

# 脉冲激光测距机中 钟脉冲宽度及相位对测量结果的影响

李尊民

(江西光学仪器厂)

## 提 要

就统计意义而言,钟脉冲宽度的影响是使测量结果增大一个相当于钟脉冲宽度的数值;而钟脉冲相位对测量平均值的影响随测读次数的增多而趋于零。文中推导了由被测时间间隔的统计特性计算距离读数的统计特性的关系式。

脉冲激光测距机是利用激光脉冲至目标往返的时间来测定距离的。由于它可以对多种物体(房屋、树木、舰船、云层等)直接进行测距,能迅速得到测量结果,所以在气象、导航,特别在军事上有重要的使用价值。作为一种测量工具,了解其含有的误差规律性,从而在设计制造和使用中予以考虑,力求测量结果更准确可靠,这是个值得研究的问题。

我们在使用中发现:对同一个目标测距多次,其读数平均值是较稳定的;多数情况下这个平均值比目标真实距离偏远一些;而且各不同距离读数出现次数占总测读次数的百分比也具有相对的稳定性。这促使我们去思考:它是不是属于共同的规律性的东西?为什么会是这样?

“我们的实践证明:感觉到了的东西,我们不能立刻理解它,只有理解了的东西才更深刻地感觉它。”通过对以往实践结果的分析总结,使我们在认识上前进了一步,更体会到毛主席这一教导的伟大意义。

下面就谈谈分析的结果。

## 一、被测时间间隔为常量的情形

我们要研究的脉冲激光测距机是采用脉冲计数法来测量两个脉冲(发射与回波)之间的时间间隔,然后显示出相应的距离读数的。这种方法的方框图如图1。钟频振荡器产生重复周期很稳定的钟脉冲;被测时间间隔为 $t_n$ 的两个脉冲信号加至电子门,其第一个脉冲 $S_k$ 打开电子门,第二个脉冲 $S_o$ 关闭电子门;脉冲计数器记下在此期间通过的钟脉冲个数 $\eta$ ;显示器显示出时间间隔的测读值 $t_o = \eta T$ , $T$ 为钟脉冲周期。(或直接显示成距离读数,由于二者的差别仅在于一个比例常数,本文以下只将其做为时间量来分析。)

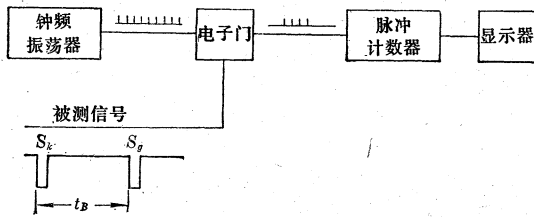


图 1

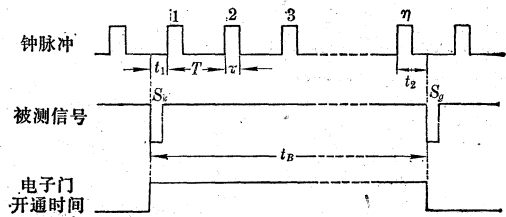


图 2

一般测距机中, 钟脉冲与被测信号是不同步的, 钟脉冲还具有一定宽度, 这里分析一下它们对测距结果产生的影响。

在图 1 和图 2 中示出了加至电子门的被测信号  $S_k$ 、 $S_g$  及其时间间隔  $t_B$ 。按照常见的实际电路结构,  $S_k$ 、 $S_g$  是分别由激光脉冲发射信号(所谓主脉冲或参考脉冲)和回波信号经过放大、整形后去触发一个脉冲形成电路(常用单稳触发器)所得到的, 因而它是幅度形状都很稳定的、很接近于矩形的脉冲信号。当然由于噪音、信号起伏等等因素, 使  $S_k$ 、 $S_g$  之间的时间间隔  $t_B$  并不严格等于激光脉冲至目标往返经过的时间间隔  $t_0$  ( $t_0$  相应于目标真实距离), 但我们可以先就  $t_B$  为常量的情形进行分析, 找出距离读数与  $t_B$  之间的关系, 再在第二部分来讨论  $t_B$  为随机量的情形。

在图 2 中以  $t_1$  表示由被测信号  $S_k$  前沿至其后邻接的第一个钟脉冲前沿之间的时间, 以  $t_2$  表示通过电子门的最后一个(第  $\eta$  个)钟脉冲前沿至关门脉冲  $S_g$  前沿之间的时间, 则可看出

$$t_B = (\eta - 1)T + t_1 + t_2$$

而误差

$$\varepsilon = t_C - t_B = T - (t_1 + t_2)$$

由图 2 看出

$$0 \leq (t_1 + t_2) < 2T - \tau$$

$\tau$  为钟脉冲宽度。因此, 一次测量的误差  $|\varepsilon| \leq T$ , 它与  $t_1$  及  $t_B$  本身有关。

问题是进行多次测量(例如用脉冲激光测距机对同一目标测距多次)以后, 由  $t_1$  造成的误差将如何? 或者说, 得出的数据应如何处理才能把误差减至更小?

分三种情况讨论:

1.  $t_B = N_0 T$  ( $N_0$  为正整数) 由图 2 可以看出, 在  $t_B$  期间通过电子门的钟脉冲数  $\eta$

$$\eta = \begin{cases} N_0 & 0 \leq t_1 \leq T - \tau \\ N_0 + 1 & T - \tau \leq t_1 < T \end{cases}$$

这里认为一个钟脉冲只需有很小部分通过电子门, 它就能被记入。

实际的钟脉冲信号一般不是理想的矩形, 例如图 3, 但要驱动电子计数器计数必须有一定的能量, 由于钟脉冲的幅度及形状是一定的, 因而可以在其波形上确定两个点  $Q$  及  $H$ , 使得:

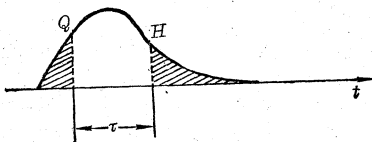


图 3

① 对于最邻近电子门开启时刻的那一个钟脉冲, 若其波形上的  $H$  点未落到电子门开通时间内, 则该脉冲就不被计数器计入; 若  $H$  点落到了电子门开通时间内, 它就被计入;

② 对于最邻近电子门关闭时刻的那一个钟脉冲, 若其波形上的  $Q$  点已落在电子门开通时间内, 该钟脉冲就能被计数器计入; 否则, 就不被计入。这样,  $Q$ 、 $H$  点就分别相当于理想矩形脉冲的前、后沿。

因为被测信号  $S_k$  与钟脉冲在时间上是不同步的, 可以认为  $t_1$  在  $(0, T)$  之间取任一值的机会是均等的。由此,  $\eta$  取值  $N_0$  和  $N_0+1$  的概率分别为

$$P(\eta=N_0) = P(0 \leq t_1 \leq T-\tau) = \frac{1}{T}(T-\tau-0) = 1 - \frac{\tau}{T}$$

$$P(\eta=N_0+1) = P(T-\tau < t_1 < T) = \frac{1}{T}[T - (T-\tau)] = \frac{\tau}{T}$$

由于测读值  $t_c = \eta T$ , 所以  $t_c$  的数学期望

$$Mt_c = M(\eta T) = T \left[ N_0 \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) + (N_0+1) \frac{\tau}{T} \right] = N_0 T + \tau$$

它表明:  $t_c$  的数学期望不等于  $t_B$ , 二者差一个钟脉冲宽度  $\tau$ 。

2.  $t_B = (N_0+a)T$   $N_0$  为正整数,  $0 < a \leq 1 - \frac{\tau}{T}$ 。同样可利用图 2 看出

$$\eta = \begin{cases} N_0+1 & 0 \leq t_1 < aT \\ N_0 & aT \leq t_1 \leq T-\tau \\ N_0+1 & T-\tau < t_1 < T \end{cases}$$

与第一种情况类似地可求出  $\eta$  取值  $N_0$  和  $N_0+1$  的概率及  $t_c$  的数学期望

$$P(\eta=N_0) = 1 - \frac{\tau}{T} - a$$

$$P(\eta=N_0+1) = \frac{\tau}{T} + a$$

$$Mt_c = M(\eta T) = (N_0+a)T + \tau$$

3.  $t_B = (N_0+a)T$   $N_0$  为正整数,  $1 - \frac{\tau}{T} < a < 1$ , 这时有

$$\eta = \begin{cases} N_0+1 & 0 \leq t_1 \leq T-\tau \\ N_0+2 & T-\tau < t_1 < aT \\ N_0+1 & aT \leq t_1 < T \end{cases}$$

与前类似, 求出

$$P(\eta=N_0+1) = 2 - \frac{\tau}{T} - a$$

$$P(\eta=N_0+2) = \frac{\tau}{T} + a - 1$$

$$Mt_c = (N_0+a)T + \tau$$

综上所述, 得结论:

(1) 测读值  $t_c$  的数学期望不等于被测时间间隔  $t_B$ , 二者差一个钟脉冲宽度  $\tau$ 。所以实际工作中应取多次测读值  $t_c$  的算术平均值修正(减去)钟脉冲宽度  $\tau$  以后作为对  $t_B$  的测量结果。

(2) 钟脉冲相位(时间  $t_1$ ) 可以造成单次测读值有一个钟脉冲周期  $T$  的误差, 但若取多次测读值的算术平均值, 则由它引起的误差将随测读次数的增多而趋于零。

## 二、被测时间间隔为随机量的情形

在测距机实际测距的过程中, 由于噪音或信号起伏等因素使加至电子门的二个开关脉冲信号之间的时间间隔  $t_B$  不等于目标真实距离相应的时间间隔  $t_0$  而含有随机的变动, 这种随机

成分将反映到测读值中来,但测读值只能取一系列的离散数(即  $\eta$  取整数),因此就有一个从被测时间间隔的统计特性(它一般是连续的随机量)推算出测读值的统计特性(它是离散的随机量)的问题。下面研究这种换算方法。

以  $t_B$  表示开关脉冲之间的被测时间间隔,它围绕其真值  $t_0$  有随机的变动,用  $\xi$  表示随机成分,即

$$t_B = t_0 + \xi T \quad (1)$$

在任一次测量时,  $\xi$  所取的值以  $x$  表示,  $\xi$  的概率分布密度以  $\varphi(x)$  表示。

为了便于分析,把  $t_B$  分成两部分:

$$t_B = (N_0 + a + x)T = (N_0 + M + \mu)T \quad (2)$$

式中  $N_0$ 、 $M$  为正整数;  $0 \leq a < 1$  为常量;  $(N_0 + a)T = t_0$ ;  $0 \leq \mu < 1$ 。

按照前面的分析,在  $t_B = (N_0 + M + \mu)T$  的情况下,  $\eta$  只能取三个可能值:  $N_0 + M$ 、 $N_0 + M + 1$ 、 $N_0 + M + 2$ 。其概率分别为

如果  $0 \leq \mu \leq 1 - \frac{\tau}{T}$ , 则有

$$P(\eta = N_0 + M) = 1 - \frac{\tau}{T} - \mu$$

$$P(\eta = N_0 + M + 1) = \frac{\tau}{T} + \mu \quad (3)$$

如果  $1 - \frac{\tau}{T} < \mu < 1$ , 则有

$$P(\eta = N_0 + M + 1) = 2 - \frac{\tau}{T} - \mu$$

$$P(\eta = N_0 + M + 2) = \frac{\tau}{T} + \mu - 1 \quad (4)$$

由此看出  $\eta = N_0 + L$  (其中  $L$  为指定的一个整数)这个事件只在下列条件下才会出现:

①  $M = L$ ,  $0 \leq \mu \leq 1 - \frac{\tau}{T}$ ; ②  $M = L - 1$ ,  $0 \leq \mu < 1$ ; ③  $M = L - 2$ ,  $1 - \frac{\tau}{T} < \mu < 1$ 。由(2)式,与此相对应的  $x$  所处的区间为  $(L - 1 - \frac{\tau}{T} - a, L + 1 - \frac{\tau}{T} - a)$ 。根据全概率公式可求出  $\eta = N_0 + L$  的概率

$$P(\eta = N_0 + L) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 \quad (5)$$

其中  $p_1 \sim p_4$  可由(2)、(3)、(4)式得出。由(2)式  $\mu = x + a - M$ , 代入(3)、(4)式,再分别令  $M = L$ 、 $L - 1$ 、 $L - 2$ , 并注意到  $x$  的概率分布密度为  $\varphi(x)$ ,

$$p_1 = \int_{L-a}^{L-\frac{\tau}{T}-a+1} \left(1 - \frac{\tau}{T} - a + L - x\right) \varphi(x) dx$$

$$p_2 = \int_{L-a-1}^{L-\frac{\tau}{T}-a} \left(1 + \frac{\tau}{T} + a - L + x\right) \varphi(x) dx$$

$$p_3 = \int_{L-\frac{\tau}{T}-a}^{L-a} \left(1 - \frac{\tau}{T} - a + L - x\right) \varphi(x) dx$$

$$p_4 = \int_{L-\frac{\tau}{T}-a-1}^{L-a-1} \left(1 + \frac{\tau}{T} + a - L + x\right) \varphi(x) dx$$

代入(5)式,整理后得

$$P(\eta=N_0+L)=\int_{L-a-\frac{\tau}{T}}^{L-a-\frac{\tau}{T}+1}\left(L-a-\frac{\tau}{T}+1-x\right)\varphi(x)dx$$

$$+\int_{L-a-\frac{\tau}{T}}^{L-a-\frac{\tau}{T}-1}\left(L-a-\frac{\tau}{T}-1-x\right)\varphi(x)dx \quad (6)$$

用此式就可由  $\xi$  的概率分布密度计算  $\eta$  的概率分布。

由(1)(2)式知  $t_0=(N_0+a)T$ ,  $a$  为被测时间间隔真值  $t_0$  中不足一个钟频周期  $T$  的尾数部分,它是常量,钟脉冲宽度  $\tau$  和钟频周期  $T$  也都是常量,若在式(6)中用符号  $A=a+\frac{\tau}{T}$  = 常量代换  $\left(a+\frac{\tau}{T}\right)$  就成为

$$P(\eta=N_0+L)=\int_{L-A}^{L-A+1}(L-A+1-x)\varphi(x)dx+\int_{L-A}^{L-A-1}(L-A-1-x)\varphi(x)dx$$

这相当于  $\tau$  趋于零而被测时间间隔的真值为  $t_0=(N_0+A)T$  的情况。因此,它表明:钟脉冲宽度  $\tau$  的影响相当于把真值  $t_0$  增大了数值  $\tau$ 。对于实际测距来说,这相当于把目标向远方移动了一段距离  $C\tau/2$  ( $C$ ——光速),从而使测量结果偏大。

可以证明:如果  $\varphi(-x)=\varphi(x)$ , 而且  $\lim_{x \rightarrow \infty} x\varphi(x)=0$ , 则  $\eta$  的数学期望  $M\eta=N_0+a+\frac{\tau}{T}$ , 即测读值  $t_0$  的数学期望比真值  $t_0$  多出一个钟脉冲宽度  $\tau$ 。

实际工作中困难在于  $\varphi(x)$  不易求出。对于  $\xi$  是高斯分布的情形,(6)式易于解出。就已往的实验来看,把  $\varphi(x)$  近似按高斯分布来计算出各读数的概率数值,与实验结果很接近。对这个问题我们还没有进行分析推导。

### 三、结 语

毛主席教导我们:“马克思主义的哲学认为十分重要的问题,不在于懂得了客观世界的规律性,因而能够解释世界,而在于拿了这种对于客观规律性的认识去能动地改造世界。”综合前面的分析,我们认为下面几点可供今后实践中参考:

1. 在电路设计上应力求使用较小的钟脉冲宽度  $\tau$  工作;并应测出仪器实际的  $\tau$  值以便修正。
2. 使用中若要得到较精确的目标距离数据,可对目标测距多次取其算术平均值并修正  $\tau$  值之后作为测量结果。
3. 对同一目标测距多次后计算出各距离读数出现次数所占的百分比,有时能从中多得到一些信息(例如曾经由此发现了两个在距离上比较邻近的目标,发现过仪器装调中的缺陷)。

通过对已往实践的总结,使我们对这一事物有了一些认识,但还很肤浅,新产生的问题还很多,例如概率分布密度  $\varphi(x)$  等问题,都有待将来在实践中进一步去认识和解决。

### 附 注

“如果  $\varphi(-x)=\varphi(x)$ , 而且  $\lim_{x \rightarrow \infty} x\varphi(x)=0$ , 则  $M\eta=N_0+a+\frac{\tau}{T}$ ” 的证明

用符号  $L_i=i$   $i$  为整数;  $R_i=L_i-a-\frac{\tau}{T}=i-a-\frac{\tau}{T}$

依数学期望之定义

$$\begin{aligned} M\eta &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n (N_0 + L_i) P(\eta = N_0 + L_i) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} N_0 \sum_{i=-n}^n P(\eta = N_0 + L_i) + \lim_{n \rightarrow \infty} \left(a + \frac{\tau}{T}\right) \sum_{i=-n}^n P(\eta = N_0 + L_i) + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n R_i P(\eta = N_0 + L_i) \\ &= N_0 + a + \frac{\tau}{T} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n R_i P(\eta = N_0 + L_i) \end{aligned}$$

将符号  $R_i$  代入(6)式得到:

$$P(\eta = N_0 + L_i) = \int_{R_i}^{R_i+1} (R_i+1-x)\varphi(x)dx - \int_{R_i-1}^{R_i} (R_i-1-x)\varphi(x)dx$$

所以

$$R_i P(\eta = N_0 + L_i) = R_i \int_{R_i}^{R_i+1} (R_i+1-x)\varphi(x)dx - (R_i-1) \int_{R_i-1}^{R_i} (R_i-x)\varphi(x)dx + \int_{R_i-1}^{R_i} x\varphi(x)dx$$

$$R_{i+1} P(\eta = N_0 + L_{i+1}) = R_{i+1} \int_{R_{i+1}}^{R_{i+1}+1} (R_{i+1}+1-x)\varphi(x)dx - (R_{i+1}-1) \int_{R_{i+1}-1}^{R_{i+1}} (R_{i+1}-x)\varphi(x)dx + \int_{R_{i+1}-1}^{R_{i+1}} x\varphi(x)dx$$

.....

因  $R_{i+1}-1=R_i$ ,  $R_{i+2}-1=R_{i+1}$ , .....

所以

$$\sum_{i=-n}^n R_i P(\eta = N_0 + L_i) = R_n \int_{R_n}^{R_n+1} (R_n+1-x)\varphi(x)dx - (R_{-n}-1) \int_{R_{-n}-1}^{R_{-n}} (R_{-n}-x)\varphi(x)dx + \int_{R_{-n}-1}^{R_{-n}} x\varphi(x)dx$$

注意到, 当  $R_n$  足够大时:

$$\left| R_n \int_{R_n}^{R_n+1} (R_n+1-x)\varphi(x)dx \right| < \left| R_n \varphi(R_n) \right|$$

$|R_{-n}|$  足够大时:

$$\left| (R_{-n}-1) \int_{R_{-n}-1}^{R_{-n}} (R_{-n}-x)\varphi(x)dx \right| < \left| (R_{-n}-1)\varphi(R_{-n}) \right|$$

由已给条件  $\lim_{R_n \rightarrow \infty} R_n \varphi(R_n) = 0$ ,  $\lim_{R_{-n} \rightarrow -\infty} |(R_{-n}-1)\varphi(R_{-n})| = 0$ ,  $\varphi(-x) = \varphi(x)$

所以,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n R_i P(\eta = N_0 + L_i) = 0$$

证毕。

\* ~~~~~ \*

(上接第 36 页)

### 参 考 资 料

- [1] *IEEE, J.*, 1969, **QE-5**, 345.
- [2] *Optics and Laser Technology*, 1973, **5**, 148.
- [3] *Proc. IEEE*, 1970, **58**, 1899~1914. (译文见中国科学技术情报研究所重庆分所编的《激光》第四集 35~49 页)
- [4] *J. Appl. Phys.*, 1971, **42**, 1031.
- [5] *Proc. Ind. Acad. Sci. A*, 1935, **2**, 406~413; *Proc. Ind. Acad. Sci. A*, 1936, **3**, 75, 119.
- [6] *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, 1953, **220**, 356.
- [7] 南京大学物理系晶体物理教研室, 南京大学学报(自然科学版), 1974 年, 第 2 期, 21 页。
- [8] 电子展望, 1972, **9**, No. 3, 29~34. (《激光译丛》, 1972 年, 第 4 期, 54 页)。
- [9] *J. Appl. Phys.*, 1969, **8**, 329.
- [10] *Appl. Phys. Lett.*, 1966, **8**, 205.
- [11] *J. Appl. Phys.*, 1967, **38**, 5149.
- [12] *Proc. IEEE*, 1973, **61**, 1073.
- [13] *Soc. Am.*, 1970, **48**, 1086; *IEEE, Trans. Ultrasonics and Sonics*, 1967, **SU-14**, 103.
- [14] 《声学技术概要》。
- [15] AD 712977, 1970, 9.
- [16] *IEEE, J.*, **QE-9**, 1973, 633.