4和图5中。

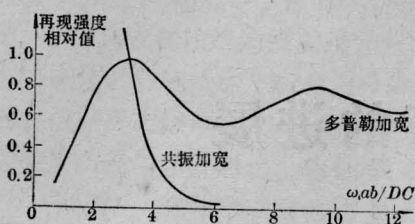


图4 $\frac{x_1}{b} = \frac{1}{2}$ 照明情况的再现强度相对分布

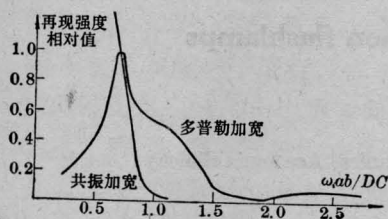


图5 $\frac{x_1}{b} = 1$ 照明情况的再现强度相对分布

对于多普勒加宽为主要的来源来说,当照明孔的宽度 b 为孔中心至全息中央条纹的距离 x_1 的两倍时,在低频区,随频率 ω_i 的增高,再现谱线的峰值强度递增较快;在 $\frac{\omega_i ab}{DC} = \pi$ 附近,有极值出现,如 $D \sim 100$ 厘米, $b \sim 1$ 厘米, $a \sim 0.003$ 厘米,极值位置 $\lambda_i \sim 6000 \text{ \AA}$;在高频区,再现谱线的峰值强度随 ω_i 变化,稍有波动。当照明孔中心 x_1 逐渐远离中央条纹,或孔的宽度 b 减小时,再现强度在总体上有一定的下降。 $\frac{x_1}{b} = \frac{1}{2}$ 的照明情况的再现强度极值约为 $\frac{x_1}{b} = 1$ 照明情况的 2.5 倍,这是由于远离中央条纹的区域,条纹可见度函数有较大下降的缘故。因此,当谱线之间的频率范围不大时,因照明情况的不同,再现谱线的强度分布可以是随频率 ω_i 而递增,或递减,甚至会出现极值。采用宽阔照明时,即 b 很大,再现强度与频率 ω_i 无关,仅与原谱线强度的平方 I_0^2 成正比。

共振加宽的谱线的再现强度随频率 ω_i 的升高而递减,在低频区递减较快,在高频区递减较慢。当照明孔中心远离全息中央条纹

时,各谱线的再现强度在总体上也有较大的下降。

在 C. R. Pond 等的实验^[3]中,已经指出,全息光谱的强度对原光谱强度有畸变,在短波或长波区域下降相当迅速。实验同时表明,对 Hg 的全息光谱,存在着极值调制现象。这些实验事实与本文的分析相似。由于原文中没有给出记录和再现时的数据,因而无法将本文分析与此实验进行定量比较。

如果在分析中考虑到乳胶片的非线性效应,各再现谱线间的重迭和同一谱线不同衍射级之间的重迭,傅里叶光谱的强度分布将呈现更加复杂的情况,这将使它的应用受到一定的限制。

全息傅里叶变换光谱,在分析双重线结构时可能获得超瑞利分辨率的极高分辨率的特点外,本文分析表明,再现傅里叶变换光谱的强度分布与原谱线强度平方成正比,还与记录光源的相干性有关系。对准单色光而言,再现光谱强度分布随频率增高会出现递增或递减,也可能出现极值(多普勒加宽);或者随频率增加而单调递减(共振加宽)。显然对严格单色光而言,干涉条纹的可见度仅受到狭缝宽度的调制,再现光谱强度分布与谱线频率无关,仅与原谱线强度平方成正比。

参 考 文 献

- [1] G. W. Stroke; *Physica*, **33**, 253, 1976.
- [2] Su L. K., Hsue. S. T. et al.; *Phys. Lett.*, **53A**, No. 2, 177, 1975.
- [3] C. R. Pond et al.; *Appl. Opt.*, **16**, 67, 1977.
- [4] 白贵儒、谢建平,《中国科技大学学报》,1978年,第三期。
- [5] Koga, Kamiya, *Japan. J. Appl. Phys.*, **7**, 1129, 1968.
- [6] R. G. Breene, Jr.; *The Shift and Shape of Spectral Lines*.
- [7] G. W. Stroke; *An Introduction to Coherent Optics and Holography*.
- [8] 《光学原理(上册)》, M. 玻恩, E. 沃耳夫著, 杨葭荪译, §7.5.8.
- [9] J. W. 顾德门著, 詹达三等译, 《傅里叶光学导论》第四章。