

关于多个激活元件激光器的理论考虑*

叶碧青

(中国科学院上海光机所)

提 要

本文利用矩阵方法研究了由多根 YAG:Nd 棒串接的高功率连续激光器, 这些激光棒的几何尺寸和热聚焦特性可以是不同的。通过电子计算机计算求得了描述激光器运转特性的参量如匹配参量 Q 、振荡横模数 m_1 、谐振腔 G 因子等随激光谐振腔几何结构和激光棒热焦距变化的函数关系, 又求得了这些参量随光泵功率变化的函数关系。

高功率连续激光器的光学设计提供了理论依据。

在高功率连续 YAG:Nd 激光器的研制工作中, 通常把几根 YAG:Nd 棒串接地放置在谐振腔内, 构成一个激光振荡器。J. H. Boyden 等人报道了用八根 $\phi 6.35 \times 76.2$ 毫米的 YAG:Nd 棒串接振荡获得 1100 瓦的 1.06 微米的高功率激光输出^[1]。B. P. Кумир等人用电子计算机计算了两根完全相同的激光棒的串接振荡, 指出光腔的最佳设计应是对称的^[2]。在我们的实验工作中, 通常是在谐振腔内串接地放置几根不同的优质 YAG:Nd 棒, 并使它们受光泵连续照射, 产生激光的连续振荡。因此我们必须深入研究受热聚焦制约的激光光能在 YAG:Nd 棒内的分布规律, 通过分析计算, 定量地得到各种参量, 如 YAG:Nd 棒内的振荡模体积及其相互的匹配程度、最高阶振荡模数、输出功率密度以及激光振荡腔的 G 因子等随激光谐振腔几何结构和棒的热焦距变化的函数关系, 从而确定 YAG:Nd 棒与腔镜的最佳相对配置和对 YAG:Nd 棒端面所作的修磨量, 为串接

图 1 表示由平面镜构成的谐振腔内串接地放置 n 根 YAG:Nd 棒的激光振荡器。假设 YAG:Nd 激光棒被泵浦灯连续均匀照射, 则激光棒内的温度 T 与半径 r 的关系为

$$T(r) = T_0 - \frac{1}{4} \frac{D_0}{k} (r^2 - r_0^2)。$$

式中 T_0 为棒的表面温度, D_0 为激光棒单位体积的内热产生率, k 为 YAG:Nd 的导热系数, r_0 为激光棒的半径。

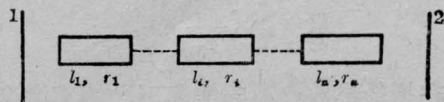


图 1 n 根串接 YAG:Nd 棒的激光振荡器

激光棒的稳定的温度场感生棒内折射率的径向梯度:

$$n(r) = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} b r^2 \right),$$

* 收稿日期: 1977 年 11 月 19 日。

$$b = \frac{D_0}{2kn_0} \frac{\partial n}{\partial T}$$

式中 n_0 为激光棒对称轴上的折射率。这个因素导致了棒的热聚焦效应。

采用薄透镜近似，每一根激光棒的传输特性都可以用一个变换矩阵来描述^[3,4]：

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{vmatrix}$$

其中 f 为实验所测得的棒的热焦距。

相似地，激光谐振腔中每一个光学元件的传输特性也可用一个变换矩阵来描述，因而，我们能够写出激光系统内任意一点上的谐振腔双程矩阵 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ ，该点上的基横模的半径 W 由下式给出：

$$W = \sqrt{\frac{2\lambda B}{\pi \sqrt{4 - (A+D)^2}}}$$

其中 λ 为激光振荡波长。

各根激光棒内振荡模体积的相互匹配程度由参量 Q 来描述：

$$Q = \sum_{i=1}^n \frac{\pi l_i}{3} (W_{i1}^2 + W_{i1}W_{i2} + W_{i2}^2) / \pi HW_m^2$$

其中 W_{i1} 、 W_{i2} 为第 i 根棒两端面处基横模的半径， l_i 为第 i 根棒的长度， r_i 为第 i 根棒的半径。如果在所有的 $\frac{W_{i1}}{r_i}$ 、 $\frac{W_{i2}}{r_i}$ 中最大值为 $\frac{W_{j1}}{r'_j}$ 或 $\frac{W_{j2}}{r'_j}$ ，则

$$W_m = W_{j1} \text{ 或 } W_{j2},$$

$$H = \sum_{i=1}^n \left(\frac{r_i}{r'_j} \right)^2 l_i$$

在振荡模数较高的情况下，填充激光棒的激光最高阶横模 m_1 在第 j 根棒中所对应的横模半径 $W_m^{(m_1)}$ 应为 αr_j ， α 为某一常数因子。

在最高阶振荡模数

$$m_1 = \text{entire} \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\alpha r_j}{W_m} \right)^2 - 1 \right] \right\}$$

确定后，第 i 根棒的两端面处的多模光斑半径为

$$W_{i1}^{(m_1)} = \sqrt{2m_1 + 1} W_{i1},$$

$$W_{i2}^{(m_1)} = \sqrt{2m_1 + 1} W_{i2}.$$

引入表示激光器振荡的多模体积的参量 P_s ：

$$P_s = \frac{\pi}{3} \sum_{i=1}^n l_i [W_{i1}^{(m_1)^2} + W_{i1}^{(m_1)}W_{i2}^{(m_1)} + W_{i2}^{(m_1)^2}]$$

归一化的多模体积为

$$Q_s = \frac{P_s}{K_s}$$

其中 $K_s = \pi \sum_{i=1}^n l_i (\alpha r_i)^2$

若平面谐振腔腔镜 1 和 2 处的基横模半径分别为 W_1 和 W_2 ，则腔镜 1 和 2 处的基横模的发散角为

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{\pi W_1} \text{ 和 } \theta_2 = \frac{\lambda}{\pi W_2}$$

而多模发散角为

$$\theta_{s1} = \sqrt{2m_1 + 1} \theta_1 \text{ 和 } \theta_{s2} = \sqrt{2m_1 + 1} \theta_2.$$

由文献[4]可知，具有内光学系统的谐振腔的非涅耳数 N 和 G 因子由谐振腔镜间的变换矩阵 $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}$ 完全确定，对于我们的平面谐振腔，在腔镜的有效反射面半径为 a_1 和 a_2 时，谐振腔的非涅耳数 N 和 G 因子为

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda B_1},$$

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2} A_1,$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} D_1,$$

$$G = A_1 D_1.$$

三

在高功率串接连续激光器的实验工作中，我们经常是把两根尺寸不同的优质的 YAG:Nd 棒加以串接。例如这两根棒的尺寸

为 $\phi 5 \times 136$ 毫米、 $\phi 5.3 \times 140$ 毫米，激光谐振腔的详细尺寸见图 2。

我们利用电子计算机对这个两级串棒的连续激光器进行数字计算，仔细地研究激光器参量的变化情况。

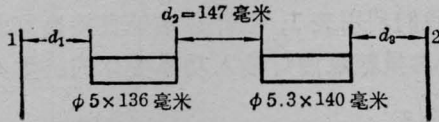
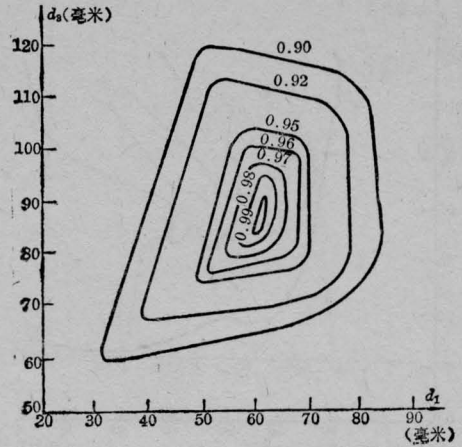


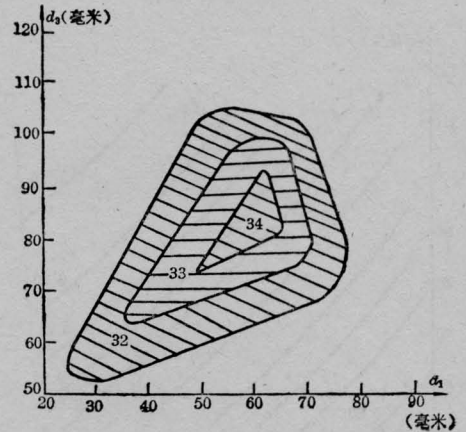
图 2 激光谐振腔的尺寸

首先，在给定的输入泵浦功率下，我们计算腔镜相对配置对激光器参量的影响。在计算中，对于 $\phi 5 \times 136$ 毫米的棒，选取热焦距为 210 毫米，对于 $\phi 5.3 \times 140$ 毫米的棒，热焦距为 205 毫米。通过计算，我们得到一组曲线(图 3)，这组曲线都采用 d_1 和 d_3 为坐标变量。图 3(a) 画出了等 Q 值曲线(Q 值为棒振荡模体积匹配参量)。在图 3(b) 上画出了激光器模数 m_1 的振荡区域。在图 3(c) 上画出了相等的归一化多模振荡体积 Q_s 的曲线。这一组曲线表明 Q 值、 Q_s 值、 m_1 值的最大值区域相当一致。从物理上看，当棒的振荡模体积匹配得最好时，最大可能振荡的模数会最大。其次，虽然随着距离 d_1 和 d_3 的增大，棒的振荡单模体积也增大，但由于存在一个最大的振荡模的区域，所以，相应于最大模数工作区域，多模振荡也存在一个最佳的状态。因此为了获得最大的功率输出，我们应取这个最佳的工作点为 $d_1 = 62$ 毫米， $d_3 = 90$ 毫米。

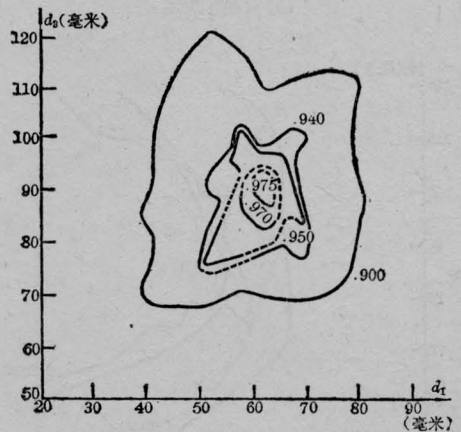
图 4 也是一组以 d_1 和 d_3 为坐标变量的曲线。图 4(a) 是腔的等菲涅耳数 N 值曲线，在最佳的工作点处，菲涅耳数 N 亦较大(37 左右)。图 4(b) 表示等 G 因子曲线，在最佳工作区域， G 值约为 0.67 左右。图 4(c) 表示腔镜 2 处的多模发散角曲线，计算结果表明，腔镜 1 处的发散角较大，因此在实验上，需选择棒的相对配置，使发散角小的腔镜 2 作输出端。



(a) Q 值曲线



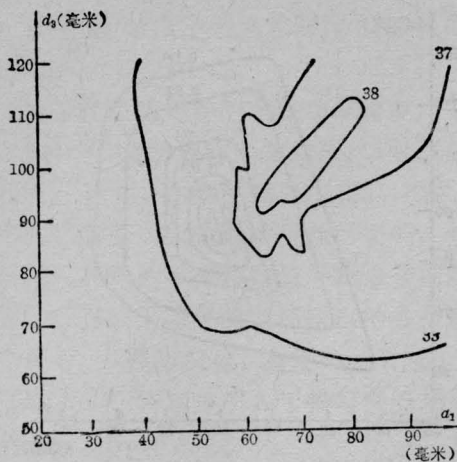
(b) m_1 值曲线



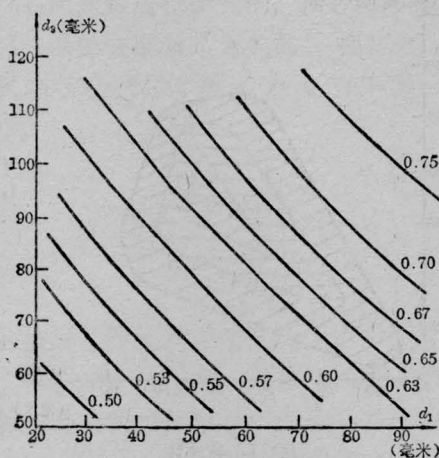
(c) Q_s 值曲线

--- 表示模式跳变时，实际不存在的曲线，然而它确实地划分了区间

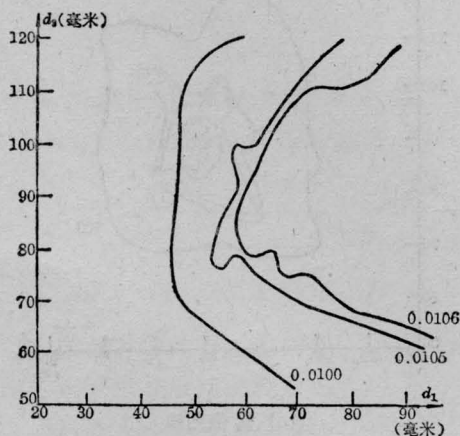
图 3 d_1 和 d_3 为坐标变量的等 Q 值、等 m_1 值、等 Q_s 值曲线



(a) N 值曲线



(b) G 值曲线



(c) Q_{s2} 值曲线

图4 d_1 和 d_3 为坐标变量的等 N 值、等 G 值、等 Q_{s2} 值曲线

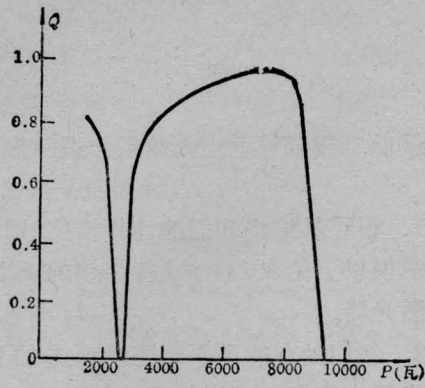
其次, 在上面所算出的最佳工作点 ($d_1=62$ 毫米, $d_3=90$ 毫米) 上, 我们又计算了由于不同的泵浦功率引起的棒的热焦距变化对激光器参量的影响。对于某一特定的泵浦氖灯, 实验上测得了这些棒的热焦距随灯的输入功率的变化关系 (表 1)。为了使用方便, 我们利用表 1, 把计算结果直接换算成激光器参量随泵浦灯输入功率变化的函数关系 (图 5)。

表 1 实验所测得的热焦距数据

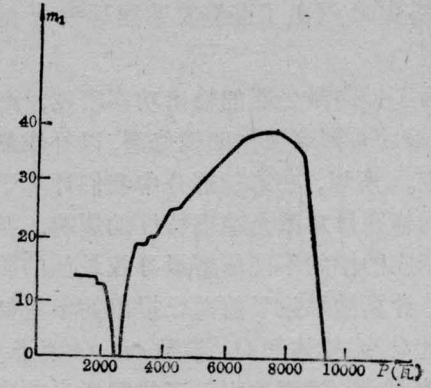
| 输入功率 (瓦) | $\phi 5 \times 136$ 毫米 | | | $\phi 5.3 \times 140$ 毫米 | | |
|----------|------------------------|----------|----------|--------------------------|----------|-----|
| | 热焦距 (毫米) | 热焦距 (毫米) | 热焦距 (毫米) | 输入功率 (瓦) | 热焦距 (毫米) | |
| 2540 | 495 | 505 | 504 | 2600 | 500 | 510 |
| 3350 | 370 | 390 | 400 | 3425 | 390 | 405 |
| 4230 | 280 | 285 | 280 | 4200 | 320 | 335 |
| 5145 | 240 | 240 | 245 | 5180 | 262 | 275 |
| 6120 | 210 | 204 | 204 | 6160 | 203 | 220 |
| 7200 | 190 | 175 | 180 | 7200 | 178 | 183 |

泵浦氖灯内径 $\phi 8$ 毫米, 极间距 120 毫米, 充气压为 2.8 大气压。

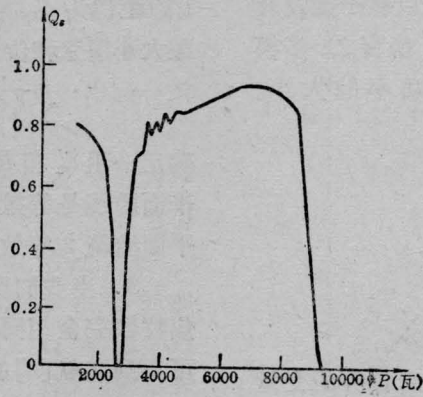
图 5(a) 是棒的振荡模体积匹配参量 Q 随输入功率 P 变化的曲线。图 5(b) 是激光振荡模数 m_1 随输入功率 P 变化的曲线。图 5(c) 是棒的多模体积 Q_s 随输入功率 P 变化的曲线。从图上可以看出, 相应的输入功率为 7000 瓦左右时, 振荡模数、模体积的相互匹配, 多模模体积都达到最佳状态, 这与前面的计算是一致的。图 5(d) 给出了谐振腔 G 因子随输入功率 P 变化的曲线, 当泵浦功率从 1000 瓦慢慢增大时, G 因子渐渐下降, 当泵浦功率在 2500 瓦到 2800 瓦之间时, G 值为负, 属于共振腔的不稳定工作区, 当泵浦功率继续增大时, G 值再逐渐增大。图 5(d) 的右上角还画出了在 g_1-g_2 图上激光振荡工作点的变化情况, 当泵浦功率增大时, 激光振荡工作点从第一象限穿过第二象限到达第三象



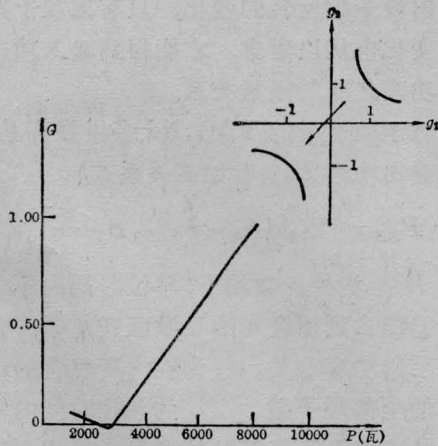
(a) Q 值曲线



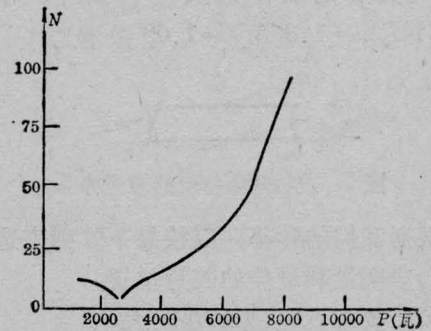
(b) m_1 值曲线



(c) Q_s 值曲线



(d) G 值曲线



(e) N 值曲线

右上角是激光工作点在 g_1-g_2 图上的变化曲线

图5 激光器参量 Q 、 m_1 、 Q_s 、 G 、 N 值随输入功率 P 的变化曲线

限。图 5(e) 画出了谐振腔菲涅耳数 N 的变化情况。

为了提高激光器的输出功率密度, 必须对 YAG:Nd 棒端面作凹镜修磨, 以补偿热聚焦效应。所以, 在第三部分中我们计算了棒的不同修磨量对激光输出特性的影响, 并且对于相应的棒的不同修磨量寻找最佳的腔片位置。计算结果除了前面已提出的参量如匹配参量 Q 、多模体积 Q_s 、模数 m_1 、 G 因子、菲涅耳数 N 等, 特别地引入了描写激光功率密度的参量 SB_1 和 SB_2 。

实验上我们总是在一定的泵浦功率下对修磨的激光棒进行研究的, 所以粒子数反转情况与棒的修磨量是无关的。换言之, 多模体积 Q_s 完全描述了激光输出功率的大小。因此,

$$SB_1 = \frac{Q_s}{\theta_{s1}},$$

$$SB_2 = \frac{Q_s}{\theta_{s2}},$$

也就描写了激光功率密度的大小。

在作这个计算时, 直接引入计算的变量是棒修磨后的热焦距 f_0 , 而不是棒的端面修磨量 R (图 6)。 R 与棒原来的热焦距 f 及 f_0 之间存在如下关系:

$$R = \frac{2(n_0 - 1)ff_0}{f_0 - f}.$$

其中 n_0 为激光工作物质的折射率, 对于 YAG:Nd, $n = 1.836$ ($\lambda = 1.06$ 微米)。

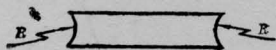


图 6 进行端面修磨的激光棒

根据我们的计算, 应按如下原则来选择最佳的修磨量和最佳的腔片位置:

(1) 要求 SB_1 或 SB_2 较大。

(2) 在 SB_1 或 SB_2 较大的基础上, 选择适当的 G 值, 使振荡状态远离不稳定区, 并选择菲涅耳数较大的工作点。

四

最后, 我们对上述的结果作进一步的讨论。

1. 很容易地将我们的计算推广, 用以研究由三根以上的 YAG:Nd 棒串接的高功率连续激光器。

2. 我们处理的是平面腔镜形式的谐振腔激光器, 事实上很容易把我们的处理推广到球面腔镜的情况。

设球面腔的曲率为 R_1 , 它与原平面腔镜 1 的距离为 d_1 , 在确定原平面腔镜 1 处的光斑大小 W_1 和位置后, 很容易地利用公式

$$\sqrt{d_1(R_1 - d_1)} = \frac{\pi W_1^2}{\lambda}$$

确定一组 d_1 和 R_1 , 这一组球面腔镜与原来的平面腔镜是等效的。同样, 我们亦可得到与平面腔镜 2 等效的球面腔镜。

3. 当我们所用的两根棒的尺寸和热聚焦特性完全相同时, 利用我们的计算机程序可得到文献 [2] 的结果。

4. 上面讨论了在特定的棒和腔镜的相对配置下, 不同的泵浦功率对激光参量的影响。事实上, 泵浦功率的改变必然引起工作物质内粒子数反转的变化, 只有把粒子数反转的变化也加以考虑, 才能得到输入功率与输出功率之间的函数关系。

对于四能级的 YAG:Nd 多模振荡系统, 激光输出功率 $P_{\text{输出}}$ 有如下关系式:

$$P_{\text{输出}} \propto \left[W_{14} \left(n_{\text{全}} - \frac{\bar{\xi}}{\alpha} \right) - A_{32} \frac{\bar{\xi}}{\alpha} \right].$$

其中 W_{14} 为外界激励下, 单位时间内单个粒子从能级 1 到能级 4 的受激跃迁几率, 它直接与泵浦功率有关。 $n_{\text{全}}$ 为腔内所包含的参与振荡的全部粒子数。 A_{32} 为单位时间内单个粒子从能级 3 至能级 2 的自发跃迁几率。 $\bar{\xi}$ 为单位时间内腔内光子的平均衰减率,

$$\bar{\xi} = [\delta_{\text{腔内}} + T] \frac{C}{2L_{\text{等效}}}.$$

$\bar{\delta}_{腔内}$ 为振荡光子在腔内往返一次由于工作物质的散射和杂质吸收所导致的相对减少。 T 为两反射镜透过率之和。 $L_{等效}$ 为等效腔长, $\bar{\alpha}$ 为单位时间内工作粒子向一个振荡模内的平均自发辐射几率。

$$\bar{\alpha} = A_{32} \frac{\lambda^2 / \bar{S}}{4\pi} \frac{C/2L_{等效}}{\Delta\nu_{自发}}$$

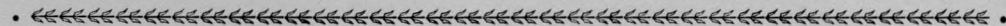
\bar{S} 为平均光束截面, $\Delta\nu_{自发}$ 为自发辐射的荧光线宽。

显然, 当泵浦功率变化时, W_{14} 和 Q_s 也随着变化。而多模体积 Q_s 的变化又引起腔内所包含的全部粒子数 $n_{全}$ 的变化, 也引起平均光束截面 \bar{S} , 因而平均自发辐射几率 $\bar{\alpha}$ 也跟着变化, 这些关系最后决定了输出功率随泵浦功率的变化关系。

5. 利用类似的矩阵处理方法, 我们可以处理一些热稳态过程问题, 诸如连续激光器腔内倍频的光谱谐振腔的光学设计, 连续激光器电光调制光谱谐振腔的光学设计以及采用自孔径化实现单横模运转的连续激光谐振腔^[5]的光学设计。

参 考 文 献

- [1] J. H. Boyden et al., AD-733050 (1972).
- [2] В. Р. Кушнир и др., *Квантовая электроника*, **2** (1975), 1312.
- [3] Н. Когельник, Т. Ли; *Appl. Opt.*, **5** (1966), 1550.
- [4] Н. Когельник, *B. S. T. J.*, **44** (1965), 455.
- [5] W. C. Scott et al., *Appl. Phys. Letters*, **18** (1971), 3.



(上接第 40 页)

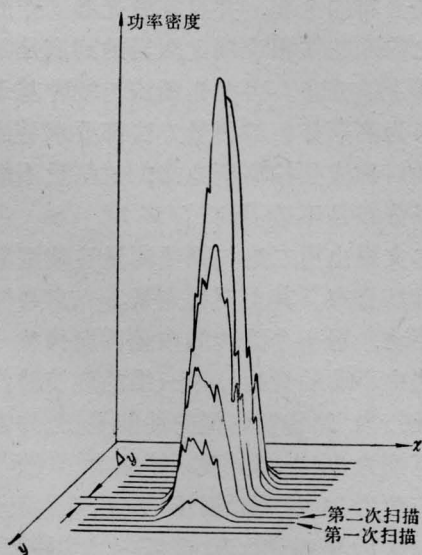


图 6 “三维”远场分布图

上相邻两孔的轴向间距。

上述装置已对功率大小不同的 CO_2 激光器作过多次测量。实践表明, 本装置能适应很宽的功率范围, 能观察与记录空间与时间分布都不很规则的远场分布图, 结构简单可靠。

参 考 文 献

- [1] Ю. А. Поляков; *Теплофизика высоких температур*, 1975, **13**, №4, 825.
- [2] P. J. Brannon; *J. Appl. Phys.*, 1975, **46**, No. 8, 3576.
- [3] И. Ф. Бурматов; *ПТЭ*, 1973, №6, 141.
- [4] C. P. Wang; *J. Appl. Phys.*, 1974, **45**, No. 1, 350.
- [5] T. G. Bergman; *Laser Focus*, 1973, **9**, No. 12, 58.
- [6] L. M. Vallese; *Appl. Opt.*, 1971, **10**, No. 4, 959.
- [7] J. W. Goodman; *Introduction to Fourier Optics*, 1968.